

خواص ما دہ



سید محمد علی خاں بی۔ اے (عثمانیہ) اے۔ آر۔ سی۔ بی۔ ایس۔ بی۔ ایس سی "آئرس" (لندن)

سید عبدالرحمن بی۔ اے (عثمانیہ)

شعبہ طبیعیات جامعہ عثمانیہ

حیدرآباد دکن

سید محمد علی خاں بی۔ اے (عثمانیہ) اے۔ آر۔ سی۔ بی۔ ایس۔ بی۔ ایس سی "آئرس" (لندن)

۱۹۳۵ء

دباجہ

ہندوستانی جامعات میں پاس یا آنرز یا ڈگری کی تعلیم پانچواں لے ایسے طلباء کیلئے یہ کتاب لکھی گئی ہے جو احصاء، تفریق اور تکمیل کے سادہ اصول سے کسیتقدر واقف ہوں۔ ریاضی کے ذریعہ جہاں کہیں بھی تفہیم کی ضرورت تھی وہاں طلباء کی دقتوں کا لحاظ کرتے ہوئے تفصیلی طور پر بحث کی گئی ہے تاکہ دیگر نظری کتب کی محتاجی باقی نہ رہے۔ ماڈہ سے متعلق مظاہر کی تجربی تفصیلات پر کافی روشنی ڈالی گئی ہے امید کی جاتی ہے کہ اس اہم مضمون میں کچھ سچی پہلے والے طلباء اس کتاب کو خاص طور پر کارآمد پائیں گے۔

یہ کتاب ایک حد تک ان لکچروں کے باعث معرض وجود میں آئی جو خواص ماڈہ پر جامعہ عثمانیہ میں وقتاً فوقتاً طلباء میں کی جاعتوں کو دئے گئے۔ اس کی تدوین میں مختلف معیاری کتب اور رسائل سے کافی مدد لی گئی ہے جن کا حوالہ ہر باب کے اختتام پر اعداد کے ذریعہ دیا گیا ہے۔ رائل کالج آف سائنس لندن کے بعض شاہرہ طبیعیات کے اہم ترین منت ہیں جن کے لکچروں کے بغیر اس کتاب کا پایہ تکمیل کو پہنچنا شاید ممکن نہ ہوتا۔

عام طور پر انٹر میڈیٹ کی جاعتوں میں جوابدہائی امور بتائے جاتے ہیں انکو اس کتاب میں درج نہیں کیا گیا ہے۔ صرف اہم مضامین مثلاً جمود کا معیار، ارتز، نظریہ اجتراز، جانز بیت، لچک، سطحی تناؤ، لزوجت، نفوذ اور نظریہ تحریک غیر دوسے میں تفصیلی بحث کی گئی ہے۔ کتاب کے آخر میں اسی اشاریہ اور ساتھ ہی ساتھ اردو اور اسکے معادل انگریزی اصطلاحات کی ایک مکمل فہرست بھی شامل کی گئی ہے اور توقع کی جاتی ہے کہ اس سے طلباء کو مضمون کے سمجھنے میں سہولت ہوگی۔

سید محمد علی خاں
سید عبد الرحمن

شعبہ طبیعیات جامعہ عثمانیہ

حیدرآباد دکن
اگست ۱۹۳۵ء

فہرست مضامین

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۳۷	ہوا کی تصحیح	۱	پہلا باب ”البعاد رسم الطريق اور جمود کا معیار اثر“
۴۱	دیسالڈ کا رقص	۱	ابعاد
۴۱	دہاریدار کناروں کا انحناء	۳	رسم الطريق
۴۳	سہارے کی حرکت	۴	جمود کا معیار اثر
۴۵	بورڈا کا رقص	۷	علی القوائم محروں کا اصول
۴۵	لچک دار ڈوری کے ذریعہ جسم کا ارتعاش	۸	متوازن محروں کا اصول
۴۷	دوربینی تعلیق	۹	مستطیل کے جمود کا معیار اثر
۴۹	مقررہ زمین پر گولی لڑھکا کر جگ کی دریافت	۱۰	قرص کے جمود کا معیار اثر
۵۰	دوربینی تختی گرا کر جگ کی دریافت	۱۱	ٹھوس کرہ کے جمود کا معیار اثر
۵۱	سطح زمین پر جگ کی قیمت کا تغیر	۱۳	تار کے حلقے کے جمود کا معیار اثر
۵۲	مروری اہتزاز	۱۴	مثلث نما تختی کے جمود کا معیار اثر
۵۵	تیسرا باب ”قوت جاذبہ کا مستقل“	۱۴	علی القوائم محروں کا اصول (تین البعاد میں)
۵۵	نیوٹن کا کلیہ تجاذب	۱۶	پتیلے کو کھلے کرہ کے جمود کا معیار اثر
۵۶	زمین کی کمیت کسی پہاڑ کی کمیت کی رقوم میں	۱۷	قطبی جمود کا معیار اثر
۵۷	تجاذبی مستقل کی ذریعہ ہیری کی پوش کا طریقہ	۲۱	دوسرا باب ”نظریۂ اہتزاز“
۶۰	درجن بانز کے تجربہ سے	۲۱	توانائی بالفعل
۶۲	پروفیسر جولی کا تجربہ	۲۲	سادہ موسیقی حرکت
۶۳	پوشنگ کا تجربہ	۲۴	مکعب رقص
۶۵	قوت جاذبہ اور واسطہ	۳۰	کثیر کا رقص
۶۵	قوت جاذبہ اور کش کرنے والی کمیتیں	۳۴	طریقۂ انطباق
۶۶	قوت جاذبہ اور پیش	۳۵	زاویۂ اہتزاز کی تصحیح

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۱۴۳	مرغولہ دارکمانیاں	۶۶	نیوٹن کے کلیہ کی صحت
۱۵۰	ولبرفوس کا جمودی جسم	۶۹	چوتھا باب
۱۵۱	مائل مرغولہ دارکمانی	۷۰	”چک مرڈر خاؤ اور مرغولہ دارکمانیاں“
۱۵۵	پانچواں باب	۷۱	تقریفات
۱۶۰	حرکیات اور نگاروں میں تبدیلی خزانہ اور چک	۷۲	ہوک کا کلیہ
۱۶۲	ینگ کا حرانگزار معیار چک	۷۳	تھانسن بگاڑ
۱۶۳	چک کا حرانگزار معیار	۷۴	ینگ کے معیار چک کی دریافت
۱۶۴	چھٹا باب	۷۵	پواسان کی نسبت
۱۶۵	”مائع کے چک کی شرح اور تدریجی طاقت“	۷۶	مکعب کی شکل میں تبدیلی
۱۶۶	یہمی کی مساوات	۷۷	مسطبی حصہ کی شکل میں تبدیلی
۱۶۷	میلک کا طریقہ	۷۸	ٹھوس اسطوانہ کی مروڑ
۱۶۸	چک کی شرح دریافت کرنے کے طریقے	۷۹	استواری کی شرح دریافت کر نیکی طریقے
۱۶۹	دباؤ تیش اور تیکڑا کا اثر چک کی شرح پر	۸۰	میکسول کی سوئی
۱۷۰	مائع کی تدریجی طاقت	۸۱	ہندی بریکلیے پواسان کی نسبت
۱۷۱	ساتواں باب	۸۲	مروڑی اختناق
۱۷۲	”مائع کا سطحی تلساؤ“	۸۳	سلاخوں کا خاؤ
۱۷۳	سطحی توانائی	۸۴	سلاخ میں توانائی
۱۷۴	قطرے کے ہتزازات	۸۵	سلاخ کے آثار کی مختلف صورتیں
۱۷۵	زاویہ تماس	۸۶	چک دار منحنی
۱۷۶	ناویہ تماس کی دریافت	۸۷	سلاخوں کا ارتعاش
۱۷۷	پانی کی سطح پر چکائی کی پرت	۸۸	پواسان کی نسبت (سہل کا طریقہ)
		۸۹	ینگ کا معیار چک (سلاخ کے خاؤ سے)
		۹۰	” ” ” (کوئیٹ کا طریقہ)
		۹۱	” ” ” (مناظری طریقے)

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۲۵۷	بخار کی حرارت مخفی	۱۹۴	گیس اور مائع کے سطحوں کا تماس
۲۵۹	مائع کی تمدیدی طاقت	۱۹۵	لاپلاس کی مساوات
۲۶۴	مائع کی سطح پر جانورالے سالمہ کی رفتار	۱۹۹	متوازی تختیوں کے درمیان قوت
۲۶۷	آہواں باب	۲۰۱	متوازی تختیوں کے درمیان جذب یا دفع کا عمل
	لزوجت	۲۰۴	سطحی تناؤ پر معلوم کر نیکیے طریقے :-
		۲۰۴	(۱) الف - شعری نلی میں مائع کو چڑھا کر
۲۶۸	شعری نلی میں سے مائع کا بہنا	۲۰۶	(ب) متوازی تختیوں کے ذریعہ
۲۷۵	گردشی اسطوانہ کا طریقہ	۲۰۶	(۲) قطرے کے اہتر از سے
۲۷۸	گردشی قرص کا طریقہ	۲۰۹	(۳) قطروں کی جسامت سے
۲۷۹	قرص کو اہتر از میں لانے سے	۲۱۰	(۴) کو نیکیے کا طریقہ
۲۸۰	اسٹوک کے کلیہ سے	۲۱۲	(۵) وہلمی کا طریقہ
۲۸۴	مائع کی لزوجت پر تپش کا اثر	۲۱۳	(۶) نیٹس کا طریقہ
۲۸۶	ازیمکاز کا اثر مائع کی لزوجت پر	۲۱۴	(۷) آئینگر کا طریقہ
۲۸۶	دباؤ کا اثر مائع کی لزوجت پر	۲۱۸	(۸) شعری موجوں کے ذریعہ
۲۸۶	مائع کی لزوجت پر ترکیب کا اثر	۲۲۴	(۹) اینڈرین اور بوسن کا طریقہ
۲۸۷	وقت کا اثر مائع کی لزوجت پر	۲۲۸	(۱۰) فرگوسن کا طریقہ
۲۸۷	لزوجت پیم	۲۳۳	(۱۱) سٹن کا طریقہ
۲۹۱	گیسوں اور بخارات کی لزوجت	۲۳۴	سطحی تناؤ کی میزان
۲۹۳	گیس کی لزوجت اوٹا پیم کے طریقے سے	۲۳۹	سطحی تناؤ پر تپش کا اثر
۲۹۵	اینڈرین کا طریقہ	۲۴۰	ایتیواس کا قاعدہ
۳۰۰	رینکن کا لزوجت پیم	۲۴۱	مائع کی جہلی کے پہلنے سے تپش میں تغیرات
۳۰۵	بخارات کی لزوجت	۲۴۳	مائع کی منحنی سطح پر بخار کا دباؤ
۳۰۷	گیسوں کی لزوجت پر دباؤ کا اثر	۲۴۷	بادلوں کی ساخت
۳۰۷	تپش کا اثر	۲۴۹	برقایا ہوا صابون کا بلبل
۳۰۹	سدرلینڈ کے مستقل کی دریافت	۲۵۲	شعری برق پیم
۳۱۳	موصلیت حرارت اور گیس کی لزوجت	۲۵۵	سطحی تناؤ کا سالمی نظریہ

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۳۶۳	نلی کی مزاحمت	۳۱۷	نوال باب
۳۶۳	سورخ کی مزاحمت		”نفوذ اور ولوجی دباؤ“
۳۶۵	پہپ کی صورتیں ایک سادہ اطلاق	۳۱۷	نفوذ
۳۶۷	پہپ کی رفتار	۳۱۸	نیک کا کلیہ
۳۶۸	خفیف دباؤ کی پیمائش	۳۲۰	نفوذ کی قدر کی دریافت
۳۶۸	دشمن کا سالمی داب پیا	۳۲۳	نفوذ کے مظاہر کا اطلاق
۳۷۱	استرازی قرص کا طریقہ	۳۲۴	دلوجی دباؤ
۳۷۴	گنڈسن کا داب پیا	۳۲۷	بخاری دباؤ
	گنڈسن کے طریقہ سے گیس کے سالمی	۳۳۰	نقطہ جوش اور نقطہ انجماد
۳۷۸	وزن کی دریافت	۳۳۵	وسوال باب
۳۸۱	دھاتوں کا بخاری دباؤ		”نظریہ تحرک“
۳۸۵	سالمات کا اوسط آزاد راستہ		کا مل گیس کا دباؤ
۳۸۹	سدرلینڈ کی تصحیح	۳۳۶	رقاروں کی تقسیم کے متعلق میکسول کا کلیہ
۳۹۵	اوسط آزاد راستہ اور لزوجت	۳۳۹	مختلف نوعیت کی رقاریں
۳۹۷	کلیات گیس کا اطلاق شیرے کی صورتیں	۳۴۷	میکسول کے کلیہ کا عملی ثبوت
۴۰۱	پراس کی تقسیمی کلیہ کی تصحیح	۳۵۰	توانائی کی مساوی تقسیم کا کلیہ
۴۰۴	برائونی حرکات	۳۵۴	سالمی توانائیاں
۴۰۶	برائونی حرکات کا کلیہ	۳۵۵	سالمی پہپ
۴۱۰	ملیکن کے تیل کے قطرے والا تجربہ	۳۵۷	نلیوں اور روراخوں میں سے گیسوں کا بہنا
۴۱۳	برقیہ کی بھرن کی تخمین	۳۶۰	

”غلطنامہ“

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۱۱	افقی خط	خط
۶	۲۲	لا فرلا	لا ^۲ فرلا
۱۲	۱۶	قر	فر
۴۱	۱۸	پھسلواں	لڑھکنے والا
۴۷	۳	کا وزن	کی کمیت
۵۴ (الف)	۷	(1928)	(1924)
۵۴ (الف)	۹	Master	Matter
۶۳	۱۵	ریچرڈ	ریٹارڈ
۱۱۳	۱۱	لٹکا	ٹھکا
۱۱۸	۳	(۳۱)	(۳۹)
۱۱۸	۵	(۱۰)	(۴۰)
۱۴۲	۱۰	نختیوں	تنختیوں
۱۴۹	۱۵	زنگن	زنگن ^{۱۴}
۱۸۰	۱۲	مارنگونی	میرنگونی
۱۹۳	۱۰	مارنگونی	میرنگونی
۲۱۸	۲۰	سائیکل	تدویر
۴۱۷ (الف)	۱۴	(2893)	(1893)

پہلا باب

البعاد۔ رسم الطريق اور حجم و کامیاب اثر

البعاد :- س۔ گ۔ ث نظام میں رقبہ اور حجم کی اکائیاں علی الترتیب (سمر)^۱ اور (سمر)^۲ ہوتی ہیں۔ اگر ایک میٹر طول کو ہم معیار ہی قرار دیں تو رقبہ اور حجم کی اکائیاں بھی بالترتیب (میٹر)^۲ اور (میٹر)^۳ ہوں گی۔ یعنی معمولی اکائیوں سے رقبہ (۱۰۰ سمر)^۲ اور حجم (۱۰۰ سمر)^۳ گنا بڑا ہوگا۔ اس صورت میں طول کے رقوم میں رقبہ اور حجم کے ابعاد علی الترتیب ۲ اور ۳ کہلائیں گے۔ اسی طرح جب کوئی ماخوذ اکائی کسی بنیادی اکائی کے ن ویں نسب نہا پر مبنی ہو تو ایسی ماخوذ اکائی بنیادی اکائیوں میں ن ابعاد کی ہوگی۔

زقار کے ابعاد حسب ذیل طریقہ سے معلوم کئے جاتے ہیں :-

زقار = $\frac{\text{طول}}{\text{وقت}}$ = طول \times وقت^{-۱} یعنی ۱ طول اور - ۱ وقت اسراع کے ابعاد دریافت کرنے ہوں تو چونکہ اسراع = $\frac{\text{زقار}}{\text{وقت}}$ اس لئے اس کے ابعاد ۱ طول اور - ۲ وقت ہونگے۔

علیٰ ہذا لقیاس معیار حرکت = کمیت \times زقار، اس لئے اسکے ابعاد اکیت^۱، ا طول اور - ۱ وقت ہونگے۔

چونکہ قوت = کمیت \times اسراع لہذا قوت کے ابعاد اکیت ا طول اور - ۲ وقت ہونگے۔ اسی طرح حجم، رقبہ، کام وغیرہ کے ابعاد حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ مختلف اکائیوں کے ابعاد حسب ذیل ہیں :-

وقت	کمیت	طول	
۱-	صفر	۱	زقار
۲-	صفر	۱	اسراع
۱-	۱	۱	معیار حرکت
صفر	صفر	۲	رقبه
صفر	صفر	۳	حجم
صفر	۱	۳-	کثافت
۲-	۱	۱	قوت
۲-	۱	۲	کامیاب توانائی
صفر	صفر	صفر	کثافت اضافی
۲-	۱	۱-	دباؤ
۲-	۱	صفر	سطحی تناؤ
۱-	۱	۱-	لزوجیت
۲-	۱	۱-	ینگ کا معیار پچک

ان ابعاد کے ذریعہ ہم بہت سے سوالات حل کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر ان کی مدد سے ہم سادہ رفاص کا ضابطہ اخذ کریں گے۔

یہ ہم جانتے ہیں کہ رفاص کا وقت دوران و، رفاص کے طول ل، اسراع بوجہ جاذبہ زمین ج اور رفاص کی کمیت ک پر منحصر ہے۔ فرض کرو کہ $و = \frac{1}{2} \frac{ل}{ج}$ ۔ (۱) جہاں $م$ ، $ا$ ، $ب$ اور $ف$ دریافت طلب اعداد ہیں۔

اس مساوات کو صحیح ہونے کے لئے داہنی جانب کے ابعاد، بائیں جانب کے ابعاد کے مساوی ہونے چاہئیں۔ و کے ابعاد ۱ وقت، صفر طول اور صفر کمیت ہیں، ل کے ابعاد طول اور ج چونکہ اسراع ہے اس کے ابعاد ۱ طول، ۲ وقت ہیں اور ک کے ابعاد کمیت ہے۔

لہذا $\frac{1}{2} \frac{ل}{ج} = \frac{1}{2} \frac{ب}{ف}$ میں $۱ + ب$ طولی ابعاد ہیں، $۲ ب$ وقت کے ابعاد اور $ف$ کمیت کے،

$$\left\{ \begin{array}{l} ۱ + ب = \text{صفر} \\ ۲ ب = ۱ \\ ف = \text{صفر} \end{array} \right. \quad \text{تاکہ مساوات (۱) صحیح ثابت ہو}$$

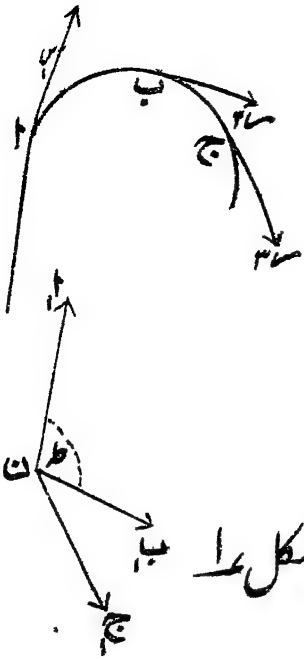
$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{ب}{ف} \quad \text{اور} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{ب}{ف} \quad \text{یعنی} \quad و = \frac{1}{2} \frac{ل}{ج} \quad \text{یہاں مستقل}$$

م کی قیمت تجربے سے معلوم لگینی اور جب دائیہ ہتزاز چھوٹا ہو تو یہ مساوی ہوتی ہے ۲ π کے

$$\text{اس لئے} \quad و = \frac{1}{2} \frac{ل}{ج} \quad \pi$$

اسی طرح ہم دوسرے سوالات بھی حل کر سکتے ہیں۔

رسم الطریق فرض کرو کہ ایک ذرہ ق مخری ۱ ب ج پر اس طرح حرکت کر رہا ہے کہ اسکی رفتار ۱ پر مساؤ نقطہ ب پر مساؤ اور ج پر مساؤ وغیرہ ہے۔



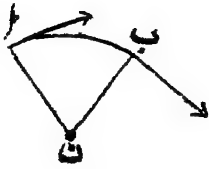
کوئی نقطہ نہ لکیرا، ا، ن، ب، ج ایسے خطوط کھینچو جو بالترتیب ا، ب، ج اور ج، ب کے متوازی بھی ہوں اور ا، ب، ج کی تعبیر ہی کریں۔ اب اگر ا، ب، ج نقطوں کو ایک منحنی کے ذریعہ ملایا جائے تو یہ منحنی ق کی حرکت کا رسم الطریق کہلائے گا۔ اگر ق ایک خط مستقیم پر یکساں رفتار سے حرکت کرے تو ق کی حرکت کا رسم الطریق ایک نقطہ ہوگا۔ اگر ق یکساں رفتار

سے حرکت نہ کرے تو ایسی صورت میں ق کی حرکت کا رسم الطریق ایک منحنی خط مستقیم ہوگا۔ فرض کرو کہ شکل ۱ میں ا اور ب دو نقطے ایک دوسرے کے بالکل قریب واقع ہیں۔ تب رسم الطریق میں ا اور ب ابھی بہت قریب واقع ہونگے۔ فرض کرو کہ ق نقطہ ا سے ب تک و وقت میں حرکت کرتا ہے۔

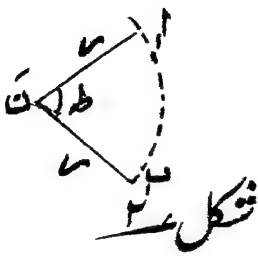
جبکہ ق منحنی ا ب ج پر سے گزرتا ہے اس وقت یہ تصور کرو کہ ایک ذرہ ق رسم الطریق ا ب ج پر سے بھی گزر رہا ہے۔ تب ق، ا سے ب تک و وقت میں پہنچے گا۔ یعنی ق کی رفتار = $\frac{ا ب}{و}$ فرض کرو کہ زاویہ ا ن ب = ط، اب چونکہ ن ا، ق کی رفتار کی تعبیر کرتا ہے ا پر، اور نقطہ ب پر ق کی رفتار کی تعبیر ن ب سے ہوتی ہے اس لئے ق کے ا سے ب تک جانے میں رفتار میں جو تبدیلی واقع ہوئی اس کی تعبیر ا ب سے ہوگی۔

یعنی ق کی تبدیلی رفتار = $\frac{ا ب}{و}$ اور چونکہ یہ و وقت میں ہوئی اس لئے ق کی شرح تبدیلی رفتار = $\frac{ا ب}{و}$ ق کے اسراع کے

یاد دوسرے الفاظ میں قی کا اسراع = رسم الطریق میں قی کی رفتار کے
یکساں دائری حرکت :- فرض کرو کہ ایک نقطہ قی یکساں رفتار سے دائرہ کے
محیط پر حرکت کر رہا ہے اور دائرہ کا مرکز ن اور نصف
قطر ص ہے۔



اوپر کے بیان کے مطابق اگر اس کار رسم الطریق
کہنیا چائے تو قی کی رفتار ہر وقت نصف قطر کے
علی القوائم ہوگی۔ اسلئے ن ا اور ن ب
ن ا اور ن ب کے علی القوائم ہوں گے۔



اور زاویہ ا ن ب = زاویہ ا ن ب = طہ
فرض کرو کہ قی کو ا سے ب تک جانے کے
لئے جو وقت صرف ہوا وہ و کے مساوی ہے
ن ب = ا ب = ص طہ

رسم الطریق میں ذرہ قی کی رفتار = $\frac{ا ب}{ص طہ} = \frac{ا ب}{ص}$
اسلئے قی کا اسراع = قی کی رفتار = $\frac{ص طہ}{ص} = \frac{ص طہ}{ص}$ اور یہ
ہمیشہ دائرہ کے مرکز کی جانب عمل کرتا رہی چونکہ نصف قطر کے علی القوائم ہے۔
اور نیز چونکہ دائرہ کا محیط = $2\pi r$ ص اس لئے قی اس دائرہ کا پورا چکر
وقت $\frac{2\pi r}{ص}$ میں لگاتا ہے۔ ایک پوری گردش میں قی جو زاویہ طے کرتا ہے
= 2π لہذا ایک پورے چکر کا وقت = $\frac{2\pi r}{ص}$ جہاں $ص طہ = ذرہ قی$
کی زاویہ کی رفتار۔

$$\therefore \frac{2\pi r}{ص} = \frac{2\pi r}{ص}$$

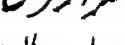
$\therefore ص = ص طہ$ یعنی قی کا اسراع = $\frac{ص طہ}{ص} = ص طہ$
اگر کسی ذرہ کی کمیت ک ہو اور وہ یکساں رفتار کے ساتھ دائرہ میں حرکت

اگر دھلگے کے ایک سرے سے کوئی پتھر باندھا جائے اور دوسرے سرے کو انگلی سے باندھ کر پتھر کو یکساں رفتار سے دائرے کی شکل میں گھمایا جائے تو انگلی پر جو قوت دہانگے کی سمت میں عمل کریگی = $\frac{ک \times ص}{ص}$ = ک ہی کہلا

جمود کا معیار اثر :- فرض کرو کہ ہم ایک سلاح کو مختلف چبوتے چبوتے ٹمکڑوں میں جن کی کیفیت ک، ک، ک، ک، ک، ک، ک، ک..... وغیرہ

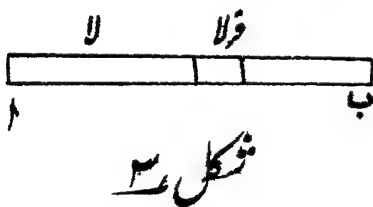
ہے تقسیم کرتے ہیں اور ان کا فاصلہ کسی ایک سرے سے ص، ص، ص، ص ہے۔
..... وغیرہ ہے۔ تب ک، صا، ک، صا، ک، صا وغیرہ
ان ٹکڑوں کے جوہر کا معیار اثر علی الترتیب اس سرے کے گرد ہوگا اور چنانچہ
”ک ص“ اس سلاخ کے جوہر کا معیار اثر اس کے ایک سرے کے گرد کہلاتا
ہے۔ فرض کرو کہ شکل میں ا ب ایک سلاخ ہے جس کا طول ل اور کمیت م
ہے۔ اس سلاخ کو اگر چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تو ان میں سے ایک
چھوٹا ٹکڑا (فرض کرو) فر لا ایسا ہے جو
سے ا سے لافاصلہ پر ہے۔ اگر اکائی
طول کی کمیت ک ہو تو اس چھوٹے ٹکڑی
کی کمیت = ک فر لا

فر لا ل



ب

شکل ۳



لہذا اس ٹکڑے کے جود کا معیار اثر = $\frac{1}{2}$ ک فرلا لا
 اگر پوری سلاح کے جود کا معیار اثر اس کے ایک سرے کے گرد مچ سے تعبیر کیا جائے
 تو مچ = $\frac{1}{2}$ ک فرلا لا = $\frac{1}{2}$ ک لیکن ک ل = م
 صفر

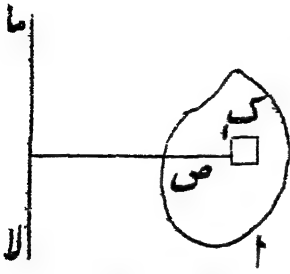
∴ $\frac{۱۲}{۳} =$ مچ بشرطیکہ سلاح یکساں ہو۔

اسی طرح اس سلاح کے جمود کا معیار اثر اسکے مرکز کے گرد $\frac{۱}{۴}$ کی لا $\frac{۲}{۳}$ فلا

صفر

$$\frac{۲}{۲۴} = \frac{۳}{۲۴}$$

لیکن یہ صرف آدھی سلاخ کا جمودی معیار اثر ہے۔ لہذا
پوری سلاخ کے جمود کا معیار اثر اس کے مرکز کے گرد = $\frac{۲}{۱۲}$



شکل ۷

فرض کرو کہ شکل ۷ میں ۱ ایک ایسا جسم
ہے جسکی کمیت ۴ ہے اور لا ما کوئی ایک خط
ہے۔ اگر اس جسم کو چھوٹے چھوٹے حصوں میں
تقسیم کیا جائے جس کی کمیت ۴، ۴، ۴، ۴، ۴، ۴
کے..... وغیرہ ہو اور ان کا فاصلہ
لا ما سے با ترتیب ص، ص، ص، ص، ص، ص.....

..... وغیرہ ہو۔

تو ۴ ص + ۴ ص + ۴ ص + ۴ ص + کو خط لا ما کے
گرد جسم ۱ کے جمود کا معیار اثر کہتے ہیں۔ اگر اس کو مج سے تعبیر کیا جائے تو

$$\text{مج} = ۴ ص$$

$$\text{اب فرض کرو کہ } ۴ ص = ۴ ف$$

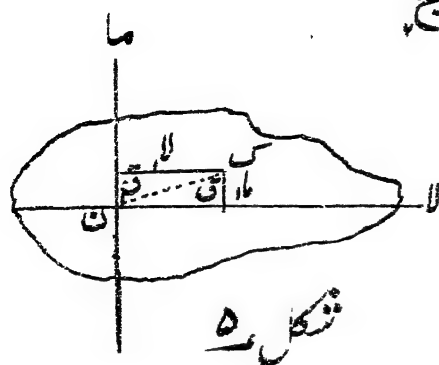
$$\text{جہاں } ۴ = ۴ ص + ۴ ص + = ۴ ک$$

$$\text{اور } ۴ = ۴ ص$$

اس ف کو گردشی نصف قطر سے تعبیر کیا جاتا ہے یعنی مج = ۴ ف

علی القوائم محوروں کا اصول :- فرض کرو کسی پترے کے جمود کے معیار اثر
ایسے دو محوروں کے گرد جو ایک دوسرے کے

علی القوائم ہیں، مج اور مج سے تعبیر کیے جاتے ہیں اور خود یہ محور پترے کے مستوی میں ہیں۔ اگر
اس پترے کے جمود کا معیار اثر ایک ایسے خط کے گرد جو ان دونوں محوروں کے نقطہ
تقاطع میں سے گزرتا ہے اور اس پترے کے مستوی کے علی القوائم ہے مج ہو تو

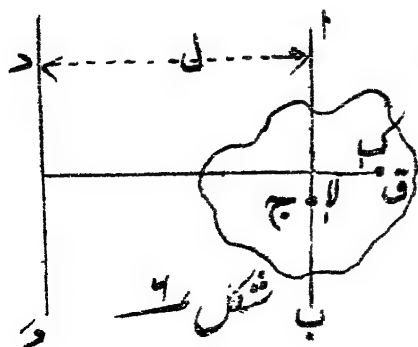


فرض کر دیکہ شکل میں
ن لا اور ن ما ایسے دو محور
ہیں جو ایک دوسرے کے علی القوائم
ہیں۔ ق ایک ٹکڑا ہے جس
کی کمیت تک ہے اور اسکا فاصلہ
ان محوروں سے لا اور ما ہے اور

نیز یہ بھی فرض کرو کہ ق کا فاصلہ ایک ایسے محور سے جو ن میں سے گزرتا ہے اور
مستوی مان لا کے علی التوا تم ہے = ق
تب $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ک ق

$\text{ك} = (\text{ل} + \text{م})$
 $\text{ك} = \text{ل} + \text{م}$
 $\text{ج} = \text{ج}$

متوازی محوروں کا اصول : کسی پترے کے جہود کا معیار اثر ایسے محور کے گرد جو پترے کے مستوی میں واقع ہو = اس محور کے متوازی اور پترے کے مرکز کثیت میں سے گزرنے والے کسی دوسرے محور کے گرد والے جہود کے معیار اثر کے



+ ۴ ل جہاں ۴ = پترے کی کمیت
اور ل = دو توں محوروں کے درمیان
فاصلہ۔

فرض کرو شکل ۱ میں دو
ایک ایسا محور ہے جو پترے کے متوازی
میں ہے اور ۲ یا ایک دوسرا محور

ایسا ہے جو د کے متوازی بھی ہے اور پترے کے مرکز کمیت ج میں سے گزر
 بھی رہا ہے۔ اس پترے میں کوئی ایک چھوٹا سا ٹکڑا ق تصور کرو۔ اب اگر
 اُس چھوٹے سے ٹکڑے ق کی کمیت جس کا فاصلہ ۲ ب سے لا ہے، کم
 فرض کی جائے۔ (ان ٹکڑوں کے فاصلوں کی علامتیں ۲ ب کے دائیں یا
 بائیں جانب ہونے کے لحاظ سے بالترتیب مثبت یا منفی لی جائیں گی۔)

تو اس ٹکڑے کے جود کا معیار اثر د کے گرد = کم (لا + ل)

$$= کم (لا + ل + ۲ لا ل)$$

$$= کم لا + کم ل + ۲ لا ل کم$$

فرض کرو کہ د اور ا ب گرد جود کا اثری معیاریں مج اور مج علی ترتیب ہیں تب

$$مج = کم (لا + ل)$$

$$= کم لا + کم ل + ۲ لا ل کم$$

$$= مج + کم ل + صفر$$

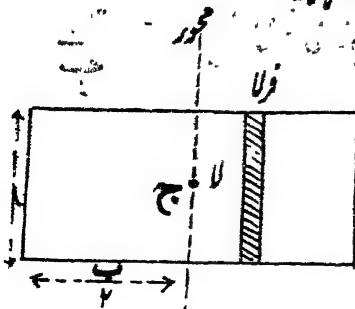
$$= مج + ۲ ل (چونکہ کم لا = صفر یعنی پترے کو کسی$$

دھاری دار کنارے کے ذریعہ ۲ ب محور پر لٹکایا جائے تو توازن میں رہے گا یا

دیگر الفاظ میں کم لا کی منفی علامتیں اتنی ہی ہوں گی جتنی کہ مثبت علامتیں)

(۱) ایک مستطیل کو جود کا معیار اثر (جس کے ضلعے ا اور ب ہیں) ایسے محور کے گرد جو ا کے

متوازی ہو اور مستطیل کے مرکز میں سے گزر رہا ہو۔



فرض کرو کہ مستطیل کی کمیت = م

اس مستطیل کو فرلا کے مانند چھوٹی چھوٹی

دھبیوں میں تقسیم کرو اور ایک چھوٹی فرلا دھبی

پر غور کرو جس کا فاصلہ محور سے فرض کرو = لا

(دیکھو شکل ۷)

$$اس دھبی کی کمیت = \frac{م لا}{ب}$$

شکل ۷

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} \right) \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{12} \cdot 2 =$$

اگر α چوٹا ہو یعنی مستطیل کے بجائے جسم کی شکل ایک α سلاح کی سی ہو
 جہاں $b = 1$ = سلاح کا طول تو ایسی α سلاح کے جھود کا معیار اثر مرکز کے گرد

$$\frac{1}{2} =$$

اگر وہی محور ب کے متوازی ہو تو اسی محور کے گرد استپیل کے محبوس کامعيار اثر

$$\frac{1}{2} =$$

(۲) مذکورہ بالاستیصال کے جمود کا میاں انٹرالیہ مجرر کے گرد جو مستیصال کے مستوی کے علی القوائم ہوا مستیصال کے مرکز میں سے بھی گزر رہا ہو۔

۱۲

(۳) ایک قرص کے چودہ کامیاب اثرات یہ محسوس کر دو جو قرص کے مرکز میں سے بھی گزرے اور اس کے مستوی کے علی القوائم ہی ہو۔

فرض کرو کہ قرص کی کمیت = m اور اس کا نصف

قطر = صی

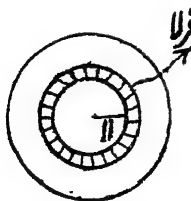
اب قرص کے ایک ایسے چھوٹے حلقہ پر غور کرو

جس کا نصف قطر λ اور عرض μ ہے اس حلقہ کا رقبہ

$\pi_2 =$ لا فر لا اور اس کی کمیت $= \frac{\pi_2 \pi_2}{\pi_2 \pi_2}$ لا فر لا

اسکے وجود کا معیار انہر ایک ایسے محور کے گرد جو اس کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔

ہو اور اسکے مستوی کے بھی علی القوائم ہو = $\frac{\pi^2}{\pi} \frac{\pi^2}{\pi} = \frac{\pi^2}{\pi}$



شکل ۷

$$= \frac{\text{ص}^2}{\text{م}} \text{ لا فلا}$$

م ص =

(۴) مذکورہ بالا قرص کے جمود کا معیار اثر اسکے قطر کے گہر :-

فرض کرو کہ قرص کے جمود کا معیار اثر اسکے قطر کے گرد = 'مج' اور وہی 'مج' = قرص کے جمود کا معیار اثر قطر کے علی القوائم قطر کے گرد تو علی القوائم محوروں کے اصول سے :-

$$m = \frac{m}{m} = \frac{m}{m}$$

یعنی $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

(۵) مذکورہ بالا فرض کی جود کا معیار اثر اس کے ماس کے گرد :- اس صورت میں محور مرکز سے صفاصلہ پر ہے اس لئے متوازی محوروں کے اصول سے

جمود کا معیار اثر حماس کے گرد = محض فرض کرو

$$= \text{مَج} + \text{م}^{\text{ص}} = \text{م}^{\text{ص}} + \frac{\text{م}^{\text{ص}}}{\text{م}} = \text{م}^{\text{ص}} + \text{م}^{\text{ص}}$$

$$\frac{5}{2} m v^2 =$$

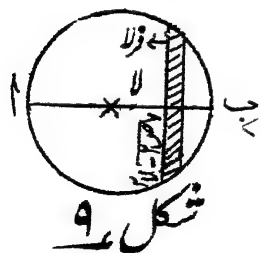
(۶) ایک بھوس کرہ کے جہود کا معیار اثرا کے کسی ایک قطر کے گرد :-

فرض کرو کہ گروہ کی کمیت = ۴ اور اس کا نصف

قطر = می

تب اس کے اکائی حجم کی کمیت = $\frac{4\pi}{3}$

اس کرۃ میں سے ایک پتلی دائری درجہ تراشش لوجس کا فاصلہ مرکز سے = لا
اور جس کا عرض = فرلاتب اس کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{1}{2} - لا^2}$ اور اس کا حجم =

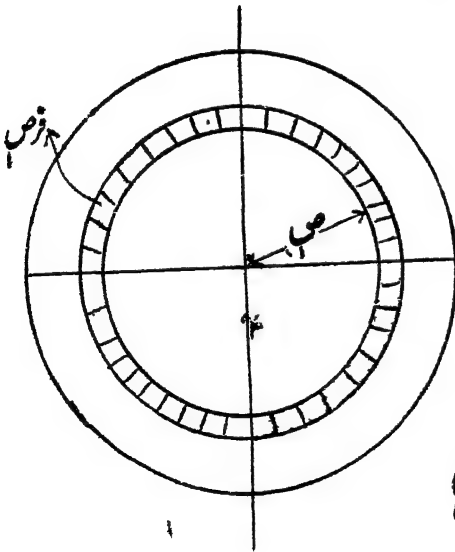


--- (ص ۱ - لا) فلا اور اسکی کمیت = π (ص ۲ - لا) فلا ۳ اور نمبر (۳) سے اسکے
جمود کا معیار اثر کرہ کے قطر ۱ ب کے گرد = $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

اب کرہ کے جمود کا معیار اثر ۱ ب کے گرد یعنی $\frac{\pi}{2}$ = $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا
= $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

(۷) ایک ٹھوس کرہ کے جمود کا معیار اثر اسکے قطب کے گرد :-

فرض کرو کہ اس کرہ میں ایک خول ایسا لایا جاتا ہے جس کا فاصلہ مرکز سے ص ۱
ہے اور موٹائی قرص ہے (شکل ۷۱)



شکل ۷۱

اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ اس کرہ کی
کمیت فی اکائی حجم ک اور نصف
قطر ص ۱ ہے۔ اس خول کے جمود کا
معیار اثر قطب کے گرد =

= $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

لہذا پورے کرہ کے جمود کا معیار اثر
مچ قطب کے گرد = $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

= $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

= $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

لیکن پورے کرہ کی کمیت = ۲ = $\frac{\pi}{2}$ (ص ۲ - لا) فلا ۳ \times $\frac{\pi}{2}$ (ص ۱ - لا) فلا

$$\therefore \text{ک} = \frac{1}{\pi} \times \frac{2}{\pi} = \frac{2}{\pi^2}$$

$$\therefore \text{مجم} = \frac{2}{\pi} \times \frac{2}{\pi} \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{\pi} = \frac{2}{\pi^5}$$

$$= \frac{2}{\pi^5} \text{ ص}^2$$

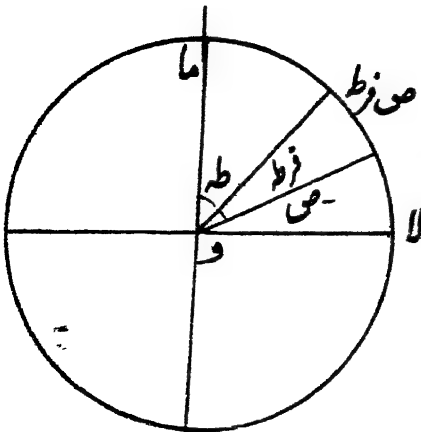
(۸) اسی گروہ کے جمود کا معیار اثر، اسکے ماس کے گرد :-

اگر مجم = جمود کا معیار اثر ماس کے گرد تو متوازی محوروں کے اصول سے

$$\text{مجم} = \text{مجم}^2 + \frac{2}{\pi} \text{ ص}^2 + \frac{2}{\pi} \text{ ص}^2 = \frac{2}{\pi} \text{ ص}^2$$

(۹) تار کے حلقہ کا جمود کا معیار اثر ایسے محور کے گرد جو اسکے مرکز میں سے گزرتا ہو اور حلقہ کے مستوی کے علی القواکم ہو :-

فرض کرو کہ اس حلقہ کا نصف قطر ص اور ک کمیت فی اکائی طول ہے۔



فرض کرو کہ اس تار کو چوڑے چوڑے ٹکڑوں میں تقسیم کیا جاتا ہے جن میں سے ایک چوڑا سا ٹکڑا ایسا لیا جاتا ہے جو مرکز پر فرطہ زاویہ بناتا ہے۔
(دیکھو شکل ۱۱)

تب اس چوڑے ٹکڑے کی کمیت
= ک ص فرطہ

∴ اس کے جمود کا معیار اثر اس محور کے گرد = ک ص فرطہ ص^۲

∴ پورے حلقہ کے جمود کا معیار اثر اس محور کے گرد = $\frac{2}{\pi^2}$ ک ص^۲ فرطہ

$$= \frac{2}{\pi^2} \text{ ک ص}^2$$

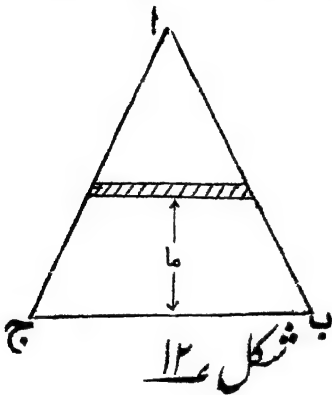
لیکن اس پورے حلقہ کی کمیت = م

$$= \frac{2}{\pi^2} \text{ ک ص}^2$$

شکل ۱۱

∴ حلقہ کے جمود کا معیار اثر = $\text{مجم} = \frac{۲}{۳} \pi \text{ ص}^۲ \cdot \frac{۲}{۳} \pi \text{ ص}^۲ = ۴ \text{ ص}^۴$
 اگر حلقہ کے جمود کے معیار اثر کو ایسے محور کے گرد جو حلقہ کے مستوی میں ہو اور
 اسکے مرکز میں سے گزرتا ہو ہم $\text{مجم} = \text{مجم}$ فرض کریں تو علی القوا تم محوروں کے اصول سے
 $\text{مجم} = \text{مجم} = \text{مجم} = \text{مجم}$

∴ $\text{مجم} = \text{مجم} = \text{مجم}$
 (۱۰) ایک مثلث بنا اب ج تختی کا جمودی معیار اثر ب ج کے گرد :-



فرض کرو کہ اس تختی کی کیت = ۴
 اور اس عمود کا طول جو 'ا' سے 'ب ج' پر
 کہنچا جائے = $د$ ۔ ب ج سے ما فاصلہ
 پر اور اس کے متوازی ایک چوٹی دیجی تصور
 کرو جس کی موٹائی "فما" ہے (شکل ۱۲)
 ؟ تب اس دیجی کا طول = $\frac{۴(د-ما)}{۲}$

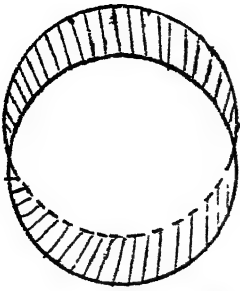
جہاں $ف = ب ج$

∴ اس دیجی کا رقبہ = $\frac{۴(د-ما)}{۲} \cdot ف$ یعنی اس کی کیت = $\frac{۴(د-ما)}{۲} \cdot ف$

∴ اسکے جمود کا معیار اثر ب ج کے گرد = $\frac{۴(د-ما)}{۲} \cdot ف \cdot ف$

اسی طرح اور دیجیاں تصور کرو اور ان سب کے جمود کا معیار اثر = اس مثلث
 کے جمودی معیار اثر کے ب ج کے گرد = $\text{مجم} = \text{مجم}$
 $\frac{۴(د-ما)}{۲} \cdot ف$

مثال :- ایک ٹھوس حلقہ کی تراش مستطیلی وضع کی ہے اور اسکے اضلاع
 ایک ایسے محور کے متوازی اور علی القوا تم ہیں جو حلقہ کے مرکز میں
 سے گزرتا ہے اور حلقہ کے مستوی کے علی القوا تم ہے۔ ثابت کرو کہ اس محور کے گرد
 حلقہ کے گردشی نصف قطر کا مربع = $\frac{۱}{۲} (۴ + د^۲)$ جہاں 'ا' اور 'ب' حلقہ
 کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر ہیں۔



شکل ۱۳

حل :- حلقہ کی موٹائی = ب - ۲

فرض کرو کہ اسکے اکائی رقبہ کی کیفیت = ک

حلقہ میں ایک چوٹی سی دیہی بنا تصور کرو جس کا

نصف قطر = ص اور جس کی موٹائی = فرض

تب اس کی کیفیت = $\pi \times ۲ \times$ ص فرض ک

اور اس کے جمود کا معیار اثر ایسے محور کے گرد جو حلقہ

کے مرکز میں سے گزر رہا ہے اور حلقہ کے مستوی کے علی القوائم ہے =

$$\pi \times ۲ \times \text{ص} \times \text{ک} \times \text{ص}^۲$$

∴ پورے حلقہ کا جمود کا معیار اثر اس محور کے گرد

$$= \int_0^{\pi \times ۲ \times \text{ص} \times \text{ک} \times \text{ص}^۲} \text{ب} \times \text{ص}^۲$$

$$= \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \left[\frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \right]_0^{\text{ص}}$$

$$= \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \left(\frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} - \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \right)$$

$$= \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳}$$

جہاں $\pi \times ۲$ اس پورے حلقہ کی کیفیت اور ف اس کا گردشی نصف قطر ہے

لیکن پورے حلقہ کی کیفیت = $\pi \times ۲ \times$ ص فرض ک

$$= \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \left(\frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} - \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \right)$$

$$\therefore \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \left(\frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} - \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \right) = \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳}$$

$$\therefore \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \left(\frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} - \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \right) = \pi \times ۲ \times \text{ک} \times \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳}$$

$$\therefore \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} - \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} = \frac{\text{ب} \times \text{ص}^۳}{۳} \times \left(\frac{\text{ب} + \text{ص}}{\text{ب}} \right)$$

علی القواہم محوروں کا اصول (تین الباعدی صورت) :-

شکل ۱۴ میں فرض کرو کہ 'مج' اور 'ج' 'جمود کا اثری معیایں کوئی تین ایسے محوروں 'لا'، 'ما' اور 'یا' کے گرد ہیں جو آپس میں ایک دوسرے پر علی القواہم ہیں۔ فرض کرو کہ 'ک' کمیت کا ایک ذرہ

ق پر واقع ہے جس کے متحد (لا، ما، یا) ہیں یعنی

قن = یا، جن = ما اور ج = لا
تگ = ق ج، اور ق ف بالترتیب ویا
ولا اور وما پر عمود کہینچو۔

تب مج = جک = ق ج

= جک (ما + یا)

مج = جک = قن = جک (لا + یا)

مج = جک = قگ = جک ون = جک (لا + ما)

اگر 'مج' مبدعہ کے گرد جمود کا معیار اثر ہو تو :-

مج = جک = قو = جک (لا + ما + یا)

∴ مج = مج + مج + مج

یہ ایک بنیادی اہم اصول ہے جس کی مدد سے اکثر سوالات حل کئے جاسکتے

ہیں۔ مندرجہ ذیل دو صورتوں سے اس اصول کے اطلاقی کی توضیح ہوگی :-

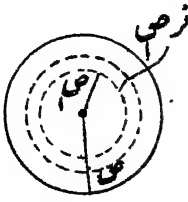
(۱۱) ایک پتلے کھوکھلے گرد کے جمود کا معیار اثر اس کے قطب کے گرد :- کسی پتلے

کھوکھلے کرہ کے تمام حصے مرکز سے مساوی فاصلوں پر ہوتے ہیں لہذا

مج = م ص

جہاں م = کرہ کی کمیت اور ص = اس کا نصف قطر

(۱۲) اسی کرہ کے جمود کا معیار اثر اس کے قطر کے گرد :- جمود کا معیار اثر قطر کے



میں سے گزرتا ہے اور اس کے مستوی کے علی القیوم ہو۔
اسکے مرکز سے اس کو چھوٹے چھوٹے حلقوں میں
تقسیم کر دو۔

شکل ۱۶

فرض کرو کہ مرکز سے ایک چھوٹے حلقہ کا

فاصلہ = ص ۱ اور اس کا عرض = فرض ۱

اس ٹکڑے کے قطبی جمود کا معیار اثر اس محور کے گرد = $\pi \times \text{ص} ۱ \times \text{فرض} ۱$
∴ پورے قرص کو جمود کا معیار اثر مج = $\pi \times \text{ص} ۱ \times \text{فرض} ۱$

$$\frac{\pi \times \text{ص} ۱}{\text{ص} ۱} = \pi$$

یہ نتیجہ بھی بالکل وہی ہے جو پہلے حاصل کیا گیا تھا لیکن یہاں بجائے قرص کی
کمیت کے اس کا رقبہ $\pi \times \text{ص} ۱$ لیا گیا ہے۔

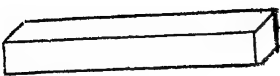
اگر اسکے جمود کا معیار اثر مج ایسے محور کے گرد جو مرکز میں سے گزرتا ہو اور
اسکے مستوی میں ہو تو علی القیوم محوروں کے اصول سے

$$\frac{\pi \times \text{ص} ۱}{۲} = \text{مج} = ۲$$

$$\therefore \frac{\pi \times \text{ص} ۱}{۴} \times \pi \times \text{ص} ۱ = \frac{\pi \times \text{ص} ۱}{۴} = \text{مج}$$

یعنی اس صورت میں اس کا گردشی نصف قطر = $\frac{\pi \times \text{ص} ۱}{۴}$

یہ نتیجہ بھی پہلے کی طرح ہے لیکن فرق صرف اتنا ہے کہ کمیت کے بجائے رقبہ
لیا جائے۔



شکل ۱۷

فرض کرو کہ شکل ۱۷ میں جو سلاخ

دکھائی گئی ہے اس کا طول ۱ ہے ہم
پہلے دریافت کر چکے ہیں کہ اسکے جمود کا

$$\frac{۱}{۱۲} = \text{معیار اثر مرکز کے گرد}$$

اگر سلاخ کا عرض ب ہو اور گہرائی د، تو اس کے سرے کی جانب سے دیکھنے سے اس کے قطبی جمود کا معیار اثر مرکز کے گرد = رقبہ \times (گردشی نصف قطر)^۲

$$\text{لیکن اس کا رقبہ} = \text{ب د اور (گردشی نصف قطر)}^2 = \frac{د^2}{۱۲}$$

$$\therefore \text{اس کا قطبی جمودی معیار اثر مرکز کے گرد} = \frac{\text{ب د}^3}{۱۲}$$

$$\text{اگر اوپر سے لیا جائے تو مرکز کے گرد سطحی یا قطبی جمودی معیار اثر} = \frac{د^3}{۱۲}$$

اور اگر سامنے سے لیں تو اس کے مرکز کے گرد سطحی یا قطبی جمود کا معیار اثر

$$= \frac{ل ب^3}{۱۲}$$



Chapter I.

- (١) Properties of Matter "Wagstaff" P65 (1924)
- (٢) " " " " P69 (1924)
- (٣) Statics "Lamb" _____ P162 (1924)
- (٤) " " _____ P162 (1924)
- (٥) Properties of Matter "Newman & Searle" P23 (1928)

دوسرا باب

نظریہ اہنزاز

توانائی بالفعل :- فرض کرو کہ ایک جسم دائری دفع میں ایسے محور کے گرد گھومتا ہے جو اس کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔ اس جسم میں ایک ایسا ذرہ ق تصور کرو جس کا فاصلہ مرکز سے لا ہو اور اس کی کمیت کم کے مساوی ہو۔ فرض کرو کہ دوران گردش میں ذرہ کسی ایک بالکل چوٹے وقفہ فرو میں فاصلہ فرس طے کرتا ہے۔

$$\text{تو قوت} = \frac{\text{فرس}^2}{\text{فرو}^2} = \frac{\text{فر} (\text{کم لا فرطہ})}{\text{فرو}}$$



$$\text{اس کی قوت کا معیار اثر} = \frac{\text{فر} (\text{کم لا فرطہ})}{\text{فرو}}$$

لہذا اس کل جسم کے لئے جبکہ وہ گردش کر رہا ہے تمام

شکل ۱

قوتوں کا معیار اثر = جہت

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{ن}^2 (\text{فرض کرو})}{\text{فرو}^2} \\ &= \frac{\text{فر}^2}{\text{فرو}^2} \text{ کم لا} \end{aligned}$$

$$= \text{مجسنا} \dots \dots \dots (۱)$$

جہاں مجس = جمود کا معیار اثر اسکے مرکز کے گرد اور سن = زاویائی اسراع

اس ذرہ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} k \left(\frac{f}{\omega} \right)^2$

$$= \frac{1}{2} k \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2$$

لہذا اس پورے جسم کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} k \lambda^2 \left(\frac{f}{\omega} \right)^2$

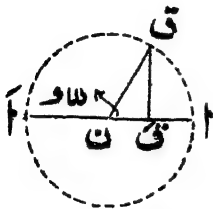
$$= \frac{1}{2} k \lambda^2$$

$$= \frac{1}{2} k \lambda^2 \dots (2)$$

جہاں m اس جسم کی کیت ہے۔ f اس کا گردش نصف قطر ہے اور λ

زاویائی رفتار۔

سادہ موسیقی حرکت: فرض کرو کہ ذرہ Q کیساں زاویائی رفتار سے ایک دائرہ کے محیط پر حرکت کر رہا ہے۔



شکل ۲

شکل ۲ میں دائرہ کا کوئی قطر AA' لو اور Q سے ایک خط $Q'Q$ کہینچو جو خط AA' کے علی القیام ہو۔ نقطہ Q' قطر AA' پر Q کا ظل کہلاتا ہے۔
ن دائرہ کا مرکز ہے۔

Q جب دائرہ کے محیط پر چکر لگائے گا تو نقطہ Q'

A پر N کے دائیں اور بائیں جانب حرکت کرے گا۔ اس نقطہ Q' کی حرکت اگر ایسی ہو کہ اس کا نقل مکان $Q'N$ (اس ہی راستہ پر) اس کے اسراع کے متناسب ہو اور اسراع ہمیشہ مرکز کی طرف عمل کرے تو Q' کی ایسی حرکت سادہ موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔

فرض کرو کہ Q کی کیساں زاویائی رفتار ω ہے۔ و ثانیوں کے بعد وہ زاویہ

θ طے کریگا۔ فرض کرو کہ $Q'N = \lambda$ تو $\lambda = v \sin \theta$ جہاں $v =$ دائرہ کا نصف قطر

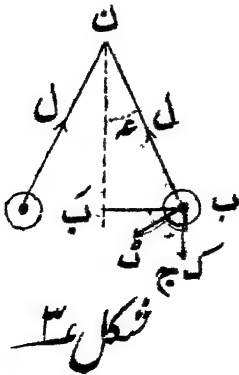
لہذا قی کا نقل مکان = لا = صی جم سوا و
 سبجرا سٹے قی کی رفتار = $\frac{\text{فیر لا}}{\text{فیر لا}} = \text{لا فرض کرو} = \text{صی سوا جب سوا و}$
 اور قی کا اسراع = $\frac{\text{فیر لا}}{\text{فیر لا}} = \text{لا فرض کرو} = \text{صی سوا جم سوا و}$

∴ اسراع = لا = لا سوا = لا لہ جہاں لہ = سوا
 یعنی اگر زاویہ رفتار کیاں ہو تو اسراع نقل مکان کے متناسب ہے۔
 اور اگر زاویہ رفتار مستقل ہو تو $\frac{\pi^2}{\omega} = \frac{\pi^2}{\omega}$ جہاں $\omega = \text{قی یا قی کا}$
 وقت دوران۔

$$\text{یعنی } \omega = \frac{\pi^2}{\omega} = \frac{\pi^2}{\omega} \quad (۳)$$

مثلاً اگر کسی سوال کے حل کرتے ہیں لا = لا لہ کی طرح کی مساوات
 آجائے تو یہ تصور کیا جائے گا کہ ذرہ سادہ موسیقی حرکت کر رہا ہے۔ اس کا وقت
 دوران $\omega = \frac{\pi^2}{\omega}$ آسانی سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

مثال کے طور پر ایک سادہ رقا ص پر غور کرو جو سادہ موسیقی حرکت کر رہا ہے۔
 فرض کرو کہ شکل ۳ میں ب ن ایک رقا ص ہے جس کی کمیت ک اور
 طول لی ہے۔ فرض کرو کہ رقا ص حالت سکون



سے کسی ایک وقت میں زاویہ عہ بناتا ہے رقا ص
 کا وزن ک ج نیچے کی جانب عمل کرے گا اور
 دوسری قوت تناؤ کی ہوگی جو ڈوری کے سمت میں
 عمل کرے گی۔ اب چونکہ ب ب ٹا، ب ن کے
 علی القوائم ہے، اس لئے ب ب ٹ کی سمت میں جو
 قوت عمل کرے گی وہ = ک ج جب عہ

$$\text{قوت = کمیت } \times \text{ اسراع} = \text{اسراع} \times \text{قوت} = \frac{\text{ک ج جب عہ}}{\omega} = \frac{\text{ک ج جب عہ}}{\omega}$$

جہاں ج = اسراع بوجہ جاذبہ زمین

اسلئے باٹا کی سمت میں عمل کرنیوالا اسراع = ج جب ع

= ج ع اگر ع بہت چھوٹا ہو

لہذا اسراع = لا = ج ع = $\frac{ج}{ل}$ جہاں لا = ب ب = نقل مکان
اب چونکہ یہ سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے۔

$$\therefore \text{وقت دوران} = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}} \quad (۴)$$

یہ ضابطہ اسی وقت صحیح ہے جبکہ ع بہت چھوٹا ہو
صحیح ضابطہ حسب ذیل ہے :-

$$۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}} \left(۱ + \frac{ع}{۱۶} \right)$$

جہاں ع = ہتزاز کا آدھا زاویہ، اس مساوات کو برنولی نے ۱۷۴۷ء میں
ثابت کیا۔

مرکب قاص :- شکل ۲ میں ایک مرکب قاص دکھایا گیا ہے جس کا وزن
ک ج ہے جو نیچے کی جانب عمل کر رہا ہے۔ فرض کرو
کہ اس کا مرکز جاذبہ ج ہے اور ن اس کا مرکز ہتزاز ہے۔ فرض کرو کہ دھاریدار
کنارے اور مرکز جاذبہ کے درمیان فاصلہ = ل

جب یہ قاص حرکت کرے گا تو جفت

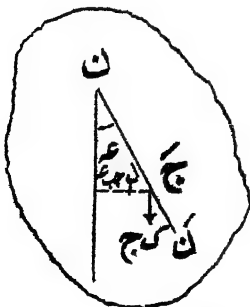
= قوت × عمودی فاصلہ

= ک ج ل جب ع

جہاں ع = انتصابی سمت اور ن کے

درمیان زاویہ

لیکن ہمیں یہ معلوم ہے کہ جفت = $\frac{۲}{۳} ج$ فاصلہ



شکل ۲

جہاں $\text{مج} = \text{جمود کا معیار اثر ایسے محور کے گرد جو ان میں سے گزرتا ہے اور جو کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ہے۔}$

$$\therefore \text{مج} \frac{\text{فر}^2 \text{عہ}}{\text{ک ج ل جب عہ}} = \text{ک ج ل عہ} \quad (\text{اگر عہ چھوٹا ہو})$$

$$\text{یعنی} \frac{\text{فر}^2 \text{عہ}}{\text{مج}} = \text{زاویہ اسراع} = \frac{\text{ک ج ل عہ}}{\text{ک ج ل عہ}} = \frac{\text{ک ج ل عہ}}{\text{ک ج ل عہ}}$$

جہاں $\text{ف} = \text{اسکا گردشی نصف قطر اس ہی محور کے گرد}$
 یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے۔ لہذا اس کا وقت
 دوران $\text{و} = \frac{\text{ف}}{\text{ک ج ل}} \pi^2 \dots (۵)$

اگر سادہ رقا ص اور اس کا وقت دوران مساوی ہو تو مساوات (۴) اور (۵) سے سادہ رقا ص کا طول $\text{ل} = \frac{\text{ف}}{\text{ک ج ل}}$ متوازی محوروں کے اصول سے چونکہ کسی محور پر ایک رقا ص کے جمود کا معیار اثر $= \text{اس محور کے متوازی محور پر کے جمود کے معیار اثر کے جو مرکز جاذبہ میں گزر رہا ہو} + \text{ک ل جہاں ل} = \text{ن ج} = \text{دونوں محوروں کے درمیان فاصلہ}$

$\therefore \text{ک ف} = \text{ک ط} + \text{ک ل}$ یعنی $\text{ف} = \text{ط} + \text{ل}$
 جہاں $\text{ط} = \text{گردشی نصف قطر ایسے محور کے گرد، جو ج میں سے گزر رہا}$

ہے اور جو کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ہے۔
 لہذا مرکب رقا ص کے لئے قسابطہ $\text{و} = \frac{\text{ل} + \text{ط}}{\text{ک ج ل}} \pi^2 \dots (۶)$

اگر مرکز ہمزان، ج سے منطبق ہو جائے تو $\text{ل} = \text{صفر}$ یعنی اس صورت میں وقت دوران لامتناہی ہو جاتا ہے۔
 و کی قیمت اقل ہونے کی شرط یہ ہے کہ $\frac{\text{ل} + \text{ط}}{\text{ک ج ل}}$ اقل ہونا چاہیے۔

$$\text{یعنی } \frac{ل^۲ - ل^۲ + ل^۲ + ل^۲ + ل^۲ + ل^۲}{ل} یا \frac{(ل - ط)^۲ + ل^۲ + ل^۲ + ل^۲ + ل^۲ + ل^۲}{ل} \text{ کی قیمت}$$

اقل ہونی چاہئے یا ل = ط ہونا چاہئے۔

$$\therefore \text{اقل قیمت دوران } \pi^۲ = ۹ \left[\frac{ط^۲}{ج} \right] \dots\dots\dots (۷)$$

فرض کرو کہ اوپر کی شکل ۷ میں مرکز اہتزاز ن ایسا لیا جاتا ہے کہ

$$\left. \begin{aligned} & \cancel{ن} \times \cancel{ن} \times ج = ف^۲ = ط^۲ + ن \times ج^۲ \\ & \text{یعنی } ج (ن - ن) = ط^۲ \\ & \text{یا } ن \times ج \times ج = ط^۲ \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (۸)$$

فرض کرو کہ بجائے ن مرکز اہتزاز کے ن ایسا لیا گیا ہے کہ

$$\begin{aligned} & ن \times ن \times ج = ف^۲ = ط^۲ + ن \times ج^۲ \\ & \text{لیکن اسی طریقہ سے } ن \times ج \times ج = ط^۲ \text{ یعنی } ن \times ج = ن \times ج \\ & \text{یعنی } ن \text{ اور } ن \text{ ایک دوسرے پر منطبق ہو جاتے ہیں۔} \end{aligned}$$

اب جبکہ ن مرکز اہتزاز ہے مرکب رقا ص کا مضابطہ :-

$$\pi^۲ = ۹ \left[\frac{ل^۲ + ط^۲}{ج} \right]$$

$$\therefore ل - \frac{ج \times ۹}{\pi^۲} + ل = ط^۲ = \text{صفر}$$

$$\therefore ل = \frac{ج \times ۹}{\pi^۲} - ط^۲$$

$$= گ + گ - گ \quad \text{فرض کرو}$$

یعنی ل کی دو قیمتیں ہیں جہاں کہ وقت دوران کی قیمتیں ایک ہوتی ہیں۔ اور

یہ دونوں قیمتیں مرکز جاذبہ کے ایک جانب ہیں۔ اسی طرح اگر رقا ص کو اولٹ

ویا جائے تو ہم کو اور دو قیمتیں حاصل ہوں گی پس اس سے ظاہر ہوا کہ ل کی

کنارے سے لٹکایا جاسکتا ہے۔

تجربہ میں بارہی باری سے سلاح کو ہر دوسرے سو راخ کے ذریعہ لٹکا کر ہر ایک کا وقت دوران دریافت کرو۔ سلاح کے مرکزہ جاذبہ کا فاصلہ ہر ایسے سو راخ سے دریافت کرو جہاں پر سلاح لٹکائی جاتی ہے۔ سلاح کا مرکزہ جاذبہ آسانی سے سلاح کو دہاریدار کنارے پر توازن میں لانے سے معلوم ہو سکتا ہے و کی مختلف قیمتوں کو مرکزہ جاذبہ اور سو راخوں کے درمیانی فاصلے کی متناظر قیمتوں کے مقابلہ میں مرقم کرو۔

ایک ایسا معنی حاصل ہوگا جو شکل ۶ میں دکھایا گیا ہے دونوں منحنیوں کے ماس ل م اور ل م کہینچو

چونکہ ان دونوں نقاط

م اور م پر وقت دوران

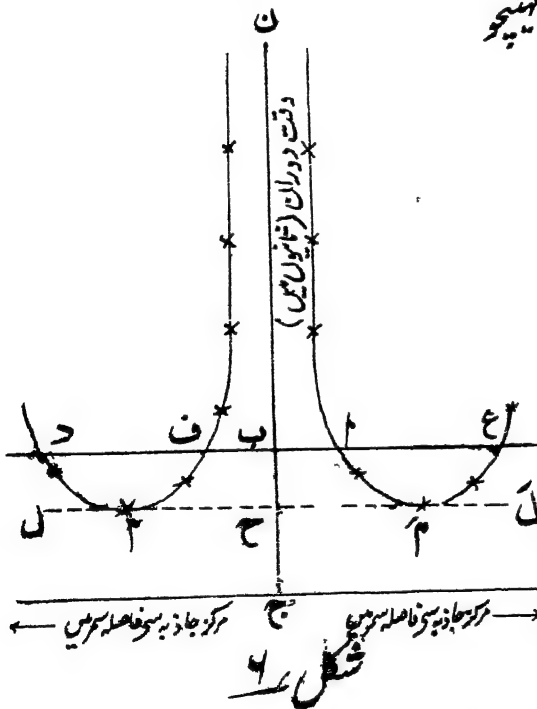
اقل ہیں۔

لذا $ح م = ح م$

$ل = ل$ ط

اور چونکہ اقل وقت دوران

$ح ج = و$



لہذا مساوات (۷) سے ج کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔

دوران تجربہ میں اقل وقت دوران و کے قریبی نقطوں کی قیمتیں بڑی احتیاط

سے متعدد دفعہ تقریبی مقام کے ہر ایک جانب لی جائیں۔ اگر ج کی قیمت

معلوم ہو تو ط کی قیمت دریافت کی جا سکتی ہے اور جمود کے معیار اثر (م) کی قیمت ایک ایسے محور کے گرد جو مرکز جاذبہ میں سے گزرے، صرف سلخ کو تول کر دریافت کی جا سکتی ہے۔

کیونکہ $م ط = ج$ جہاں $م =$ سلخ کی کمیت
 لا محور کے متوازی ایک خط $د ف ب ا$ ع کینچہ $د ف$ اور $ع$ پر
 وقت دوران و کی قیمت ایک ہی ہے اور $ب ج$ کے مساوی ہے۔ چونکہ
 $ف ب = ب ا$ اور $ب د = ب ع$ ۔

لہذا مساوات (۸) سے $ب د \times ب ا = ب ع \times ب ف = ط^۲$
 لہذا مساوی سادہ رقاص کا طول $ل = \frac{ب د \times ب ا}{ب د}$

$$= \frac{ب د (ب د + ب ا)}{ب د} = ب د + ب ا$$

∴ $ل = ب د + ب ا = ب ع + ب ف$ (۱۰)
 لہذا مساوات (۸) سے ج کی قیمت دریافت کی جا سکتی ہے۔

مثال (الف) ایک میٹری سلخ (ب) ۸ سمر قطر کا ایک قرص بطور
 رقاص علیحدہ علیحدہ لٹکائے گئے ہیں ان دونوں کے تقاطع تعلیق کے ایسے مقام
 دریافت کرو جہاں ہر ایک کا وقت دوران اقل ہو۔

(الف) اقل وقت دوران کی شرط یہ ہے کہ $ل = ط$
 لیکن سلخ کے جمود کا معیار اثر اس کے مرکز کے گرد $= \frac{۲ل}{۳}$
 $= م ط$ جہاں $م$ سلخ کی کمیت کو اور $ل$ اس کے طول کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\therefore ط = \sqrt{\frac{۲(۱۰۰)}{۱۲}} = \sqrt{\frac{۲ل}{۱۲}} = ل$$

∴ $ل = ۸.۸۴$ سمر یعنی سلخ کے مرکز جاذبہ سے نقطہ تعلیق کا فاصلہ
 ۸.۸۴ سمر ہونا چاہیے تاکہ وقت دوران اقل ہو۔

(ب) قرص کا جہودی معیار اثر مرکز کے گرد = $\frac{M}{V}$

جہاں $V =$ قرص کا نصف قطر اور $M =$ قرص کی کمیت

$$\therefore L = P = \left[\frac{M}{V} \right] = \left[\frac{M}{\pi r^2} \right] = \frac{M}{\pi r^2}$$

یعنی قرص کے مرکز سے r اور M اس کے فاصلہ پر نقطہ تعلیق کو ہونا چاہیے کہ

اس کا وقت دوران اقل ہو

کیٹر کا رفاص :- شکل ۷ میں ۲ ب ایک فولادی سلاخ ہے اور ن

اور ن دو دہاریدار کنارے ہیں جو مرکز جاذب کے دونوں جانب واقع ہیں۔ ق اور ق

دو بڑے استوائی ہیں جن میں سے ایک پتیل کا ہوتا

ہے اور دوسرا لکڑی کا۔ فرض کرو کہ ن اور ن پر وقت

دوران مساوی ہیں۔ اس صورت میں ن اور ن کا درمیانی

فاصلہ ایک ایسے سا دور قاص کے طول کے مساوی ہوگا

جس کا وقت دوران اس مرکب رفاص کے وقت دوران

کے مساوی ہے۔

اس رفاص کو پکتان کیٹر نے ۱۸۱۷ء میں گھڑی کے

رفاص کا طول دریافت کرنے کے لئے تیار کیا تھا،

ج ایک متحرک حلقہ ہے جس کو سلاخ پر اوپر یا نیچے

ہٹایا جاسکتا ہے تاکہ وقت دوران ن اور ن پر مساوی

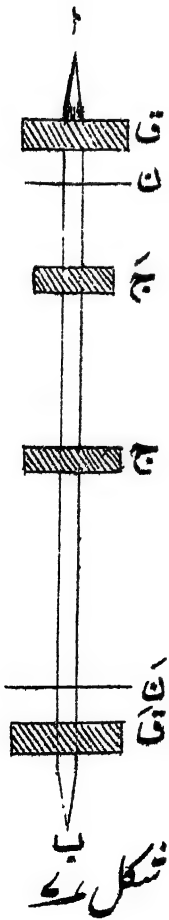
کئے جائیں۔

ج ایک چوٹا متحرک حلقہ جس کی مدد سے وقت دوران

کی قیمتوں کے درمیان چوٹے فرق کو رفع کیا جاتا ہے۔

لیکن دونوں دہاریدار کناروں پر وقت دوران کی

قیمتوں کو مساوی حاصل کرنا آسان نہیں۔ اس کے

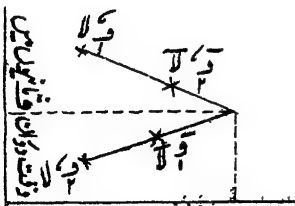


$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{(L_1 - L_2)^2} + \frac{P_1^2 + P_2^2}{(L_1 + L_2)^2} =$$

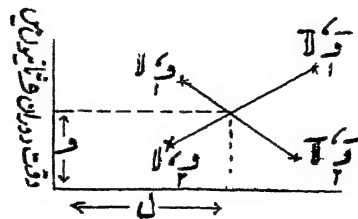
$$(11) \dots\dots\dots \frac{P_1^2 - P_2^2}{(L_1 - L_2)^2} + \frac{P_1^2 + P_2^2}{(L_1 + L_2)^2} = \frac{P_1^2}{J} \text{ یعنی}$$

رقاص کو دہراید اگر کنارے پر توازن میں لا کر L_1 اور L_2 دریافت کرنے کے بعد اس مساوات کے ذریعہ ہم J کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔
 دوسرا طریقہ :- اگر ہم کو صحیح وقت دوران (جو دونوں دہراید اگر کناروں پر بالکل مساوی ہونا چاہیے) معلوم ہو جائے تو سادہ رقص کا ضابطہ استعمال کرنے سے ہم J کی قیمت دریافت کر سکتے ہیں:-

فرض کرو کہ P_1 اور P_2 دونوں دہراید اگر کناروں L_1 اور L_2 پر وقت دوران ہیں اور L_1 اور L_2 کے درمیان فاصلہ L کو مساوی ہے اور P_1 تقریباً P_2 کے مساوی ہے۔ دہراید اگر کناروں کو ذرا سا ہٹاؤ اور فرض کرو کہ اب L_1 اور L_2 پر وقت دوران کی قیمتیں جو قریب قریب مساوی ہیں، P_1 اور P_2 کے مساوی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ L کے مساوی ہے۔ و اور L کے درمیان ترسیم شکل ۸ یا ۹ کے مطابق کیجیو۔



درمیانی فاصلہ L اس میں
 شکل ۸



درمیانی فاصلہ L اس میں
 شکل ۹

تقاط (وہ لا) اور (وہ لا) کو ملاؤ، اسی طرح (وہ لا) اور (وہ لا) کو ملاؤ نقطہ تقاطع سے صحیح وقت دوران اور صحیح طول لمبا ہو گیا۔ اور اس سے ج کی قیمت مساوات (۴) سے معلوم کی جاسکتی ہے تجربہ میں ہو اکی مزامت کی وجہ سے وقت دوران میں فرق واقع ہوتا ہے یعنی اس میں کسی قدر کمی ہوتی ہے۔

دوران تجربہ میں تپش بھی مستقل ہونی چاہیئے ورنہ تپش کے بڑھنے سے رفاص کا طول بڑھ جائے گا اور اس سے وقت دوران پر اثر پڑے گا۔ تجربہ میں وہ مقام جہاں رفاص سہارا جاتا ہے مضبوطی کے ساتھ جما دینا چاہیئے ورنہ تسری ارتعاشوں کی وجہ سے وقت دوران میں فرق ہونے کا احتمال ہے۔

رفا ص کی حرکت پر واسطہ کی لزوجت کا اثر صرف اتنا ہی ہوتا ہے کہ حیطہ ہتزاز کو چھوٹا کر دے، وقت دوران پر یہ اثر قابل لحاظ نہیں ہوتا۔ وقت دوران کو $(1 + \frac{g}{g_0})$ سے ضرب دینے سے اسکی تصحیح ہو جاتی ہے

یعنی $و = \frac{\pi^2}{g_0} (1 + \frac{g}{g_0})$ جہاں گ اسی ایک رقم ہے جو لزوجت

پر منحصر ہوتی ہے۔ لہذا لزوجت سے وقت دوران $و : 1 + \frac{g}{g_0}$ کی نسبت سے بڑھ جاتا ہے اور اس سے ظاہر ہے کہ و کی قیمت میں یہ بہت ہی قلیل اضافہ ہے چونکہ گ کی قیمت بالکل چھوٹی ہوتی ہے۔

عموماً گیٹر اور بورڈ کے رفاصوں میں $1 : 100$ کی نسبت سے ہتزاز کی قوس میں کمی تقریباً ۰.۰۵ ثانیوں میں واقع ہوتی ہے۔

دعا دیدار کناروں کے استخاک کی تصحیح ان کو آپس میں تبدیل کرنے کے بعد حسب معمول مشاہدات کو دہرانے سے ہو سکتی ہے۔

طریقہ انطباق :- کیٹر کے رقااص کے دونوں دہاریدار کناروں پر وقت دوران کی قیمتوں کو اس طرح ترتیب دو کہ یہ تقریباً مساوی ہو جائیں۔ رقااص کو دور بین سے دیکھو۔

ایک گھڑی کے ثانیہ رقااص کو برقی طریقہ سے اس طرح ترتیب دو کہ ٹیلیفون کے ”وصول کنندہ“ کے ذریعہ اسکی ”ٹیک ٹیک“ کی آواز صاف طور پر ہمیں سنائی دینے لگے۔

جس لمحہ میں کیٹر کے رقااص کا کوئی نشان زدہ نقطہ دور بین کے انتصابی صلیبی تار کے محاذی عین اسوقت پہنچے جبکہ گھڑی کی ”ٹیک“ ساتھ ہی سنائی دے، ٹکوں کو گنتنا شروع کرو۔ اس طرح متبادل ٹکوں کی آوازوں کو اتنی دیر تک گنتے جاؤ کہ کیٹر کے رقااص کے نشان زدہ نقطہ کا ”انتصابی صلیبی تار کے محاذی آنا“ بہر ٹیک کی آواز کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ اس امر کا لحاظ رکھو کہ گنتے کا عمل مسلسل رہے۔ فرض کرو کہ m دین متبادل ٹیک پر n واں انطباق ہوتا ہے۔ چونکہ ہر متبادل ٹیک کو شمار کیا گیا ہے اس وجہ سے اگر بالفرض کیٹر کے رقااص کا وقت دوران $2m$ ثانیوں سے کم ہے تو رقااص $2m$ ثانیوں میں $(m + n)$ مکمل ہتزاز کرے گا۔ اگر اس کا وقت دوران $2m$ ثانیوں سے زیادہ ہے تو $2m$ ثانیوں میں وہ $(m - n)$ مکمل ہتزاز کریگا۔

لہذا کیٹر کے رقااص کا صحیح وقت دوران $= \frac{2m}{m \pm n}$

اسی طرح دوسرے دہاریدار کنارہ سے وقت دوران دریافت کیا جاسکتا ہے۔ ہوا کی اُچھال کا اثر صرف یہ ہوتا ہے کہ اس کی وجہ سے رقااص کے جمود کے معیار اثر کی قیمت بڑھ جاتی ہے لیکن رقااص کی بیرونی شکل اس کے وسطی نقطہ کے متشکل بنائی جائے اور مرکز سے دونوں دہاریدار کناروں کا فاصلہ مساوی ہو تو ہوا کا اثر ذائل ہو جاتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ دونوں

مشاہدات میں ہٹائی ہوئی ہوا کی کمیت کیاں رہتی ہے۔

ان تمام تصحیحوں پر ہم تفصیل کے ساتھ بیان بحث کریں گے۔

اس سے قبل یہ ذکر ہو چکا ہے کہ شکل ۱ اور ۲
زاویہ اہتر از کی تصحیح :- میں زاویہ عم بہت چوٹا ہونا چاہیے ورنہ وقت دورا

و کی قیمت میں تصحیح کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس کے لئے شکل ۱ پر غور کر و فرض
کر کہ تا وقتہ کے بعد نا جج انتصابی سمت سے جو زاویہ بناتا ہے وہ ط
کے مساوی ہے، اس لمحہ میں جسم کی زاویائی رفتار = س = $\frac{\text{فرط}}{\text{فرت}}$ جج کی
گہرائی ن کے نیچے ل ج ط ہے۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ مرکز جاذبہ اپنے ابتدائی
مقام سے بقدر ل (جم ط - جم عم) نیچے اتر آیا ہے۔ لہذا جاذبہ زمین سے
اسپر جو کام ہوا = ک ج ل (جم ط - جم عم)

لیکن مساوات (۲) سے جسم کی توانائی بالفعل

$$= \frac{1}{2} م ج س^2 = \frac{1}{2} م ک ج ل (جم ط - جم عم) \quad (1)$$

لیکن توانائی بالفعل = کام جو کیا گیا

$$\therefore ک ج ل (جم ط - جم عم) = \frac{1}{2} م ک ج ل (جم ط - جم عم) \quad (2)$$

$$\therefore ک (جم ط - جم عم) = \frac{1}{2} م (جم ط - جم عم) \quad (3)$$

لیکن مساوات (۵) اور (۶) سے :- $ک = ل + ط$

$$\therefore (ل + ط) (جم ط - جم عم) = \frac{1}{2} م (جم ط - جم عم) \quad (4)$$

$$اسکو نکالنے سے :- \int_{صفر}^{جم ط} (ل + ط) (جم ط - جم عم) = \frac{1}{2} م \int_{صفر}^{جم ط} (جم ط - جم عم) \quad (5)$$

جہاں و وقت دوران ہے

$$\therefore \frac{1}{2} م (ل + ط) (جم ط - جم عم) = \frac{1}{2} م \int_{صفر}^{جم ط} (جم ط - جم عم) \quad (6)$$

اب جب $\frac{\pi}{2} = \text{جب } \frac{\pi}{2}$ جب نہ، رکھو جہاں نہ = کوئی خاص زاویہ (فرض کرو)

اس کو تفرق کرنے سے :- جم $\frac{\pi}{2}$ فر $\frac{\pi}{2} = \text{جب } \frac{\pi}{2}$ جم نہ فر نہ
 $\therefore \text{فر } \frac{\pi}{2} = \frac{2 \text{ جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ فر نہ}}{\text{جم } \frac{\pi}{2}} \dots \dots \dots (۲)$

$$\text{اور } \left[\text{جب } \frac{\pi}{2} - \text{جب } \frac{\pi}{2} \right] = \left[\text{جب } \frac{\pi}{2} (۱ - \text{جب } \frac{\pi}{2}) \right]$$

$$= \left[\text{جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} \right]$$

$$= \text{جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} \dots \dots \dots (ب)$$

ان مساواتوں (۱) اور (ب) کو اس تکمیل میں درج کرتے ہیں :-

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \cdot \left[\frac{\text{ج ل}}{\text{ط ل} + \text{ط ل}} \right] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \text{ فر نہ}}{\text{جم } \frac{\pi}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \text{ فر نہ}}{\text{جب } \frac{\pi}{2} (۱ - \text{جب } \frac{\pi}{2})}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \text{ فر نہ}}{\text{جب } \frac{\pi}{2} (۱ - \text{جب } \frac{\pi}{2})}$$

$$\therefore = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right]}{\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right]} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(۱ + \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} \right)$$

$$+ \frac{۳}{۸} \text{ جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} + \dots \dots \dots (فر نہ)$$

$$= \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{۱}{۲} \text{ جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} + \frac{۹}{۶۴} \text{ جب } \frac{\pi}{2} \text{ جم نہ} + \dots \right) \right]$$

$$\sqrt{\pi^2 = \frac{(1 + \frac{1}{m})}{\frac{2}{L} + \frac{2}{P}}} \quad \text{جب } \frac{1}{m} = \frac{1}{2}$$

اگر عدد بہت چھوٹا ہو تو

$$\sqrt{\pi^2 = 9} \quad \left(\frac{2}{14} + 1 \right) \frac{2}{L} + \frac{2}{P}$$

ہوا کی تصحیح :- چونکہ رقا ص بجائے خلا کے ہوا میں ارتعاز کرتا ہے اسلئے ہوا کی وجہ سے جو اثرات مرتب ہوتے ہیں ان کی تصحیح ضروری ہے۔ نیوٹن کے خیال کے مطابق کیٹر نے صرف اوجھال کے اثر کو ملحوظ رکھا جس کی وجہ سے رقا ص کے وزن میں کسی قدر کمی واقع ہوتی ہے۔ ہوا اور رقا ص کے حاصل جفت کو مد نظر رکھ کر اس نے حسب ذیل مساوات فرض کی :-

$$\frac{\text{فرد}^2}{\text{فرد}^2} = \frac{\text{رک} - \text{ک} (ج ل ا)}{\text{ک} (ل + 2 ط)}$$

جہاں ک = ہوا کی کمیت جو رقا ص سے ہٹائی جاتی ہے
یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے۔

$$\sqrt{\pi^2 = \frac{\text{رک} (ل + 2 ط)}{\text{ج ل (رک - ک)}}} \quad \text{∴ وقت دوران} = \sqrt{\pi^2 = \frac{\text{ل} + 2 ط}{\text{ج ل (رک - ک)}}}$$

ک کی قیمت کرے کی تپش پر ہوا کی کثافت اور رقا ص کے حجم سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$\frac{L^2 + P^2}{L(L - K)} = \text{اس صورت میں سادہ معادل رقا ص کا طول}$$

بسل نے یہ دکھایا کہ ہوا کا اثر اور زیادہ پیچیدہ ہوتا ہے۔ حاصل اسراع پیدا کرنے والی قوت نہ صرف رقا ص پر عمل کرتی ہے بلکہ واسطہ کے ملے ہوئے حصوں پر بھی اسکا اثر پڑتا ہے اور اس کی وجہ سے توانائی کی مساوات کا ہر حصہ متاثر ہوتا ہے۔

لہذا اس صورت میں توانائی کی مساوات حسب ذیل ہو جاتی ہے :-

$$\frac{1}{2} K (L^2 + P^2) = K \int \text{جم طہ} + \text{گ}$$

جہاں گ ہوا کی صورت میں ایک مستقل ہے یہ فرض کرتے ہوئے کہ جسم کی بیرونی شکل اور رفتار کی وجہ سے گ میں جو کمی واقع ہوتی ہے وہ نظر انداز کئے جانے کے قابل ہے۔

ظاہر ہے کہ ہوا کے ہر محرک ذرہ میں توانائی بالفعل پیدا ہوتی ہے۔ اگر کسی ایک ذرہ کی کمیت فرک اور اسکی رفتار مسا ہو تو واسطہ کے متاثرہ حصہ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} K \text{ فرک} \cdot \text{س}^2$

لہذا اس مساوات کے داہنی جانب میں جو رقا ص کی توانائی بالفعل کو تعبیر کرتی ہے، اتنی مقدار کا اضافہ ہونا چاہیئے۔

مساوات کے بائیں جانب میں $\frac{1}{2} K \int \text{جم طہ}$ کے مساوی کمی کرنا ہوگا جہاں رقا ص کے مرکز تعلیق اور ہوائی ہوا کے مرکز جاذبہ کے درمیان فاصلہ ہے۔

$$\therefore \frac{1}{2} K (L^2 + P^2) = K \int \text{فرک} \cdot \text{س}^2 + \text{گ}$$

$$= ۲ \text{ ج (ک ل - ک س) جم ط + گ جہاں گ} \\ = ۲ \text{ گ فرض کرو}$$

مکمل کی سزا فرک کی قیمت دریافت نہیں کی گئی ہے لیکن ہم یہ فرض کر سکتے ہیں کہ رفاص جب حرکت کرتا ہے تو ہوا کا ہر ذرہ بھی حرکت کرتا ہے جسکی وجہ سے رفاص سزا فرط کے متناسب ہوتی ہے اور ذرہ کو مقام اور جسم کی شکل پر منحصر ہوتی ہے۔

∴ سزا فرک = کھ (فرط) جہاں ہ ایک مستقل ہے۔

$$∴ \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرٹ}} \right) \text{ ک} \{ \text{ل} + \text{ط} + \frac{\text{ک}}{\text{س}} \} \\ = ۲ \text{ ج (ک ل - ک س) جم ط + گ}$$

اسکو تفرقائے سے :-

$$۲ \text{ فرط ط ک} \{ \text{ل} + \text{ط} + \frac{\text{ک}}{\text{س}} \} \text{ھ}$$

$$= ۲ \text{ ج (ک ل - ک س) جب ط}$$

اگر ط بہت چھوٹا ہو تو جب ط ط

اور یہ ایک سادہ موسیقی حرکت ہے

$$\frac{\text{ل} + \text{ط} + \frac{\text{ک}}{\text{س}}}{\text{ج (ک ل - ک س)}} \quad \Pi ۲ = ۱ \quad \text{وقت دوران}$$

$$\frac{(\text{ل} + \text{ط} + \frac{\text{ک}}{\text{س}})}{(\text{ک ل - ک س})} = \text{اور سادہ معادل رفاص کا طول}$$

اس ھ کی قیمت تجربہ سے ہوا کے لئے مستقل ثابت ہوئی ہے۔

ایک ایسے رفاص کے لئے جو اٹایا جاسکتا ہو، فرض کرو کہ ھ اور ۲

دو دہارید ارکناروں کے گرد وقت دوران کی قیمتیں ہیں اور مرکز جاذبہ کے متناظر
 قاصے $ل_۱$ اور $ل_۲$ ہیں تب $\frac{ج}{۲\pi m} = \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲ + ل_۱ ل_۲}{ل_۱ (ل_۱ - ل_۲) \cdot \frac{س_۱}{ل_۱}}$
 یہ جوئی مقداروں کے حاصل ضرب کی قیمتوں کو نظر انداز کرتے ہوئے :-

$$\frac{ج}{۲\pi m} = \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۱} + \frac{ل_۱ ل_۲}{ل_۱} \left(\frac{س_۱}{ل_۱} \cdot \frac{ک}{ل_۱} \right) + \frac{س_۱}{ل_۱}$$

ایسی طرح :- $\frac{ج}{۲\pi m} = \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۲} + \frac{ل_۱ ل_۲}{ل_۲} \left(\frac{س_۲}{ل_۲} \cdot \frac{ک}{ل_۲} \right) + \frac{س_۲}{ل_۲}$
 ایک کو دوسرے سے تفریق کرتے سے :-

$$\frac{ج}{۲\pi m} (ل_۱ - ل_۲) = (ل_۱ - ل_۲) \left(\frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۱} - \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۲} \right) + \frac{س_۱}{ل_۱} \left(\frac{ک}{ل_۱} - \frac{ک}{ل_۲} \right) - \frac{س_۲}{ل_۲} \left(\frac{ک}{ل_۱} - \frac{ک}{ل_۲} \right) + (س_۱ - س_۲)$$

سادہ معادل رقا ص کا طول تقریباً $ل = \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۱} = \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۲}$

ل کی قیمت ان مقداروں کے لئے لکھنے اور $(ل_۱ - ل_۲)$ سے کل اوپر کی
 مساوات کو تقسیم کر بیٹھتے :-

$$\textcircled{5} \frac{ج}{۲\pi m} (ل_۱ - ل_۲) = (ل_۱ - ل_۲) \left(\frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۱} - \frac{ل_۱^۲ + ل_۲^۲}{ل_۲} \right)$$

$$+ \frac{س_۱ - س_۲}{ل_۱ - ل_۲} \left(\frac{ک}{ل_۱} - \frac{ک}{ل_۲} \right)$$

بائیں جانب کے مقادیر تصحیح کے رقوم ہیں $(س_۱ - س_۲)$ کی قیمت حسابی طریقہ

سے دریافت کی جاسکتی ہے۔ آخری جز، ایک ہی ناپ اور شکل کے دو رقا صوں کی مدد سے، جن کی کمیتیں مختلف ہوں، دریافت کیا جاسکتا ہے۔ ص اور ص کی قیمتیں دریافت کرنی ہوں تو دونوں مساواتوں کو حل کرنا ہوگا۔ اگر رقا ص کی شکل ایسی ہو کہ وہ درمیانی نقطہ پر تشاکل ہو تو ص = ص اور ص = ص، اور ہو آ کی تصحیح ساقط ہو جاتی ہے۔ ایسے رقا ص کو جو ان شرائط کو پورا کرتا ہو پہلے پہل رسالہ نے بنایا اور اسکو شکل ص میں دکھایا گیا ہے۔



ایک سلاخ دو حلقوں ص اور ص میں جوڑ دی جاتی ہے۔ ان حلقوں میں دو چھوٹی سلاخیں جن کے سروں پر دھاریدار کنارے ص اور ص ہوتے ہیں، پیچ کے ذریعہ دی جاتی ہیں اور ان کے ساتھ دو اسطوانے ۱ اور ۲ لگے ہوئے ہوتے ہیں ان میں سے ایک ٹھوس اور دوسرا کھوکھلا ہوتا ہے ان اسطوانوں کو سلاخ کے کسی مقام پر، اوپر یا نیچے کی جانب ہٹا کر پیچ کے ذریعہ جکڑ دیا جاسکتا ہے اور اس طرح ص اور ص کے گرد وقت دوران کی قیمتیں تقریباً مساوی کی جاسکتی ہیں۔

دھاریدار کناروں کا انحناء :- اگر دھاریدار کنارے اچھی طرح تیز نہ ہوں

تو دھاریدار کنارہ کے (اپنے سہارے کے ساتھ) پھسلوانے کا عمل تھامس کی وجہ سے، رقا ص اہتزاز کرتا ہے۔

فرض کرو کہ دھاریدار کنارے ص اور ص نصف قطر کے اسطوانے ہیں شکل ص میں ق کو ایک دھاریدار کنارے کے (جس کا نقطہ تماس گ ہے) انحناء کا مرکز فرض کیا گیا ہے۔ مرکزہ جاذبہ ج، دھاریدار کنارہ سے لے فاصلہ پر ہے۔

$$\frac{ج}{\pi^2} = \left\{ \frac{ل_1 - ل_2}{ل_1 - ل_2} \right\} = (ل_1 + ل_2) + \frac{ل}{ل_1 - ل_2} (ص_1 - ص_2)$$

ان دونوں مساواتوں کو جمع کرنے سے $ص_1$ اور $ص_2$ کی قیمتیں ساقط ہو جاتی ہیں،
درجہ $ص_1$ اور $ص_2$ کی قیمتیں دریافت کرنی ہوں گی۔

اگر سہارے میں ایک ثابت دہاریدار کنارہ اور قاص پرستوی بزرگ ہو تو
 $ص_1 = ص_2$ لہذا اس صورت میں کسی تصحیح کی ضرورت نہیں۔

سہارا اگر مضبوطی کے ساتھ نہ جایا گیا ہو، تو قاص کی
سہارے کی حرکت :- حرکت کے ساتھ مجبوراً خود بھی ضرور حرکت کرنے لگے گا
سہارے کی اس حرکت کو انتصابی و افقی اجزاء میں تحلیل کیا جاسکتا ہے، لیکن مؤخر الذکر
کا اثر وقت دوران پر زیادہ ہوتا ہے اور انتصابی کا بالکل کم ہوتا ہے، اسلئے یہ ضروری
ہے کہ سہارے کو خصوصاً عرضی سمت میں، مضبوطی کے ساتھ جمادیا جائے۔
شکل ۱۲ میں ایک دہاریدار کنارہ کا نقطہ تعلیق فرض کروں ہے اور مرکز جاذبہ پر۔
جہاں $ل_1 = ل_2$

فرض کرو کہ سہارا، افقی سمت میں فی اکائی قوت، بقدر
عم حرکت کرتا ہے۔

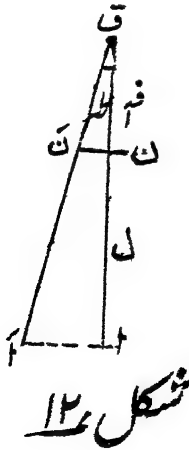
$$ل_1 کی سمت میں اسراع = ل_1 \frac{فرت^2}{فرت}$$

$$لہذا قوت ل_1 کی سمت میں = کل \frac{فرت^2}{فرت}$$

$$لیکن \frac{فرت^2}{فرت} = \frac{ج ل_1 ط}{ل_1 ط + ل_2 ط}$$

$$لہذا سہارے پر قوت = \frac{ک ج ل_1 ط}{ل_1 ط + ل_2 ط}$$

$$یونکہ \frac{ل_1 ط + ل_2 ط}{ل_1 ط} = \frac{ل_1 ط + ل_2 ط}{ل_1 ط} = ل$$



$$\therefore \text{ط} = \frac{\text{ل} \text{ ل} \text{ ل}}{\text{ک ج ل ط}} \quad \therefore \text{سہارے پر قوت} = \frac{\text{ک ج ل ط}}{\text{ل} + \text{ل}}$$

لیکن اکائی قوت کے لئے سہارہ عہ کے مساوی حرکت کرتا ہے۔
 \therefore اس قوت کے لئے سہارہ جتنی حرکت کریگا = $\frac{\text{ک ج ل ط}}{\text{ل} + \text{ل}}$ عہ
 لیکن اس قوت سے سہارہ زاویائی نقل مکان طہ کے لئے بقدر $\frac{\text{ل} + \text{ل}}{\text{ن}}$ حرکت کرتا ہے۔
 لہذا $\frac{\text{ک ج ل ط}}{\text{ل} + \text{ل}} \cdot \text{عہ} = \text{ن ن}$

$$\text{لیکن ن ن} = \text{فہ طہ} \quad \therefore \text{فہ} = \frac{\text{ک ج عہ ل}}{\text{ل} + \text{ل}}$$

اور مرکز ہمتزار قہ تک اونچا کر دیا گیا ہے۔

$$\text{لہذا وقت دوران کے لئے: } \frac{\text{ج و ل}}{\pi \text{ م}} = \frac{(\text{ل} + \text{فہ} + \text{ط})}{(\text{ل} + \text{فہ})} \quad \text{ط} = \frac{\text{ل} + \text{فہ} + \text{ط}}{\text{ل} + \text{فہ}}$$

دوسرے دھاریدار کنارے کے لئے:-

$$\frac{\text{ج و ل}}{\pi \text{ م}} = \text{ل} + \text{فہ} + \frac{\text{ط}}{\text{ل} + \text{فہ}} \quad \therefore \text{ایک کو دوسرے میں سے تفریق کرنے سے:-}$$

$$\left\{ \frac{\text{و ل} - \text{و ل}}{\text{ل} - \text{ل}} \right\} \frac{\text{ج}}{\pi \text{ م}}$$

$$= \left\{ \frac{\text{ل} + \text{فہ} + \text{ط}}{\text{ل} + \text{فہ}} - \frac{\text{ل} + \text{فہ} + \text{ط}}{\text{ل} + \text{فہ}} \right\} \frac{\text{ج}}{\pi \text{ م}} =$$

اگر جسم کو ٹھکانے کے بغیر دُوری کا صحیح طول ل کے مساوی ہو اور اُسکو ٹھکانے کے بعد اس میں اضافہ طول = ۲ تو ہو کہ کے کلیہ کی رو سے دُوری میں تناؤ یا زور = ۲ ج = ۱ جاں ی = دُوری کے مادہ کا نیک کا معیار یکاب اب اگر جسم بہت زیادہ زور ہو اور کچھ وقت میں فاصلہ لا اپنے پہلے مقام سے نیچے اتر جائے تو دُوری میں زور یا تناؤ = ۱ + لا ی

اور دوسری قوت یا زور جو عمل کبر یا ہر = م ج

$$\therefore \text{حاصل قوت} = \frac{m(1+l)}{l} - m$$

$$\frac{1}{u} \text{ s} - \frac{(u+1)}{u} \text{ s} =$$

$$\frac{5}{1} =$$

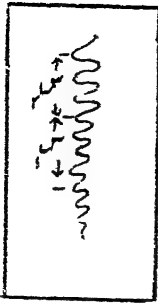
$\frac{v_1}{v_2} = \frac{f_2}{f_1}$
 ، $\frac{v_1}{v_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_2}{f_1}$

یہ سادہ مینوفی حرکت کی مساوات ہے۔

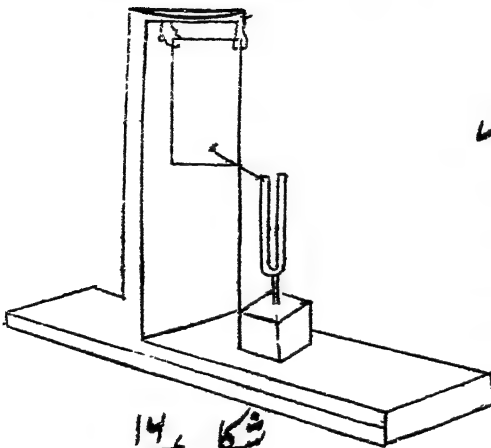
$$\frac{1}{\sqrt{\frac{y}{\mu}}} \quad \pi 2 = 2$$

∴ وقت دوران = $\pi 2 = 2$

∴ وقت دوران = $\frac{2\pi}{\omega}$ اور چونکہ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ∴ $\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ (۱۳)



اگر تختی کو گردایا جائے تو اس پر موجی شکل کا ایک منحنی بنے گا جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے فرض کرو کہ ۱ تعداد کی موجوں کے لئے تختی نے جو فاصلہ طے کیا = س اور اسی ۱ موجوں کے لئے فرض کرو کہ تختی کے دوسرے حصہ میں جو فاصلہ طے کیا گیا



شکل ۱۴

$$وہ = س +$$

$$س + \frac{1}{2} س = س$$

$$+ \frac{1}{2} ج \left(\frac{1}{2} س \right) \text{ جہاں } س$$

$$= \text{ابتدا میں تختی کی رفتار}$$

$$\text{جبکہ پہلی ۱ موجیں بنی تھیں}$$

$$\therefore ۲ س = ۲ س$$

$$+ ج \left(\frac{1}{2} س \right)$$

$$\text{اور } س + س$$

$$= س \left(\frac{1}{2} س \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} ج \left(\frac{1}{2} س \right)$$

$$\therefore س - س = ج \left(\frac{1}{2} س \right) - \frac{1}{2} ج \left(\frac{1}{2} س \right)$$

$$= ج \left(\frac{1}{2} س \right) (۲ - ۱) \therefore س - س = ج \left(\frac{1}{2} س \right)$$

$$\therefore ج = \frac{س}{۲} (س - س) \dots \dots (۱۴)$$

سطح زمین پر ج کی قیمت کا تغیر :-

۱۹۷۲ء میں ریشتر نامی شخص نے پہلی دفعہ یہ ثابت کیا کہ مختلف مقامات

پر ج کی قیمت مختلف ہوتی ہے۔ چونکہ زمین اپنے محور پر گردش کرتی رہتی ہے اس وجہ سے اسکی سطح پر مختلف اشیاء میں اس امر کا تقاضا ہوتا ہے کہ

زمین کی سطح سے علیحدہ ہو کر دور پھینکے جائیں۔ یہ تقاضا خطِ استوا پر اعظم ہوتا ہے جہاں کہ گردش کی رفتار اعظم ہوتی ہے اور قطبوں کے قریب یہ اقل ہوتا ہے چونکہ زمین کے خطِ استوا کا نصف قطر قطبی نصف قطر سے بہت بڑا ہے لہذا جو اشیا خطِ استوا پر واقع ہیں انکا فاصلہ زمین کے مرکز کمیت سے بہ نسبت قطبوں پر واقع ہونے والی اشیا کے فاصلہ کے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ اسی وجہ سے خطِ استوا پر جاذبہ کی قوت کسی کمیت پر قطبوں کی بہ نسبت کم ہوتی ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ ج کی قیمت خطِ استوا پر کم اور قطبوں پر زیادہ ہوتی ہے۔

۱۸۴۳ء میں کلیبرو نے یہ ثابت کیا کہ کسی عرض البلدہ پر ج کی قیمت کی تعبیر ذیل کی مساوات سے ہوتی ہے :-

$$ج = \left(۱ + \left(\frac{۵}{۶} ک - مہ \right) \sin^2 \phi \right)$$

جہاں ج = خطِ استوا پر ج کی قیمت

ک = $\frac{\text{قوت مرکز گرہیہ خطِ استوا پر}}{ج}$

مہ = $\frac{\text{استوائی اور قطبی نصف قطروں کا فرق}}{\text{استوائی نصف قطر}}$

۱۸۴۳ء میں ہمرٹ نے صحیح ضابطہ دریافت کیا جو آجکل بھی معیاری تصور کیا جاتا ہے۔

ج = ۹۷۸۵۰۰ (۱ + ۰.۵۳۱ .. عیب لہ)

سر جانچ ایرمی وغیرہ نے یہ ثابت کر دکھایا کہ ایک ہی مقام پر ج کی قیمت زمین سے مختلف بلندیوں پر بدلتی رہتی ہے۔ کسی پہاڑ کی چوٹی پر

سطح سمندر کے مقابلہ میں ج کی قیمت کم ہوتی ہے اسکی وجہ یہ ہے کہ زمین کا مرکز ہی حصہ بالائی حصہ کی بہ نسبت زیادہ کمثیف ہے۔ لہذا کسی کان کے اندر ج کی قیمت بلند مقامات کی بہ نسبت زیادہ ہوگی۔ ایوان تجارت نے حسب ذیل ضابطہ معین کیا ہے۔

یہ فرض کرتے ہوئے کہ زمین ۱ نصف قطر کا ایک کمرہ ہے۔

$$\text{رج} = ۹۸۰.۵۴۲ (۱ - ۰.۰۲۵۷ \text{ جمہ } ۲۵۷) \left[۱ - \frac{۵}{۴۴} \text{ ب } \right]$$

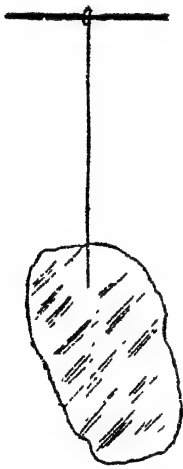
جہاں رج = ج کی قیمت عرض البلد اور سطح سمندر سے بلندی ب پر

زمین کے مختلف مقامات پر ج کی قیمت حسب ذیل ہے:-

مقام	عرض البلد	ج سمرقی ثانیہ فی ثانیہ
خط استوا	۰ - ۰	۹۷۸.۵۱۰
مدراس	۱۳ - ۱۴	۹۷۸.۵۲۹
حیدرآباد دکن	۱۷ - ۲۵	۹۷۸.۵۳۰
کلکتہ	۲۲ - ۲۳	۹۷۸.۵۴۷
کیپ ٹاؤن	۳۳ - ۳۴	۹۷۹.۵۶۴
ٹوکیو	۳۵ - ۳۶	۹۷۹.۵۹۵
ملبورن	۳۷ - ۵۰	۹۷۹.۵۹۸
نیویارک	۴۰ - ۴۴	۹۸۰.۵۲۲
پیرس	۴۸ - ۵۰	۹۸۰.۵۹۴
لندن	۵۱ - ۴۱	۹۸۱.۵۱۹

مقام	عرض البلد	ج سمرنی ثانیہ فی ثانیہ
کیمبرج	۵۲ - ۱۳	۹۸۱۵۲۵
اڈنبرا	۵۵ - ۵۶	۹۸۱۵۵۸
قطب شمالی	۹۰ - ۰	۹۸۳۵۲۱

مروڑی اہتزاز ہے۔
فرض کرو کہ ایک جسم دائری وضع میں اہتزاز کر رہا ہے یعنی مروڑی اہتزاز



شکل ۱۷

ہو رہا ہے۔
اگر یہ کسی وقت t میں زاویہ θ گھومے تو جفت

$$= \text{مج} \frac{r^2}{r}$$

اور یہ جفت $= \text{ٹ} \theta$ جہاں $\text{ٹ} = \text{مروڑ کا جفت}$

فی اکائی زاویہ

$$\therefore \text{مج} \frac{r^2}{r} = \text{ٹ} \theta$$

 یعنی زاویہ اسراع $= \frac{\text{فر}^2}{\text{فر} \theta} = \frac{\text{ٹ} \theta}{\text{مج}}$

اور چونکہ یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات

ہے اس لئے وقت دران $\pi \sqrt{\frac{\text{مج}}{\text{ٹ}}}$

Chapter II.

- (١) Advanced Practical Physics "Worsnop & Flint" P69 (1927)
- (٢) " " " " P71 (1927)
- (٣) Properties of Matter "Poynting & Thomson" P14 (1922)
- (٤) Properties of Matter "Newman & Searle" P43 (1928)
- (٥) " " " " P46, (1928)
- (٦) " " " " P49, (1928)
- (٧) Properties of Matter "Wagstaff" P85 (1928)
- (٨) Phil. Trans 40, 19 (1737)
- (٩) Properties of Matter "Wagstaff" P142, (1924)

محمد حسين الدين

تیسرا باب

قوت جاذبہ کا مستقل

نیوٹن کا کلیہ جاذبہ :- اگر دو جسموں کی کمیت k_1 اور k_2 ہو اور ان کے درمیان فاصلہ r تو دونوں کے درمیان کشش کی قوت $F = \frac{k_1 k_2}{r^2}$ یعنی $F = \frac{k_1 k_2}{r^2}$ جہ $k_1 k_2$

جہ جاذبہ کا مستقل کہلاتا ہے۔ کیونڈش، بانز، جولی، اور پوائنٹنگ وغیرہ نے جہ کی قیمت تجربہ کوذریعہ دریافت کی ہے۔

نیوٹن کے شہرہ آفاق کلیہ کی رو سے کسی k_1 کمیت کا اسراع کسی دوسرے جسم کی طرف $F = \frac{k_1 k_2}{r^2}$ جہ $k_1 k_2$ اس نتیجہ کی مدد سے ہم مختلف اجرام سماوی کی کمیتیں بہ آسانی دریافت کر سکتے ہیں۔

مثلاً فرض کرو کہ چاند کی زاویہ زقار θ اور اس کا فاصلہ زمین سے r اور m = سورج کی کمیت M = زمین کی کمیت اور R = زمین کی زاویہ زقار اور $F =$ زمین کا فاصلہ سورج سے اس صورت میں چاند کا اسراع زمین کی طرف $F = \frac{M m}{r^2} \times \frac{R}{r}$

$$= \frac{F \times R}{r^2} \quad (1)$$

اور زمین کا اسراع سو بج کی طرف = $\frac{f_1}{f_2} \times \frac{v_1}{v_2}$

$$(۲) \dots\dots\dots = \frac{f_1}{f_2} \times \frac{v_1}{v_2}$$

مساوات (۱) کو (۲) سے تقسیم کرتے سے :-

$$\frac{f_1}{f_2} \times \frac{v_1}{v_2} = \frac{f_1}{f_2} \times \frac{v_1}{v_2}$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\left(\frac{345}{24}\right) \cdot \left(\frac{220000}{920000}\right) =$$

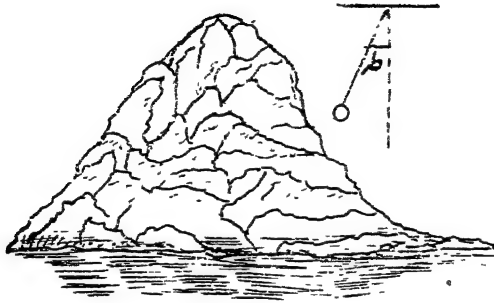
$$\frac{1}{3} =$$

لیکن ہمیں یہ معلوم ہے کہ زمین کا وزن تقریباً 10×10^{25} پونڈ ہے
لہذا سو بج کا وزن تقریباً $10 \times 10^{25} \times 300000 =$
 $10 \times 300000 =$ پونڈ

زمین کی کمیت کسی پہاڑ کی کمیت کے رقوم میں :- کسی پہاڑ کے کنارے کے قریب ایک چھوٹا سا گولہ لٹکا دیا جائے تو پہاڑ کی کشش کی وجہ سے ایک افقی قوت گولہ کو اس کی طرف جذب کرے گی اور قوت جاذبہ زمین اس کو نیچے کی جانب انتہائی سمت میں کھینچے گی، لہذا گولہ جس دوری سے بندھا ہوا ہو گا یہ دوری ان دونوں قوتوں کی حاصل سمت اختیار کرے گی۔ اگر انتہائی سمت سے دوری زاویہ طہ بنائے تو

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

جہاں ق = پہاڑ کی کشش کی وجہ افقی قوت
 ق = جاذبہ زمین کی وجہ انتصابی قوت
 فرض کرو کہ کپ پہاڑ کی اور م گولہ کی کمیت ہے۔ پہاڑ کی کشش کے مرکز سے گولہ کا



فاصلہ = ف، اور
 زمین کی کمیت م ہے
 اور زمین کے مرکز کا
 فاصلہ گولہ سے = ص

$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{ص} \quad \text{اور} \quad \frac{ق}{م} = \frac{ق}{ص}$$

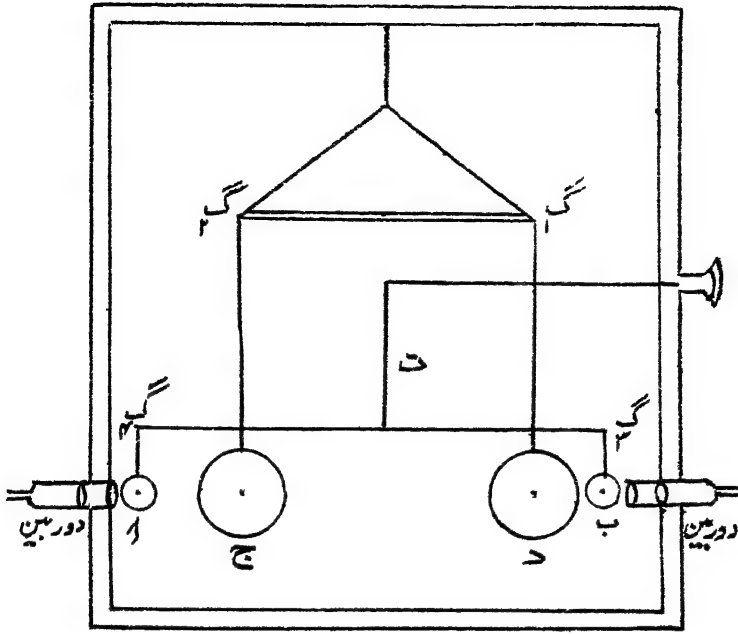
$$\frac{ق}{م} = \frac{ق}{ص} = \frac{ق}{ص} = \frac{ق}{ص}$$

لہذا م کی قیمت حساب کے ذریعہ معلوم کی جاسکتی ہے۔ زمین کا حجم اگر معلوم ہو تو اس کی کثافت بھی دریافت کی جاسکتی ہے۔

پہلے پہل ۱۷۷۴ء میں اس قسم کا تجربہ کرنے کی کوشش لوگ نے کی تھی۔ اس کے بعد ۱۷۷۴ء میں میکیلین نامی ایک انگریز سمیت نے اسی قسم کے تجربہ کو دہرایا اور زمین کی کثافت اس نے ۵.۴۴ دریافت کی۔ لیکن پہاڑ کی کمیت صحیح طور پر معلوم کرنے کے بعد زمین کی کثافت کی صحیح قیمت ۵ نکلی۔ ۱۷۷۴ء میں ایسے ہی نے زمین کی کثافت ۵.۴۴ دریافت کی۔

جہ کی قیمت کی دریافت ہنری کیوڈش کے طریقہ سے ہے۔ اصل میں اس تجربہ کی

بنیاد جان ٹیکل نے ڈالی تھی لیکن بعد میں کیونڈش نے ۱۹۷۷ء میں



شکل ۷۱

صحیح طور پر اس کو کیا تھا،

شکل ۷۱ میں ج، د دو بڑے سیسہ کے گولے ہیں جنکا قطر ۱۲ سمری اور یہ ایک سلاخ گ، گ کے ذریعہ ٹھکائے گئے ہیں۔ اس سلاخ کو ہم دائری وضع میں گھا سکتے ہیں، گ، گ ایک پتلی ہلکی سلاخ ہے جس کے ذریعہ دو چھوٹے سیسہ کے گولے ب، ا اور ۲ آویزاں کئے گئے ہیں۔ ان چاروں گولوں کے مرکز ایک ہی افقی مستوی میں واقع ہیں۔

تجربہ میں یہ کل چیزیں ایک بند صندوق میں رکھ دی جاتی ہیں تاکہ بیرونی اثرات سے محفوظ رہیں شروع میں گ، گ کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اس کی سمت گ، گ کے علی القوائم ہو جائے اور مروڑے ہوئے تار کی مروڑ

نکال دی جاتی ہے۔ پھر سلاخ گپ گپ کو اسکی پہلی وضع میں اسطرح گھمایا جاتا ہے کہ ج، ۲ کے اور د، ب کے قریب آجائے ۲ اور ج اور ب اور د میں کشش ہوگی اور اس کی وجہ سے سلاخ گپ گپ میں انصراف ہوگا۔ یہ انصراف معلوم کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد سلاخ گپ گپ کو دوسری طرف گھما کر اسی طرح تجربہ دوہرایا جاتا ہے۔ اور یہ انصراف دوہرہ کی مدد سے معلوم کیا جاتا ہے تجربہ کے دوران میں تپش کا مستقل رکھنا ضروری ہے۔ کیونکہ ٹڈش نے یہ تجربہ ایک بند کمرے میں کیا تھا تاکہ ہوا کے اثرات نہ ہونے پائیں۔ چونکہ آلات میں خود کشش کا خوف تھا اس لئے کیونکہ ٹڈش نے ایک شیشہ کا صندوق بنایا۔ ۲ ب اور ج، د کی کمیت اور جہاں متعلق ترتیب یکساں ہونی چاہئے فرض کرو کہ گپ کسی ایک بڑے گولے کی کمیت ہے اور گپ کسی چھوٹے گولے کی، اور ب اور د کے مرکوزوں کے درمیان فاصلہ = فنا جبکہ سلاخ گپ گپ میں انصراف = عہ اور سلاخ گپ گپ کا طول = ۲ ل

تب ب اور د کے درمیان کشش کی قوت ق = جہ $\frac{ک}{ف}$

اور انکے محور کے گرد معیار اثر = $\frac{۲ ل جہ ک}{۲} = جفت$

= ٹہ عہ جہاں ٹہ پچیدگی کا جفت فی اکائی زاویہ ہے

∴ جہ = $\frac{ٹہ عہ ۲ ل ک}{ف}$ (۳)

اس مساوات سے اگر ٹہ کی قیمت معلوم ہو تو جہ کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے اگر گپ گپ کو دائری وضع میں ہتھ اڑا کر کے اس کا وقت دوران و معلوم ہو جائے اور اس سلاخ کے جھوک کا معیار اثر جھ ہو تو ٹہ کی قیمت

= $\frac{۲ ل ک}{\pi ۲} \left[\frac{م}{ٹہ} \right]$ سے معلوم ہو جائے گی

اگر جہ معلوم ہو جائے تو زمین کی کثافت آسانی سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ فرض کرو کہ زمین پر ایک جسم جس کی کمیت ک ہے رکھا ہوا ہے۔ زمین اور جسم کے درمیان کشش کی قوت = اس جسم کے وزن کے جو زمین کی جانب عمل کر رہا ہے۔ چونکہ زمین کی کمیت = $\frac{M}{m} \times \frac{m}{M} = \frac{M}{m}$ ص ۱۱ ص ۱۲ جہاں ص = زمین کا نصف قطر

∴ کشش کی قوت = ک ج = جہ $\left(\frac{M}{m} \times \frac{m}{M} \right) \times \frac{M}{m}$ ص ۱۱ ص ۱۲

$$\therefore \text{ث} = \text{زمین کی کثافت} = \frac{J}{\frac{M}{m} \times \frac{m}{M} \times \frac{M}{m}} = \frac{J}{\frac{M}{m} \times \frac{m}{M} \times \frac{M}{m}}$$

اس سے ث معلوم ہو جاتا اگر ہمیں ص معلوم ہو ص کی قیمت درج کر نیسے ث کی قیمت ۵۴۵ گرام فی مکعب سم حاصل ہوتی ہے۔

بعد میں اس تجربہ کو سریش نے جرمنی میں بیلی نے انگلستان میں اور

کارنو اور بیلی نے فرانس میں دو ہر اے ان تمام کے نتائج کیونکہ کشش کے نتائج کے بہت ہی قریب ہیں۔

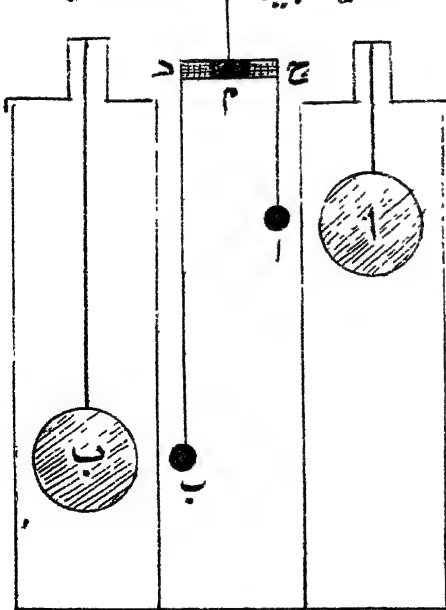
جہ کی قیمت کی دریافت

ورن باؤن کے تجربہ سے۔

پروفیسر باؤن نے ۱۸۹۵ء

میں جو تجربہ کیا وہ حسب ذیل ہے ⑤

اس نے کو ارنز کے بہت ہی



شکل ۷

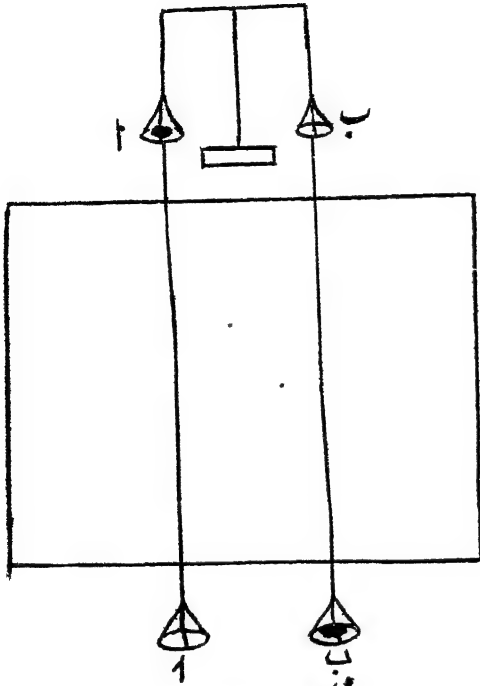
باریک ریشے بنائے کا ایک طریقہ دریافت کیا اس نے دیکھا کہ یہ ریشے بہت مضبوط ہوتے ہیں اور لچک دار خواص ان میں صحیح طور پر پائے جاتے ہیں۔ اسوجہ سے اسنے کو ارنز کے ریشوں کو اپنے تجربہ میں ایسی جگہ استعمال کیا جہاں چھوٹی چھوٹی قوتیں ناپنے کی ضرورت تھی شکل ۲ میں اب سونے کے دو چھوٹے کترے ہیں جن کے قطر ۵.۲۵ انچ ہیں۔

ان کو ارنز کے ریشوں کے ذریعہ ایک بہت چھوٹی مروری سلاح ج د کے دونوں سروں پر لٹکایا جاتا ہے جس کے ساتھ ایک آئینہ ۴ بھی لگایا ہوتا ہے۔ کشش کرنے والی کمیتیں ۱ اور ب سب سے کم کرے تھے جنکا قطر ۵.۲۵ انچ تھا۔ کیونڈش کے تجربہ کی طرح کشش کرنے والی قوتیں ایک ہی سطح میں ہوتیں تو اتنی چھوٹی مروری سلاح کے ساتھ ۱ اور ب دونوں سونے کے کڑوں کو تقریباً سادی قوت سے جذب کرتے۔ اس کو روکنے کے لئے پروفیسر بانز نے ۱، ۱ کو ایک سطح میں اور ب، ب کو ۶ انچ نیچے، دوسری سطح میں رکھا۔ کشش کرنے والی کمیتیں ۱ اور ب ایک کہو کھلے استوانہ سائبکس کے ڈھکن سے جس کا قطر ۱۰ انچ تھا اور جو گھوم سکتا تھا لٹکائی گئیں، اور کترے اب ایک نئی کے اندر لٹکائے گئے جس کا قطر تقریباً ۵.۵ انچ تھا۔

تجربہ میں کمیتیں ۱ اور ب، بکس کے ڈھکن کو گھما کر اس طرح رکھی گئی تھیں کہ پہلے ایک سمت میں اور پھر دوسری سمت میں طلانی کڑوں پر ان کا اعظم جفت عمل کرے۔ بانز نے جبہ کی قیمت مساوات (۳) کی مدد سے دریافت کی اور یہ ۵۶.۵۴ x ۱۰ کے مساوی تھی۔

اس تجربہ کو ۱۸۹۶ء میں ڈاکٹر بران نے بھی اس میں کچھ تھوڑی سی تبدیلی کرنے کے بعد دہرایا۔ اسنے بھی جبہ کی قیمت تقریباً وہی دریافت

کی جو بائزنز کو حاصل ہوئی تھی۔
جس دریافت کرنے کے لئے پروفیسر جولی کا تجربہ :- پہلے سال ۱۸۸۱ء



شکل ۳

میں جولی نے اس تجربہ کو کیا تھا، شکل ۳ میں ایک ترازو دکھایا گیا ہے۔ اس ترازو کو جو مینی میں ایک مینار کی چہیت سے لٹکایا گیا۔ چھوٹے پلٹروں ۱ اور ب سے دو بڑے پلٹرے ۱ اور ب، لمبے تاروں کے ذریعے ۲۱ سم نیچے لٹکائے گئے۔

فرض کرو کہ ۱ اور ب میں دو ایسے وزن ڈالے گئے کہ دونوں پلٹرے

تبادل میں رہیں، اب اگر ایک وزن ب میں رکھا جائے جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے تو یہ وزن زمین کے مرکز کے قریب ہو جائے گا اور اوپر والے وزن سے بھاری ہو جائے گا۔ جولی نے دریافت کیا کہ ۵ کلوگرام کے وزن میں تقریباً ۳۲ ملی گرام کا اضافہ ہوا۔ اس کے بعد جولی نے ایک بڑا لوہے کا ۳۶ قطر والا کردہ نچلے پلٹرے کے نیچے رکھا اور اس وقت ۵ کلوگرام میں ۵۳۲ ملی گرام کا اضافہ ہوا جبکہ وزن پیشتر کی طرح اوپر سے نیچے کے پلٹرے میں لایا گیا، ہذا صرف کردہ کی وجہ سے ۵۳۲ ملی گرام کے مساوی کشش ہوئی۔

فرض کرو کہ پٹرے میں کمیت = م اور زمین کی کمیت = نر اور کرہ
کی کمیت = ک تب زمین اور پٹرے کی کمیتوں میں قوت جاذبہ = $\frac{جہ نر}{ص}$
= ۵۰۰۰ گرام جہاں ص = زمین کا نصف قطر اگر ص = کرہ کا

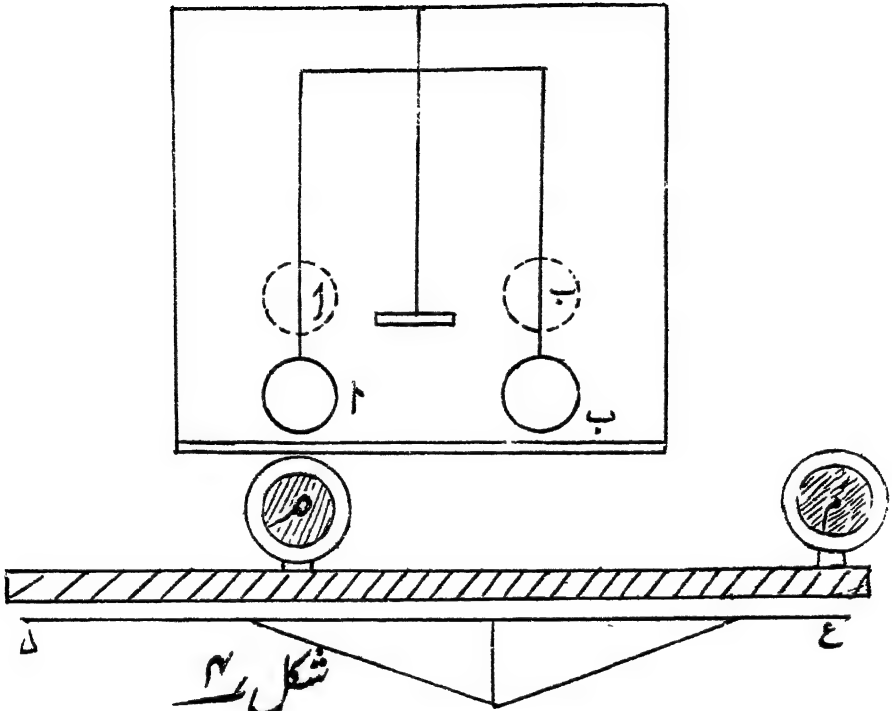
نصف قطر تو
پٹرے کی کمیت اور کرہ کے درمیان جاذبہ کی قوت = $\frac{جہ ک}{ص}$
= ۵ ر ملی گرام = ۵۰۰۰ گرام
لہذا ایک کو دوسرے سے تقسیم کرنے سے:-

$$\frac{نر}{ص} \times \frac{ص}{ک} = \frac{۵۰۰۰}{۱۰۰۰۰} = ۰.۵$$

لہذا $\frac{نر}{ک} = \frac{۰.۵ \times \frac{۴}{\pi} \times \frac{ص}{ث}}{\frac{۴}{\pi} \times \frac{ص}{ث}} = \frac{۰.۵ \times \frac{۴}{\pi} \times \frac{ص}{ث}}{\frac{۴}{\pi} \times \frac{ص}{ث}}$
: ث = $\frac{ص \times ۰.۵ \times \frac{۴}{\pi} \times \frac{ص}{ث}}{ص}$ جہاں ث = کرہ کے مادہ کی کثافت
اور ث = زمین کی کثافت

اس طرح جولی نے ث کی قیمت ۵.۷۹ گرام فی کعب سمر حاصل کی۔
چونکہ اس طرح ث کی قیمت معلوم ہو چکی ہے اس وجہ سے جہ آسانی سے
معلوم کیا جاسکتا ہے۔ ریشارٹر نے بھی جولی کی طرح تجربہ
اسکے بعد ۱۸۹۸ء میں پیچرو اور کریگر ریشل نے بھی جولی کی طرح تجربہ
کیا اور انہوں نے ث کی قیمت ۵.۷۹ حاصل کی۔
جہ معلوم کرنے کے لئے پواسٹنگ کا تجربہ :- شکل ۴ میں طریقہ
عمل کی عام ترتیب بتائی گئی ہے۔

۱ اور ۲ دو سیسہ کے گولے ہیں جن میں سے ہر ایک کا وزن
۵۰ پونڈ ہے۔ ان کو ایک مضبوط ترازو کے سروں پر لٹکایا جاتا ہے۔
ترازو کو ایک لکڑی کے یکس میں بند کر دیا جاتا ہے۔



ہر ایک بڑا سیسہ کا کرہ ہے جس کا وزن تقریباً ۳۵۰ پونڈ ہے اس کو ایک نالی دار نلی لی ع میں رکھا جاتا ہے۔ حسب ضرورت اس کرہ کو نالی میں لٹھک کر ۱ کے یا ب کے نیچے لایا جاسکتا ہے۔ ۴ تو وزن قائم رکھنے والا وزن ہے، ۱ اور ۲ کے مرکزوں کے درمیان فاصلہ تقریباً ایک فٹ ہوتا ہے۔ جب ہر ۱ کے نیچے ہوتا ہے تو ۱ پر کشش کا عمل کرتا ہے جس سے اس کا وزن بڑھ جاتا ہے۔

۱ اور ۲ وہ دو مقامات ہیں جہاں ۱ اور ۲ ایک فٹ اور اونچے کر دیئے جائیں تو واقع ہوں گے۔ اس صورت میں چونکہ ترازو کی ڈنڈی اور متعلق تاروں پر ہر کی کشش وہی رہتی ہے جو پہلے تھی لہذا ان دو مقاموں پر ۱ اور ۲ کی کشش میں علی الترتیب فرق لینے سے ڈنڈی وغیرہ کی کشش کے اثرات زائل ہو جاتے ہیں اور صرف فاصلوں کی تبدیلی سے

کشش کا فرق حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح پروفیسر پوائنٹنگ نے جبہ کی قیمت ۶۴۸ ر ۶ پ ۱۰ دریافت کی۔ اب ہم اُن امور پر بحث کریں گے جن کی وجہ سے کلیہ تجاذب میں تغیر واقع ہو سکتا ہے۔

قوتِ جاذبہ اور واسطہ :- اور قوتِ جاذبہ کے متعلق جن تجربوں کا ذکر کیا گیا ہے، ان میں تجاذبی اجسام کی کمیتوں کے درمیان ہوائی واسطہ تھا، یہاں یہ سوال پیدا ہوتا ہے کہ واسطہ کی نوعیت کا تجاذبی مستقل کی قیمت پر کوئی اثر بھی ہوتا ہے یا نہیں۔ اسٹن اور تھوگ نے اس کو دریافت کرنے کے لئے متعدد تجربے کئے، انہوں نے مختلف اشیا کی تختیاں تجاذبی کمیتوں کے درمیان رکھیں اور یہ دریافت کیا کہ ”جبہ“ کی قیمت پر کوئی اثر نہیں ہوتا اور اگر ہوتا بھی ہو تو مقناطیسیت اور برق میں نفوذ پذیری اور نوعی امالی گنجائش کے اثرات کی نسبت سجدہ خفیف ہوتا ہے۔ قوتِ جاذبہ اور کشش کرنے والی کمیتیں :- نیوٹن کے کلیہ کی رو سے کشش کرنے والی کمیتوں کی نوعیت زیادہ اہمیت نہیں رکھتی، صرف کمیت کی مقدار پر، جبہ کی قیمت منحصر ہوتی ہے نہ کہ جوہر کی خاصیت پر، یہ ممکن ہے کہ بعض مادہ پر، اسکی کمیت کا مقابلہ کرتے، زیادہ کشش عمل کرتی ہو اور بعض پر کم، کیونکہ کشش کے طریقہ والے تجربوں میں جبہ کی قیمت دریافت کرتے وقت، مختلف نوعیت کی اشیا تجاذبی کمیتوں کے طور پر رکھی گئی تھیں مگر جبہ کی قیمت میں کوئی فرق نہیں ہوا، اسی طرح سرکہ زمین کی اوسط کثافت کی دریافت میں بھی مختلف نوعیت کی اشیا کو رکھ کر تجربے کئے گئے لیکن عملی طور پر تمام کے لئے نتیجہ ایک ہی حاصل ہوا۔ قوتِ جاذبہ اور قلمی مادہ :- اکثر صورتوں میں کسی قلمی شے کے طبعی خواص، اسکے اندر مختلف سمتوں میں، مختلف ہوتے ہیں، مثلاً، ان میں

حرارت کی وجہ سے پھیلاؤ مختلف ہوتا ہے، اُن کی موصلیت حرارت یکساں نہیں ہوتی اور ان میں سے نوجب گزرتا ہے تو مختلف سمتوں میں اس کی رفتار بھی مختلف ہوتی ہے۔ اس سے ہم فوراً اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ کسی قلم میں قوتِ جاذبہ کے خطوط بھی مختلف سمتوں میں غیر مساوی طور پر پھیل جاتے ہیں۔ ڈاکٹر میکینزی نے امریکہ میں اس ہی کی دریافت کے لئے تجربہ کیا تھا، لیکن نتیجہ کچھ حاصل نہ ہوا، کچھ دنوں بعد پوائنٹنگ اور گرے نے ہی اس اثر کے معلوم کرنے کے لئے تجربے کئے۔ انہوں نے قسریٰ اہتزاز کے نظریہ کو کام میں لانے کی کوشش اس طرح کی، کہ کوارٹز کا ایک کرہ لیکر، لٹکے ہوئے ایک دوسرے کرہ کے قریب، گھمایا، اگر قوتِ جاذبہ کے خطوط کی تقسیم کوارٹز کے مختلف محور پر مختلف ہو تو لٹکے ہوئے اہتزاز کرنے والے کرہ پر ایک جفت عمل کرے گا۔ اگر قسریٰ جفت کا وقت دوران، لٹکے ہوئے نظام کے آزاد وقت دوران کے تقریباً مساوی ہو تو اس کا نتیجہ ایک بڑا اہتزاز ہوگا، لیکن تجربہ سے ایسی کوئی بات نہیں واقع ہوئی جس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ قلموں کی صورت میں بھی جہ کی قیمت میں کوئی تبدیلی نہیں واقع ہوتی۔

قوتِ جاذبہ اور تپش :- پوائنٹنگ، فلیپ اور لینڈالٹ وغیرہ نے یہ معلوم کیا کہ جہ کی قیمت پر تپش کا کوئی اثر نہیں ہوتا۔ بعد میں شالنے ۱۹۱۶ء میں تجربہ سے یہ دریافت کیا کہ جہ کی قیمت، جبکہ کشش کرنے والی کمیتیں گرم کی جاتی ہیں، کسی قدر بڑھ جاتی ہے، لیکن اسکے بعد کے نتائج سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ صفر ہر اور ۲۵۰ ہر کے درمیان جہ کی قیمت عملی طور پر مستقل رہتی ہے۔

نیوٹن کے کلیبہ کی سختی :- متعدد تجربوں سے نیوٹن کا کلیبہ تجاذب ثابت ہو چکا ہے لیکن مشاہدات اور نتیجے میں کسی قدر فرق ہو تو اس کی

وجہ یہ ہے کہ کلیہ مذکور تقریباً صحیح ہے۔ اس کلیہ میں دو بڑی قیمتیں پیش آتی ہیں۔ اول یہ کہ اُنسٹائن کے ”نظریہ اضافیت“ کی رو سے کسی شے کی کمیت اسکی رفتار کے ساتھ متغیر ہوتی ہے اور اس وجہ سے ہمیں شبہ یہ ہونے لگتا ہے کہ نیوٹن کے ضابطے میں درج کرنے کے لئے کوئی قیمت لینی ہوگی۔

دوم یہ کہ ”فاصلے“ کا مفہوم اتنا سادہ نہیں ہے جتنا کہ عام طور پر خیال کیا جاتا ہے اسکی پیمائش مشاہد کے حالات پر منحصر ہوتی ہے نظریہ اضافیت کی رو سے دو نقطوں کے درمیان فاصلہ تجربہ کرنے والے کے ساتھ متغیر ہوتا رہتا ہے۔

نیوٹن کے کلیہ کی ان دونوں خامیوں سے، مشاہدات اور واقعات کی صحیح قیمتوں کے فرق کی توضیح ہوتی ہے۔ اُنسٹائن نے اپنے نظریہ اضافیت کی بنیاد نیوٹن کے کلیہ کی تصحیح کرنے کی کوشش کی، اس لئے اس تصحیح شدہ کلیہ کو ہم ”اُنسٹائن نیوٹنی کلیہ“ یا ”اضافیتی کلیہ“ متجاذب سے موسوم کریں گے۔

نور کی شعاع بھی اپنی تیز رفتار کی وجہ سے کچھ کمیت رکھتی ہے اور اس میں جبکہ وہ کسی طاقتور تجاذبی میدان میں حرکت کر رہی ہو، انصاف کا ہونا ضروری ہو۔ ایسا انصاف اور چنانچہ مبدا، نور کا اپنے مقام سے ظاہری طور پر ہٹاؤ اُنسٹائن نیوٹنی کلیہ کی مدد سے، حسابی طور پر بالکل صحیح بیان پر دریافت کیا جاسکتا ہے لیکن صرف نیوٹن کے کلیہ سے نصف ہٹاؤ حاصل ہوتا ہے اسکے متعلق یہاں پر ہم اس سے زیادہ تفصیلی بحث نہیں کر سکتے اسلئے کہ تشفی صرف اس صورت میں حاصل ہو سکتی ہے جبکہ نظریہ اضافیت کا مطالعہ نہایت گہرے طور پر کیا جائے۔ یہاں البتہ اتنا کہا جاسکتا ہے کہ نیوٹن کا کلیہ ”بالکل“ صحیح نہیں ہے اور صرف اقل ترین فاصلوں کی صورت میں اس سے کام لیا جاسکتا ہے۔



Chapter III.

- (١) Properties of Matter 'Poynting & Thomson' P₃₃ (1922)
- (٢) Phil Trans 141, 297, (1856)
- (٣) Phil. Trans 83, 388 (1798)
- (٤) General Physics for students "Edser" P₂₀₇, (1926)
- (٥) Phil. Trans. A. 182, 565, (1891)
- (٦) Phys. Rev. 5 (1897)
- (٧) Phys. Rev. 2, (1895)
- (٨) Phil. Trans. 192, 245 (1899)
- (٩) Properties of Matter 'Newman & Searle' P₇₄, (1928)
- (١٠) " " " " " P₇₆ (1928)

چوتھا باب

لچک، مروڑ، خاؤ اور غولہ دار کمائیاں

تعریفات :- ایک متجانس جسم وہ ہے کہ جب دو مساوی مستطیلی ٹکڑے
اس میں سے کاٹے جائیں اور ایک ٹکڑے کے ایسے کنارے جو دوسرے
ٹکڑے کے متناظر کناروں کے متوازی ہوں تو بالکل ایک دوسرے کے
ماثل ہوں اور آپس میں مطلق تمیز نہ کئے جاسکیں۔ سیب، موم، کوارٹز،
شیشہ وغیرہ متجانس اجسام کی مثالیں ہیں۔

کوارٹز کے ایک کرہ کو اگر گرم کیا جائے تو چونکہ وہ ایک سمت میں،
دوسری سمت کی نسبت زیادہ پھیلتا ہے اس وجہ سے کرہ ٹھنیں باقی رہتا۔ ایسے
اجسام غیر مساوی السموت کہلاتے ہیں۔

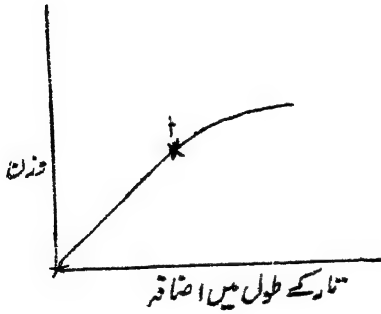
ایک ایسا جسم جس کے دو مساوی متشابہ ٹکڑے کسی وضع سے کاٹے
جائیں جو بالکل ماثل اور آپس میں تمیز نہ کئے جاسکیں تو وہ مساوی السموت
کہلاتا ہے، مثلاً شیشہ مساوی السموت شے ہے جب کسی جسم کی شکل یا حجم
میں تبدیلی ہوتی ہے تو کہا جاتا ہے کہ اس میں بگاڑ یا فساد واقع ہو رہا ہے
اور یہ تبدیلی، بگاڑ یا فساد کہلاتی ہے۔

کسی جسم کے دو خطوط جو بگاڑ کے پہلے مساوی اور متوازی تھے، بگاڑ
کے بعد بھی مساوی اور متوازی نہیں تو ایسا بگاڑ ”متجانس بگاڑ“ کہلاتا

ہے۔
ایسی تین سمتیں جو کسی جسم میں علی القوائم تھیں اور بگاڑ کے بعد بھی اگر

ایک دوسرے کے علی القواکم رہیں تو یہ بگاڑ کے صدر مجربین کہلاتے ہیں۔
ایسا بگاڑ جو کسی جسم کی شکل میں تو تبدیلی پیدا کرتا ہے لیکن جسامت
کو نہیں بدلتا جتر کہلاتا ہے۔ لچک دار جسم وہ ہے کہ اگر قوتوں کے اثر
سے اسکی جسامت اور حجم میں تبدیلی پیدا ہو جائے تو ان قوتوں کو علیحدہ کر دینے
کے بعد جسم مذکور اپنی اصلی حالت پر واپس آ جائے۔

اگر ایک تار سے ہم وزن لٹکائیں تو تار کے طول میں اضافہ ہوگا۔ اگر
تار لچک دار ہو تو یہ اضافہ طول لٹکائے ہوئے وزن کے متناسب ہوگا۔ اگر
وزن کو ہم بتدریج بڑھاتے جائیں تو کسی خاص کلیہ کے تحت طول میں بھی
بتدریج اضافہ ہوتا جائے گا اگر وزن ایک خاص حدی بڑھایا جائے تو ایک ایسا وقت
آئے گا کہ تار کے طول میں، ایک بالکل چھوٹے وزن کے اضافہ سے بھی،
انتہائی اضافہ ہونے لگے گا۔ ایسے وزن کو کہ جس کے لگانے کے بعد تار
میں لچک کے خواص باقی نہ رہیں، اس تار کے نقطہ مغلوبیت سے تعبیر
کیا جاتا ہے۔ شکل ۱ کی ترسیم کو دیکھو، نقطہ ۲
تک پہنچنے تک تار کامل لچک دار
رہتا ہے۔



شکل ۱

نوٹ۔ یہاں ہم جو ضابطے
اخذ کریں گے اور جن تجزیوں کا
ذکر کریں گے ان سب میں یہ
فرض کر لیا جائے گا کہ جسم اپنی
کامل لچک کے خواص کو برقرار
رکھتا ہے۔

ہوک کا کلیہ :- لاطینی زبان میں جملہ ”*ut tensio sic vis*“
سے اسکی تعبیر ہوتی ہے یعنی ہم اگر کسی لچک دار چیز کو کہیں تو کہنا چاہیں، کہیں

والی قوت کے متناسب ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ہم ایک ایسا تار لیتے ہیں جس کا طول l اور تراش عمودی کا رقبہ A ہے۔ اگر ایک قوت Q لگانے سے تار میں کچاؤ l ہو تو ہوک کا کلیہ یہی ہے کہ $l \propto Q$ کی ٹینگ نے ہوک کے کلیہ کو اس طرح بیان کیا۔

$$\text{زور} \propto \text{بگاڑ کی لینے} \quad \frac{\text{بگاڑ}}{\text{بگاڑ}} = \frac{\text{گ}}{\text{ن}} = \text{مستقل}$$

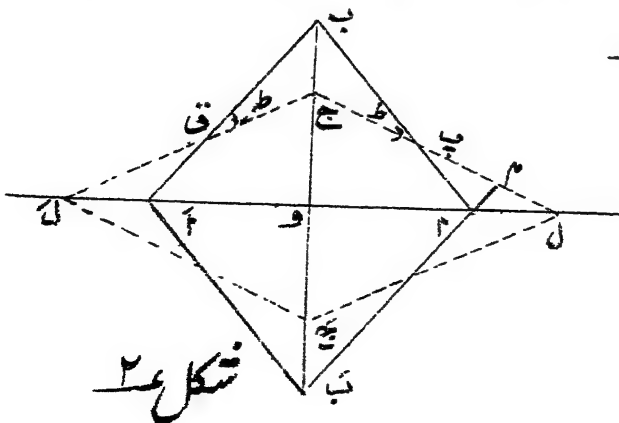
$$\text{لیکن زور} = \frac{Q}{A} \text{ اور بگاڑ} = \frac{l}{l} = \frac{Q}{A} = \text{گ}$$

$$\text{لہذا} \quad \frac{Q}{A} = \frac{Q}{A} = \text{گ} = \text{ی فرض کرو}$$

اس Y کو ”ٹینگ کے معیار ٹچک“ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔
 بگاڑ سے پہلے کسی جسم کا جو اکائی حجم ہوتا ہے، اس حجم کی کمی اگر بگاڑ ہے تو ایسی صورت میں $g = \frac{Q}{A}$ جہاں g حجمی ٹچک کا معیار کہلاتا ہے۔
 اگر بگاڑ جزوی ہو جس کی قیمت اس زاویہ سے ناپی جاتی ہے جو g کی زور کی وجہ سے بنتا ہے تو $g = \frac{Q}{A}$ جہاں g استواری کی شرح کہلاتا ہے۔

متجانس بگاڑ جو کسی جسم کی شکل کو تو بدل دیتا ہے لیکن جسامت

کو نہیں بدلتا۔



شکل ۲

کسی جسم میں
 فرض کرو کہ
 Q اور A
 وہ محور ہیں جن
 کی سمتوں میں

پہلا ڈ یا سکڑا واقع ہوتا ہے۔

اور نیز یہ ہی فرض کرو $و = ۱ = و ب = و ا = و ب = ۱$
یعنی بگاڑ سے پہلے فرض کرو کہ ۱ ب $ا$ ب ایک مربع ہے بگاڑ
کے بعد فرض کرو کہ مربع، ایک متوازی الاضلاع $ل ج ل ج ل ج$ بن
جاتا ہے۔

یہ فرض کرتے ہوئے کہ بگاڑ متجانس ہے
 $و$ کی سمت میں اضافہ = $و ب$ کی سمت میں کمی
 $= ن$ (فرض کرو)

تب $و ل = ۱ + ن$ اور $و ج = ۱ - ن$
چونکہ $(و ل) + (و ج) = (ل ج)$
 $(۱ + ن) + (۱ - ن) = ۲$
 $۲ + ۲ = ۴$

$\therefore (ل ج) = ۲$
کیونکہ $ن$ کی قیمت بہت ہی چھوٹی ہونے کی وجہ سے $ن$ کے بڑے
قوت نماؤں والی رقموں کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

$$(۱ ب) = ۱ + ۱ = ۲$$

لہذا $۱ ب = ل ج$

اور اسی طرح $ا ب = ل ج$

$$\text{چونکہ } ۱ ب = ۲ \text{ اور } ا ب = ۲$$

$$\therefore \text{ابتدائی رقبہ} = ۲ \times ۲ = ۴$$

اور بگاڑ کے بعد جدید رقبہ = $ل ج \times ل ج$

$$= ۲ \times ۲ = ۴$$

لہذا رقبہ یوں کہنا چاہیے کہ جب امت میں کوئی تبدیلی نہیں واقع ہوئی۔
 $ل ج ل ج$ کو اگر اس طرح گہا یا جائے کہ $ل ج$ ، $۱ ب$ سے

منطبق ہو جائے اور ل ج کو ۱ ب کی سمت میں رتنا ہٹایا گیا ہے کہ ج نقطہ دب سے منطبق ہو گیا ہے۔

اس صورت میں ج ل ۱ ب کے ساتھ جو زاویہ بنائے گا وہ

$$= \angle \text{ج ق ج} + \angle \text{ب پ ج} = ۲ ط$$

یہی چیز اس وقت بھی ہوتی اگر ہم ۱ ب کو قائم رکھتے اور جسم کے اندر کے ہر ایک نقطہ کو ۱ ب کے متوازی ایک عادی قوت دے دے اتنے فاصلہ تک ہٹاتے جو ۱ ب کے متناسب ہوتا۔

دیکھو شکل ۱ ج کو ۱ ب کی سمت میں گھمائے اور ہٹانے کے بعد

۱ ب ۱ ج کا نیا مقام ہوگا۔

لہذا $\angle \text{آ ب ۱} = ع$

$$۲ ط =$$

زاویہ ع جزئی زاویہ

کہلاتا ہے۔

شکل ۱ میں ۱

ایک ایسا خط کینچو جو ج ل

پر عمود ہو۔

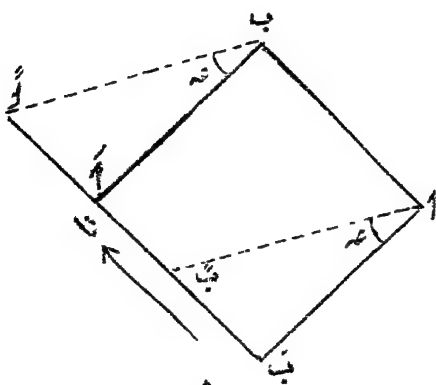
چونکہ $\angle \text{آ ب ۱}$

بہت چھوٹا ہے، لہذا

$$\angle \text{آ ل ۱} = \angle \text{آ ب ۱} = ۲ ط$$

اور دائری پیمانہ میں زاویہ ط = $\frac{۲۱}{۲}$

$$\angle \text{آ ب ل ۱} = \frac{۲ ط}{۲}$$



شکل ۱

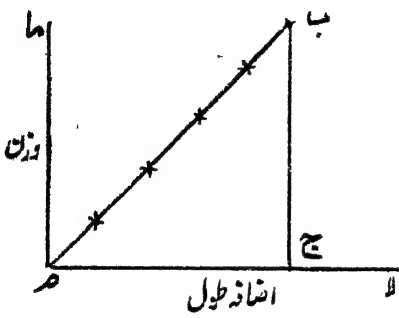
$$= ۱ ل = ۵$$

چونکہ ۱ پ = $\frac{۱}{۲}$ ۲ ب

لہذا جزئی زاویہ عم = ۲ طہ = ۲ ن

کام جو بگاڑ پیدا کرنے میں صرف ہوتا ہے :-

اگر یہ ہم فرض کر لیں کہ ہوک کا کلیہ صحیح ہے تو تار کے اضافہ طول کی ترسیم اُس پر دکائے ہوئے متناظر اوزان کے مقابلہ میں جو آئینگی وہ شکل ۴ کے مطابق ہوگی۔



شکل ۴

تار کو ہر سے ج تک کہنچنے میں جو کام ہوا اُس کی تعبیر مثلث ہر ج ب کے رقبہ سے ہوگی اور

$$۱ = \frac{۱}{۲} \text{ ہر ج} \times \text{ج ب}$$

اگر تار کی تراش عمودی کا رقبہ

$$= ۲ \text{ اور تار کا طول} = ۱$$

$$\text{تو زور} = \frac{\text{ج ب}}{۱}$$

$$\text{اور بگاڑ} = \frac{\text{ہر ج}}{۱}$$

$$\therefore \text{کام جو ہوا} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ \times \text{بگاڑ} \times \text{زور}$$

لیکن $۲ \times ۱ = ۱$ = تار کے حجم کے

لہذا تار کے فی اکائی حجم میں توانائی = $\frac{۱}{۲} \times \text{زور} \times \text{بگاڑ}$

اگر جسم کے ذرات ایک ماسی زور سے آگے کی جانب کہنچے جائیں

جیسا کہ شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے اور جزئی زاویہ عم ہو تو اس جسم کی

توانائی فی اکائی حجم = $\frac{۱}{۲}$ تا عمہ اگر کسی کہنچنے والی قوت ق کی

سمت میں جو اضافہ طول ہوتا ہے وہ ن فرض کیا جائے تو ن ایک

ایسی سمت میں بھی گھٹاؤ ہو گا جو کنچاؤ کی سمت کے علی القوائم ہو اور ایسی

صورت میں ق ایک ڈھکیلنے والی قوت ہوگی۔
لہذا جسم کے فی اکائی حجم کے لئے، کھینچاؤ سے جو کام ہوگا وہ

$$= \frac{1}{p} \times Q \times N$$

لہذا جسم کے فی اکائی حجم کیلئے، ڈھکیلنے سے جو کام ہوگا وہ

$$= \frac{1}{p} \times Q \times N$$

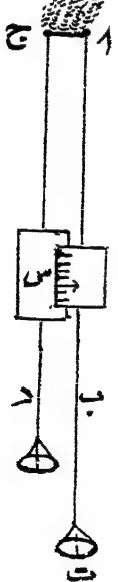
لہذا مجموعی توانائی فی اکائی حجم = $\frac{1}{p} \times Q \times N + \frac{1}{p} \times Q \times N = Q \times N$

∴ $Q \times N = \frac{1}{p} \times T \times e$ مگر ہم کو معلوم ہے کہ $e = 2 \times N$

$$\therefore Q = T$$

اگر $d =$ استواری کی شرح تو $d = \frac{T}{N} = \frac{Q}{2N}$

ینگ کا معیار لچک حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاتا ہے:-



ا ب ا اور ج د دو تار ہیں جو ۱ اور ج پر مضبوطی کے

ساتھ جادئے گئے ہیں، میں ایک کسر بچا ہے۔ پہلے

دونوں پلڑوں میں جسکا وزن مساوی ہوتا ہے، مساوی

بانٹ رکھ دئے جاتے ہیں پھر تار پلڑے میں اضافہ وزن

ک ج رکھا جاتا ہے اور کسر بچا میں کے ذریعہ تار

ا ب کا اضافہ طول ل معلوم کر لیا جاتا ہے اگر ا ب

کا ابتدائی طول ل معلوم ہو اور تار کے تراش عمودی کا

رقبہ ا ہو تو:-

$$\text{ینگ کا معیار لچک} = \frac{ک ج ل}{ا}$$

ی کی دریافت کے دیگر طریقے آئندہ اس باب میں بیان کئے جائیں گے۔

آواز کی کتابوں میں یہ ثابت کیا گیا ہے کہ $س = \frac{1}{2} \times \frac{ک ج ل}{ا}$

جہاں $ح =$ واسطہ کی حجمی لچک کا معیار

شکل ۵

نثر = واسطہ کی کثافت

اور سا = آواز کی رفتار اس مادی واسطہ میں

اس سے ح کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔

کسی گیس کے لئے نیوٹن نے بائیل کے کلیہ کی مدد سے ثابت کیا تھا کہ

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ یعنی دباؤ کے

لیکن لا پلاس نے بعد میں یہ ثابت کر دکھایا کہ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

جہاں $\gamma = \frac{\text{مستقل دباؤ کے تحت حرارت نوعی}}{\text{مستقل حجم کے تحت حرارت نوعی}}$

پواساں کی نسبت :- فرض کرو کہ ایک سلاخ جس کی تراش عمودی کا

رقبہ اکائی ہے ق قوت سے کھینچی جا رہی ہے اور طرھاؤ یا طول میں

اختلاف فی اکائی طول = ϵ جہاں ϵ کوئی مستقل ہے

سلاخ جیسی جیسی کھینچی جائے گی اسکے تراش عمودی کا رقبہ بھی کم ہوتا جائیگا۔

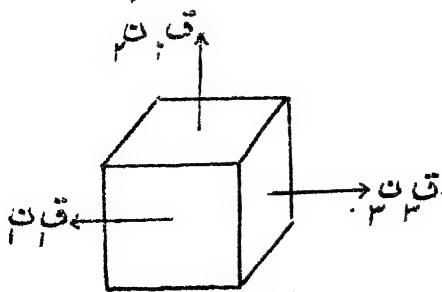
فرض کرو کہ سلاخ کی موٹائی میں فی اکائی طول کمی = ϵ بہ ق = گہاؤ

جہاں بہ کوئی مستقل ہے۔

تب $\epsilon = \frac{\epsilon}{\epsilon}$ ، اس نسبت کو پواساں کی نسبت سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

پواساں کی نسبت مختلف دہائیوں کے لئے مختلف ہوتی ہے۔

ایک کعب کی شکل میں



شکل ۶

تبدیلی :- فرض کرو کہ شکل

۶ میں جو کعب دکھایا گیا

ہے اسکے ہر ایک ضلع کا طول

اکائی ہے۔

اُن مساواتوں کو حل کرتے سے $\frac{د+ح۳}{د+ح۹} = \frac{د۲-ح۳}{د+ح۱۸}$ اور یہ حاصل ہوتے ہیں۔

$\therefore ی = \frac{۱}{ع} = \frac{د+ح۹}{د+ح۳}$ اور پواسان کی نسبت $\frac{د۲-ح۳}{(د+ح۳)۲} =$ مد فرض کرو = حاصل ہوگی۔

اب چونکہ $ی = \frac{د+ح۹}{د+ح۳}$

$\therefore ح۳ = د+د+د = د۳$

یعنی $ح = (د+د+د) = د۳$ $\therefore د = د۳ - د۹ = د۳ - د۳ = ۰$
 $\therefore مد = \frac{د۲-ح۳}{(د+ح۳)۲} = \frac{د۲-د۳}{(د+د۳)۲}$

(۲) $\frac{ی}{د۲} =$

پھر چونکہ $مد = \frac{د۲-ح۳}{(د+ح۳)۲}$

اسلئے $د۲-ح۳ = (د+ح۳) مد$

یعنی $د۲ = (د+د+د) مد = (د+د+د) مد$

$\therefore مد$ کی قیمت کو ۱ اور $\frac{۱}{۳}$ کے درمیان ہونا چاہیئے۔

اب شکل ۱ پر غور کرو۔ ق، ن کے متناسب ہے اور دوسری دو

سمتوں میں وہ ن اور ن کے متناسب ہے۔

$\therefore ق = ک + ن + گ = (ن+ن+ن)$

اس طرح قدم = کن + گ (ن + ن) اور قی = کن + گ (ن + ن) جہاں گ اور ک منتقل ہیں (۳)

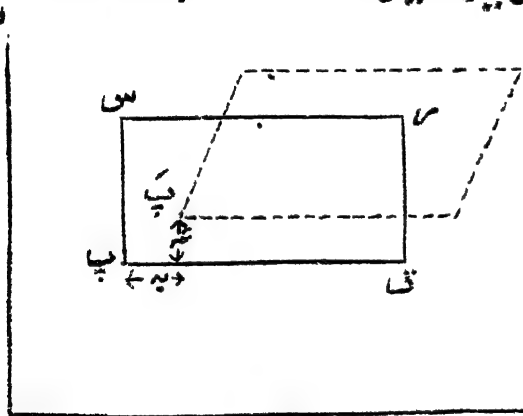
$$\text{اگر } ن = ن = \text{صفر تو } \frac{ق}{ن} = گ = ی$$

$$\text{اگر } ن = ن = ن = ن \text{ تو } \frac{ق}{ن} = ح = \frac{ک + گ}{ن}$$

$$\text{اور اگر } ن = ن - ن \text{ اور } ن = \text{صفر تو } \frac{ق}{ن} = د = \frac{ک - گ}{ن}$$

اوپر کی آخری دو مساواتوں کو حل کرتے ہیں۔

ک = ح + $\frac{ن}{د}$ اور گ = ح - $\frac{ن}{د}$ ایک مستطیلی حصہ کی شکل میں تبدیلی :- فرض کرو کہ پ ق ی سے



کسی شے کے ایک چوڑے مستطیل کو گڑی کی تعبیر ہوتی ہے۔ (یکجہنگل ع) نقطہ پ کے محدد فرض کر دو کہ لا، ما ہیں اور نقطہ ی کے

شکل ۷

(لا + لا) (ما + ما)

ہیں اس صورت میں پ ق = لا اور ق ی = ما

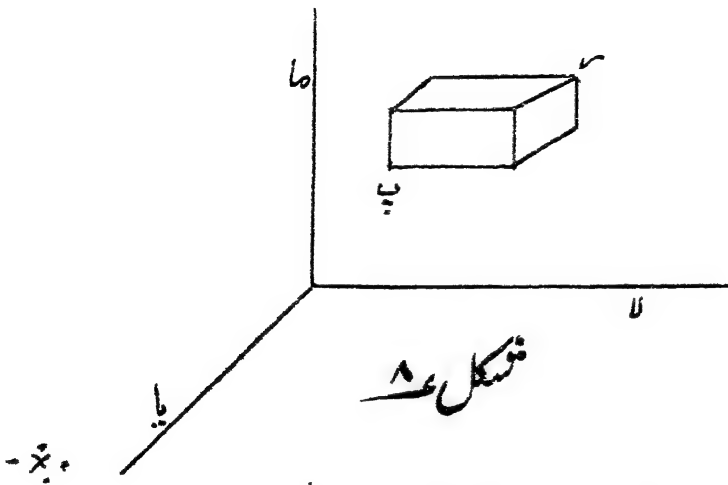
فرض کرو کہ نقطہ پ کا نقل مکان، بگاڑ کی وجہ سے (عہ، بہ) ہوتا ہے تب نقطہ ق کا نقل مکان (عہ + $\frac{فرعہ}{لا}$) (لا، بہ) + $\frac{فرعہ}{لا}$ ہوگا

اسی طرح نقطہ ی کا نقل مکان = (عہ + $\frac{فرعہ}{ما}$) (ما، بہ) + $\frac{فرعہ}{ما}$

اور نقطہ س کا نقل مکان = (عہ + $\frac{\text{فرعہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما}$)

(بہ + $\frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا}$)

سہ ابعادی حالت میں فرض کرو کہ س کے جدید محدود پ کا لحاظ کرتے
لا، ما، یا ہیں اور تینوں سمتوں میں س کا نقل مکان علی الترتیب عہ،
بہ، جہ ہے۔



$$\text{عہ} = \text{عہ} + \frac{\text{فرعہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}} \cdot \text{یا}$$

$$\text{بہ} = \text{بہ} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}} \cdot \text{یا}$$

$$\text{جہ} = \text{جہ} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}} \cdot \text{یا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما}$$

$$\therefore \text{لا} = \text{لا} + \text{عہ} - \text{عہ} = \text{لا} (1 + \frac{\text{فرعہ}}{\text{فرلا}}) + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}} \cdot \text{یا}$$

$$\text{ما} = \text{ما} + \text{بہ} - \text{بہ} = \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \text{ما} (1 + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}}) + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}} \cdot \text{یا}$$

$$\text{یا} = \text{یا} + \text{جہ} - \text{جہ} = \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرلا}} \cdot \text{لا} + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فرما}} \cdot \text{ما} + \text{یا} (1 + \frac{\text{فرجہ}}{\text{فریا}})$$

طرح لو۔ فرض کرو کہ اسطوانہ کا پچھلا حصہ ۱ ب مضبوطی کے ساتھ جکڑ دیا گیا ہے اور اوپر کے حصہ میں دائری وضع میں ایک جفت عمل کر رہا ہے۔ فرض کرو کہ اسطوانہ مروڑ کی وجہ سے زاویہ عہ مروڑا جاتا ہے، یعنی بالفاظ دیگر، فرض کرو کہ اسطوانہ میں مروڑ = عہ

اب اس اسطوانہ کے حصہ عہ میں عہ عہ پر غور کرو۔ نقاط عہ عہ اب، عہ عہ پر آگئے ہیں۔

لیکن عہ عہ وہیں اپنی پہلی وضع میں قائم ہیں۔

زاویہ مروڑ عہ = \angle عہ عہ = \angle عہ عہ
اور عہ عہ = عہ عہ جہاں عہ عہ = اسطوانہ کا نصف قطر
اور \angle عہ عہ عہ = $\frac{عہ عہ}{ل}$

فرض کرو کہ مروڑی قوت = عہ فی اکائی رقبہ = زور

چونکہ $\frac{زور}{بگڑاؤ} =$ استواری کا معیار د

$\therefore \frac{زور}{بگڑاؤ} = عہ = د \times بگڑاؤ = د \times \frac{عہ عہ}{ل}$

فرض کرو کہ عہ کے اطراف کے ایک چوڑے ٹکڑے کا رقبہ = ۱

لہذا عہ عہ قوت = $\frac{د عہ عہ}{ل} = ۱۰$

لہذا محور کے گرد قوتوں کا معیار اثر = $\frac{د عہ عہ ۱۰}{ل} = \frac{د عہ ۱۰}{ل}$

تمام چوڑے چوڑے ٹکڑوں کے معیار اثر کا مجموعہ محور کے گرد =

$\frac{د عہ ۱۰}{ل} = \frac{د عہ ۱۰}{ل}$

لیکن $\frac{د عہ ۱۰}{ل}$ قطبی مجموعہ کا معیار اثر کہلاتا ہے جو فرض کرو = ج

\therefore قوتوں کے اثری معیاروں کا مجموعہ = جفت = ق = $\frac{د عہ ۱۰}{ل}$

لیکن کسی اسطوانے کا جگہ اسکے محور کے گرد = $\frac{د عہ ۱۰}{ل}$

\therefore ق = $\frac{د عہ ۱۰}{ل} = \frac{د عہ ۱۰}{ل}$ (۲)

اگر ٹھوس سلاخ کی بجائے ہم ایک موٹی نلی لین جس کے اندرونی او
بیرونی نصف قطر علی الترتیب π اور π ہوں تو اس کو زاویہ θ
میں مروڑنے کے لئے جو جفت Q درکار ہوگا وہ حسب ذیل ہے :-
$$Q = \frac{\pi \cdot \theta}{L} \cdot \left(\frac{\pi^2 - \pi^2}{2} \right)$$

اور اسطوانہ کو کسی زاویہ θ میں مروڑنے کے لئے جو کام مطلوب ہوگا وہ
$$= \frac{1}{2} Q \cdot \theta \times \text{عد اسکو ثابت کرنیکا طریقہ بالکل اسی طرح کلہے جیسا کہ}$$

کسی تار میں بگاڑ کی صورت میں پہلے سمجھایا گیا ہے۔
لہذا کام جو کیا گیا یا ایک ٹھوس مروڑی ہوئی سلاخ کی صورت میں
توانائی
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \theta^2}{L} \cdot \frac{\pi^2 - \pi^2}{2}$$
 اس ٹھوس اسطوانہ کے بجائے فرض
کرو کہ ایک تار جس کا طول L اور نصف قطر π ہے ایک سرے پر
جکڑ دیا گیا ہے اور اسکا دوسرا سر امروڑا جا رہا ہے۔
تب جفت $Q = \frac{\pi \cdot \theta}{L} \cdot \frac{\pi^2 - \pi^2}{2} = \theta$ عد

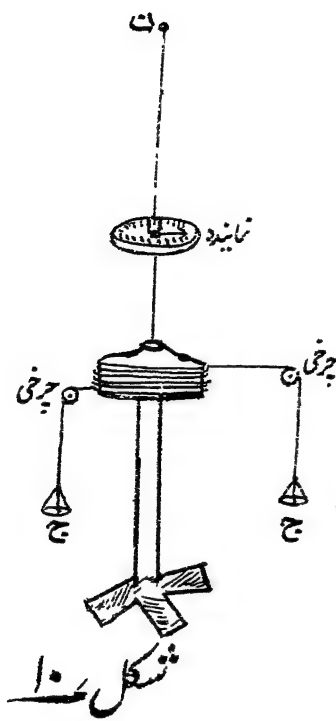
[جہاں θ = پھینگی کا معیار فی اکائی زاویہ]

$$\therefore \theta = \frac{\pi \cdot \theta}{L} \cdot \frac{\pi^2 - \pi^2}{2}$$
 اس طرح θ کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔
اور
$$\frac{\pi^2 \cdot \theta}{L} = \frac{\pi^2 \cdot \theta}{L}$$

اسکے ذریعے ہم θ کی تعریف کر سکتے ہیں۔

استواری کا معیار
$$= \frac{\pi^2 \cdot \theta}{L}$$
 بشرطیکہ اسطوانہ کا طول اکائی اور
تراش عمودی کا رقبہ بھی اکائی ہو۔

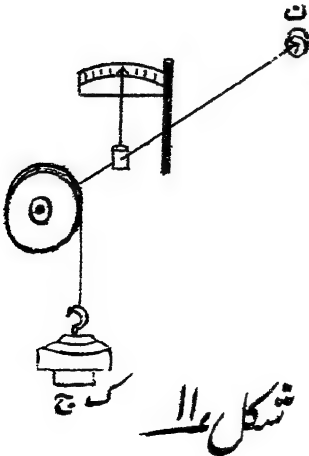
θ کی دریافت کا طریقہ :- جج ترازو کے دو لمبرے ایک ڈوری
کے ذریعے جو ایک اسطوانہ پر لپیٹ دی



جاتی ہے (شکل ۱۰) لٹکائے جاتے ہیں
یہ اسطوانہ تار کے پچھلے سرے پر نصب کیا
جاتا ہے۔ تار کے ایک حصہ پر نمایندہ
لگا دیا جاتا ہے جس کی مدد سے پیمانہ پر
مروڑ کا زاویہ عم پڑھا جاسکتا ہے۔
تار کے اوپر کا سرا اس طرح جما دیا گیا
ہے کہ وہ گھوم نہ سکے۔ صرف نیچلا سرا
ج ج میں وزن رکھنے سے گھوم سکتا
ہے۔ تجربہ میں دونوں پلٹروں میں مساوی
وزن ک ج رکھے جاتے ہیں اور زاویہ
عم پڑھ لیا جاتا ہے۔

چونکہ دونوں طرف ہر ایک وزن
ک ج ہے، اسلئے جفت = ۲ ک ج ف
$$\frac{د}{ل} = \frac{۲}{۲} \cdot \frac{۲}{۲} =$$

جہاں ف اس اسطوانہ کا نصف قطر ہے۔



د معلوم کرنے کا دوسرا طریقہ :-
ایک دائری وضع کی سلاخ کا ایک
سرا ت پر جما دیا جاتا ہے اور
دوسرا سرا ایک پھتہ کے مرکز پر
قائم کیا جاتا ہے (شکل ۱۱) پھتہ
کے گرد مضبوطی کے ساتھ ایک
ڈوری ثابت کر دی جاتی ہے اور

اس ڈوری کے دوسرے سرے پر وزن ک ج لٹکا کر پہیہ جو زاویہ عہ گھومتا ہے پیمانہ پر نمائندہ کے ذریعہ پڑھ لیا جاتا ہے۔ چونکہ یہاں صرف ایک ہی وزن ہے، اسلئے جفت = ک ج ف، جہاں ف پہیہ کا نصف قطر ہے۔

$$\text{ک ج ف} = \frac{د}{ل} \cdot \frac{\pi}{۲} \text{ ص}^۲$$

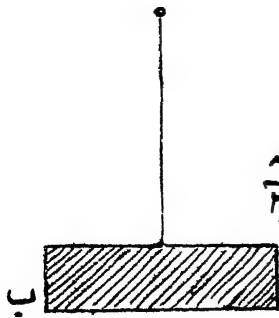
اس سے د کی قیمت دریافت ہو جاتی ہے۔

یادداشت :- تجربہ میں اس امر کو یاد رکھنا ضروری ہے کہ زاویہ عہ کی قیمت دائری پیمانہ میں ہوتی ہے۔ اس لئے ضروری ہے کہ اگر دائری پیمانہ میں تبدیل کرنا ہو تو درجوں کو $\frac{\pi}{۱۸۰}$ سے ضرب دیا جائے۔

د معلوم کرنے کا تیسرا طریقہ :- ۱ ب ایک یکساں وضع کی سلاخ ہے جو ایک تار کے پچلے سرے سے آویزاں کی گئی ہے۔ دیکھو شکل ۱۲ تار کا اوپر کا سرا ثابت کر دیا جاتا ہے اور نچلا سرا سلاخ کے سچ حصہ سے جوڑ دیا گیا ہے۔ اگر سلاخ کو دائری وضع میں ابتر از میں لایا جائے اور اس کا وقت دوران دریافت کر لیا جائے تو تار کی استواری کا معیار دریافت کیا جاسکتا ہے۔

فرض کر دو کہ کسی آن میں ۱ ب اپنی پہلی وضع سے زاویہ عہ گھومتا ہے۔

$$\text{تو جفت} = \text{ج ج} \frac{\pi}{۲} \text{ ص}^۲ = \text{ک ف} \frac{\pi}{۲} \text{ ص}^۲$$



شکل ۱۲

$$= \frac{د}{ل} \cdot \frac{\pi}{۲} \text{ ص}^۲ \text{ جہاں}$$

ف = سلاخ کا گردشی نصف قطر اور ک

= سلاخ کی کمیت

$$\therefore \frac{\text{فر } ۲}{۲} = \frac{\text{ل ک ف } ۲}{۲} \cdot \frac{\text{د ع } ۲}{۲}$$

اسلاخ کے بجائے ایک قرص بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ قرص کو دائری وضع میں ابتر اذ کرنے دو۔ قرص کا حج اس کے مرکز میں سے گزرنے والے محور کے گرد = $\frac{\text{ل } ۱}{۲}$ جہاں م = کمیت اور ص = نصف قطر چونکہ یہ سادہ موسیقی حرکت ہے لہذا وقت دوران

$$= \frac{\text{ل ک ل ف } ۲}{۲} \cdot \frac{\text{د ع } ۲}{۲} \quad (۵)$$

اس سے د کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے۔

اگر سلاخ اسطوانی وضع کی ہو تو ک ف = حج
= ک $\left(\frac{\text{ل } ۱}{۱۲} + \frac{\text{ل } ۲}{۱۲} \right)$ جہاں ص = سلاخ کا نصف قطر
اور ل = سلاخ کا طول

اگر سلاخ مستطیلی شکل کی ہو تو

$$\text{حج} = \text{ک} \left(\frac{\text{ل } ۱}{۱۲} + \frac{\text{ل } ۲}{۱۲} \right) \text{ جہاں ل} = \text{اس سلاخ کا طول}$$

اور ل م = " " عرض

ی، د اور ح میں تپش کی تبدیلی کی وجہ سے اچھی خاصی تبدیلی ہو جاتی ہے۔ اس دوران تجربہ میں تپش کا مستقل رکھنا ضروری ہے۔ ی اور د میں گٹاؤ، اضافہ و تپش کی وجہ سے ہوتا ہے۔ د میں تپش کے لحاظ سے جو تبدیلی ہوتی ہے وہ حسب ذیل مساوات سے ظاہر ہے

$$\text{جے} = \text{جے} (۱ - \text{ع د ت}) \text{ جہاں جے} = \text{استواری کا معیار ت ثمنی}$$

پر اور جے = استواری کا معیار صفر درجہ ثمنی پر

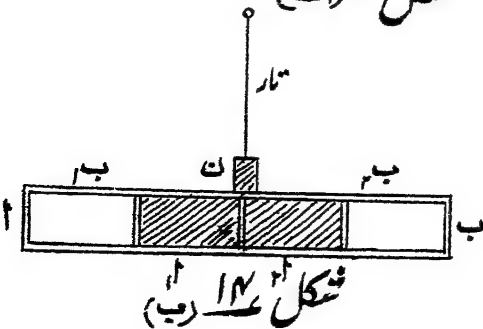
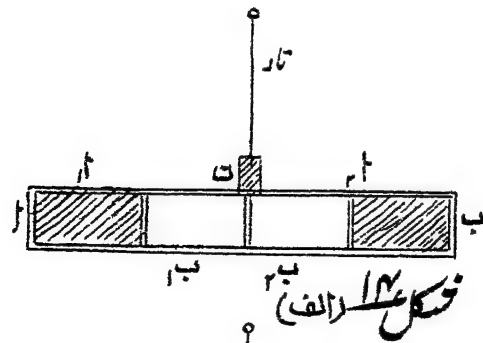
ع د = استواری کے معیار کی تپش کی قدر

نہیں ہوگا۔ علماءِ سلاح متجاسس نہیں ہوتی۔

نیکل کے لئے 'ینگ' کے معیار نچک کی تپشی قدر کو برڈفیسر ہیرسن نے دریافت کیا۔ اس نے نیکل کے تار کو برقی طریقے سے گرم کر کے تپش کو تار کی مزاحمت کی رقوم میں 'کیلنڈر' اور 'گریفٹھ' کے پل سے معلوم کیا۔ تپش کو مستقل رکھ کر تناؤ تار میں پیدا کیا گیا اور طول میں اضافہ ناپ لیا گیا۔ .. نہ مٹی کی تپش تک اس نے تجربہ کیا اور اس کے بعد اس نے ایک منحنی کھینچا جس میں ینگ کے معیار نچک اور تپش کا تعلق بتایا گیا تھا۔ اس منحنی سے یہ نتیجہ نکلا کہ تپش کے اضافہ سے ینگ کے معیار نچک میں کمی واقع ہوتی ہے۔

میکسول کی سوئی :- شکل ۱۴ میں ۱ ب ایک کھوکھلی اسطوانہ نما سلاح ہے جس کا طول فرض کرو ط کے مساوی ہے اس کا اصول وہی ہے جو پہلے بیان ہو چکا ہے۔ اگر اس کھوکھلی سلاح ۱ ب کے جمود کا معیار اثر صحیح طور پر دریافت کر لیا جائے تو وقت دوران معلوم

ہو سکتا ہے اور آسانی کے ساتھ ۲ یعنی استواری کا معیار دریافت کیا جاسکتا ہے، لیکن بچوں، آئینہ وغیرہ کی موجودگی سے جسکو شکل میں ۱ ب سے ظاہر کیا گیا ہے کہ وہ کھلے استوا کا صحیح جمود کا معیار اثر نہیں معلوم ہو سکتا بلکہ اسکی قیمت کچھ بڑھ جاتی ہے



جس کی وجہ سے تجربہ میں خطا عائد ہوتی ہے۔

میکسول نے n کی وجہ سے جو خطا ہوتی ہے اس کی صحت کے لئے کھوکھلے اسطوانہ ۲ ب کے جمود کے معیار اثر کو حسب ذیل تفریق کے عمل سے ساقط کر دیا۔ اگر n کا صحیح جمود کا معیار اثر ہم کو معلوم ہو جائے تو پھر ۱ ب کے جمود کے معیار اثر کو ساقط کرنے کی ضرورت نہیں رہتی۔

شکل میں ۱ ، ۲ پتیل کے دو ٹھوس اسطوانے اور ۱ ب پتیل کے دو کھوکھلے استوانے ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کا طول $= \frac{1}{2} \pi$ اور یہ اسطوانہ ۲ ب میں آسانی کیساتھ ٹھیک بٹھائے جاسکتے ہیں۔

تجربہ میں شکل ۱۲ (الف) کی طرح ٹھوس اسطوانے ۱ ، ۲ کو ۱ ب کے بیرونی حصہ میں رکھا جاتا ہے۔ اور ۱ ب، ۲ کو اندرونی حصہ میں اس کے بعد ۱ ب کو اہتر از میں لا کر n سے منعکس

شعاع اور دور میں وغیرہ کی مدد سے وقت دوران ۱ دریافت کر لیا جاتا ہے اور پھر کھوکھلے اسطوانہ ۱ ب کو ۲ ب کے بیرونی حصہ میں اور ۱ ، ۲ کو اندرونی حصہ میں (جیسا کہ شکل ۱۲ ب میں دکھایا گیا ہے) رکھ کر اس صورت میں وقت دوران ۱ معلوم کر لیا جاتا ہے۔ ۱ یا ۲ کی کمیت k معلوم کر لی جاتی ہے اور اسی طرح کھوکھلے اسطوانہ ۱ ب یا ۲ کی کمیت k بھی دریافت کر لی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ کھوکھلے اسطوانہ ۱ ب کے جمود کا معیار اثر اس محور کے گرد جو تار کا خود محور ہے $=$ h اور ۱ یا ۲ کے جمود کا معیار اثر ایسے محور کے گرد جو اس کے مرکز ثقل میں سے گزر رہا ہو اور تار کے محور کے متوازی ہو $=$ h اور ۱ یا ۲ کے جمود کا معیار اثر اسی طرح کے محور کے گرد $=$ h

لہذا متوازی محوروں کے اصول سے اگر شکل ۱۲ (الف) کی طرح ۱ اور ۲

ہوں تو ۱ یا ۲ کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد فرض کرو = مَج
 $= \text{مَج} + \text{ک} \left(\frac{\text{ط}}{۲} + \frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲$

$$= \text{مَج} + \text{ک} \left(\frac{\text{ط}^۳}{۸} \right)$$

∴ ۱ اور ۲ دو نوں اسطوانوں کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد

$$= ۲ \text{ مَج} = ۲ \text{ مَج} + ۲ \text{ ک} \left(\frac{\text{ط}^۳}{۸} \right)$$

اور اسی شکل ۱۲ الف میں متوازی محوروں کے اصول سے ب یا

ب کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = مَج فرض کرو

$$= \text{مَج} + ۲ \text{ ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲$$

∴ ب اور ب دو نوں کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = ۲ مَج

$$= ۲ \text{ مَج} + ۲ \text{ ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲$$

شکل ۱۲ الف کی وضع کے لئے اگر مجموعہ کے جمود کا معیار اثر تار کے

محور کے گرد = مَج

$$\text{تو } \text{مَج} = \text{مَج} + ۲ \text{ مَج} + ۲ \text{ مَج} + \text{مَج} = \text{مَج} + ۲ \text{ مَج} +$$

$$+ ۲ \text{ ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲ + ۲ \text{ ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲ + \text{مَج} + \text{ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲ + \text{مَج} \dots (۶)$$

جہاں مَج = فرض کروں کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد

$$\text{اور اس صورت میں وقت دوران } \pi = \sqrt{\frac{\text{مَج}}{\text{ط}}} \dots (۷)$$

جہاں π = پیچیدگی کا جنت فی اکائی زاویہ

اب شکل ۱۲ الف پر غور کرو

اس صورت میں بھی متوازی محوروں کے اصول سے ۱ یا ۲ کے جمود کا

معیار اثر تار کے محور کے گرد = فرض کرو مَج

$$= \text{مَج} + \text{ک} \left(\frac{\text{ط}}{۸} \right)^۲$$

∴ دونوں اسطوانوں کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = ۲ مچ

$$۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2$$

اسی طرح، متوازی محوروں کے اصول سے اُسی شکل میں ب یا ب کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = فرض کرو مچ

$$\text{مچ} + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \right)^2 = \text{مچ} + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2$$

∴ دونوں اسطوانوں ب، ب کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد

$$۲ \text{ مچ} = ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2$$

∴ شکل ۱۲ (ب) کی وضع کیلئے اگر مجموعہ کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے

گرد = مچ

$$\text{تو } \text{مچ} = \text{مچ} + ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ مچ} + \text{مچ}$$

$$= \text{مچ} + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 + \text{مچ}$$

$$+ ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 + \text{مچ} \dots\dots\dots (۸)$$

اور اس صورت میں وقت دوران $\text{مچ} = ۲ \sqrt{\frac{\text{مچ}}{g}}$ (۹)

اوپر کی مساوات (۸) کو مساوات (۹) میں سے تفریق کرنے سے ہے۔

$$\text{مچ} - \text{مچ} = ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 - ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 + ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 - ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 =$$

$$= ۲ \text{ کم} \left\{ \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 - \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 \right\} + ۲ \text{ کم} \left\{ \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 - \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 \right\} =$$

$$= ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{4} \right)^2 - ۲ \text{ کم} \left(\frac{\pi}{8} \right)^2 = \frac{\pi^2}{8} (۲ \text{ کم} - ۲ \text{ کم}) \dots\dots\dots (۱۰)$$

اب چونکہ ہیکو ک، ک، او۔ ط معلوم ہیں اسلئے مج۔ مج۔ معلوم ہو سکتا ہے۔

مساوات (۷) اور (۹) کو جمع کر نیکیے بعد تفریق کرتے سے :-

$$\text{و۔} - \text{و۔} = \frac{\pi^2}{\text{ط}} (\text{مج۔} - \text{مج۔}) \dots \dots \dots (۱۱)$$

مساوات (۱۱) سے چونکہ اب مج۔ مج۔ کی قیمت معلوم ہے اس لئے ط معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{یعنی } \text{ط} = \frac{\pi^2}{\text{و۔} - \text{و۔}} \{ \text{ط}^2 (\text{ک۔} - \text{ک۔}) \}$$

اور چونکہ جفت جو عمل کر رہا ہے وہ $= \frac{\pi}{\text{و۔}} \times \frac{\pi}{\text{و۔}} = \text{ط}^2$

$$\therefore \text{ط} = \frac{\pi}{\text{و۔} - \text{و۔}} \{ \text{ط}^2 (\text{ک۔} - \text{ک۔}) \} \times \frac{\pi}{\text{و۔}} = \frac{\pi^2}{\text{و۔} - \text{و۔}} \{ \text{ط}^2 (\text{ک۔} - \text{ک۔}) \}$$

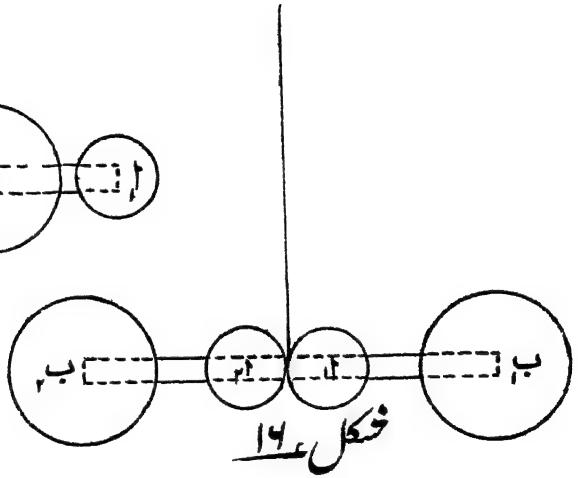
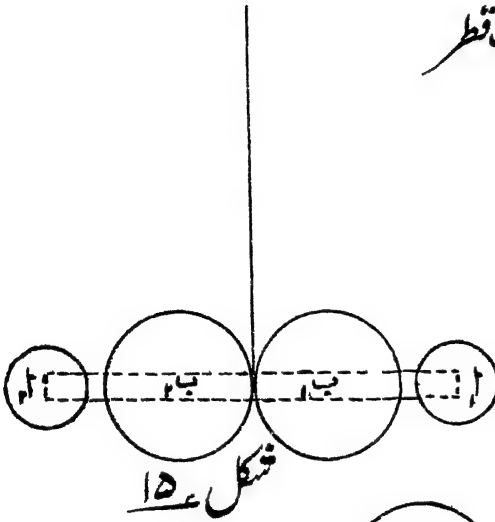
$$\dots \dots \dots (۱۲) \quad \text{ط} = \frac{\pi^2}{\text{و۔} - \text{و۔}} \{ \text{ط}^2 (\text{ک۔} - \text{ک۔}) \}$$

مثال :- ایک اسطوانہ نمائشی سلاح جس کا طول ط ہے وسطی نقطہ سے ایک تار کے ذریعے لٹکانی گئی ہے اور یہ ا، ا، ب، ب چار پتیلی ٹھوس کروں کے مرکزوں سے مس کرتی ہوئی گزرتی ہے۔ ا، اور ا، بالکل مساوی جسامت کے ہیں اور ہر ایک کا نصف قطر ص، اور کمیت ک، ہے اور اسی طرح ب، اور ب، مساوی ہیں اور ان میں سے ہر ایک کا نصف قطر ص، اور کمیت ک، ہے۔ مروڑ کے تحت سلاح کا وقت دوران ہوتا ہے جبکہ ا، اور ا، میں سے سلاح کو گزار کر اس کے وسطی حصہ میں (مس کرتے ہوئے) اور ب، اور ب، کے مرکزوں کو

سلاخ کے سروں پر رکھا جاتا ہے۔ اگر وسطیٰ کڑوں کے محصل سروں کے کڑوں سے باہم بدل دئے جائیں تو سلاخ کا وقت دوران پہنچ جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس تار کے مادہ کا استوار می کا معیار =

$$= \frac{\{ \text{ک (ص}^1 - \frac{\text{ط}^2}{\text{پ}}) + \text{ک (} \frac{\text{ط}^2}{\text{پ}} - \text{ص}^2) \}}{\text{ص}^1 (\text{و}^1 - \text{و}^2)}$$

جہاں ص = تار کا نصف قطر
ل = تار کا طول



حل :- فرض کرو کہ سلاخ کے جہود کا معیار اثر ایک ایسے محور کے گرد جو خود تار کا محور ہے = حج

اور ا یا ب یا کہہ کا اسکے ایسے محور کے گرد جہود کا معیار اثر جو کہہ کے مرکز ثقل میں سے گزرتا ہو اور تار کے محور کے متوازی ہو فرض کرو = حج

نیز یہ بھی فرض کرو کہ ب یا ب کے جہود کا معیار اثر اس کے ایسے محور کے گرد جو اس کے مرکز ثقل میں سے گزرتا ہو اور تار کے محور

کے متوازی ہو = $\frac{1}{2}$ حج
 شکل ۱۵ میں جبکہ وقت دوران $\frac{1}{2}$ ہو تو $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ کے جمود کا
 معیار اثر تار کے محور کے گرد متوازی محوروں کے اصول سے = فرض کرو
 $\frac{1}{2}$ حج = $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ ک

اور اسی طرح $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ دونوں گروں کے جمود کا معیار اثر تار کے
 محور کے گرد = $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ ک
 اور اسی شکل میں متوازی محوروں کے اصول سے $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ کے
 جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = (فرض کرو) $\frac{1}{2}$ حج = $\frac{1}{2}$ حج +

+ $\frac{1}{2}$ ک (ط)
 ∴ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ دونوں کے جمود کا معیار اثر = $\frac{1}{2}$ حج =

= $\frac{1}{2}$ ک (ط) + $\frac{1}{2}$ حج
 شکل ۱۵ میں اگر مجموعے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = $\frac{1}{2}$ حج
 تو $\frac{1}{2}$ حج = $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ حج [جہاں $\frac{1}{2}$ حج = بیچوں وغیرہ
 کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد]

= $\frac{1}{2}$ حج + $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{2}$ ک (ط)
 + $\frac{1}{2}$ حج (۱۳)

اور اس صورت میں
 وقت دوران $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ حج
 اب شکل ۱۶ پر غور کرو :-

اس صورت میں بھی متوازی محوروں کے اصول سے $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{2}$
 کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = فرض کرو $\frac{1}{2}$ حج = $\frac{1}{2}$ حج +
 + $\frac{1}{2}$ ک (ط)

∴ دونوں گروں کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = ۲ مچ

$$= ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط})$$

اسی طرح متوازی محوروں کے اصول سے ب یا ب کے جمود کا معیار

$$\text{اثر تار کے محور کے گرد} = \text{فرض کرو } ۲ \text{ مچ} = ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ص} (۲)$$

∴ دونوں ب اور ب کے جمود کا معیار اثر = ۲ مچ

$$= ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ص}$$

شکل ۱۷ کے لئے اگر مجموعہ کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد = ۲ مچ

$$\text{تو } ۲ \text{ مچ} = ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ص}$$

$$\text{لہذا } ۲ \text{ مچ} = ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط}) + ۲ \text{ مچ} + ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ص}$$

$$+ ۲ \text{ مچ} \quad (۱۵)$$

$$\text{اور اس صورت میں وقت دوران } \pi = ۲ \text{ مچ} \quad (۱۶)$$

اوپر کی مساوات (۱۵) کو (۱۳) میں سے تفریق کرنے سے:—

$$۲ \text{ مچ} - ۲ \text{ مچ} = ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط}) - ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط}) - ۲ \text{ ک} + ۲ \text{ ص}$$

$$= ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط} - ۲ \text{ ص}) + ۲ \text{ ک} (۲ \text{ ط} - ۲ \text{ ص}) \quad (۱۷)$$

اب چونکہ ص، ک، ک اور ط کی قیمتیں معلوم ہیں لہذا

۲ مچ کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔ اوپر کی مساواتوں (۱۳) اور (۱۶) کو مربع کرنے کے بعد اگر تفریق کریں تو:—

$$۲ \text{ مچ} - ۲ \text{ مچ} = \frac{\pi^2}{2} (۲ \text{ مچ} - ۲ \text{ مچ}) \quad (۱۸)$$

مساوات (۱۸) میں چونکہ (۲ مچ - ۲ مچ) کی قیمت معلوم ہے اور

اور وہ بھی معلوم ہیں اس لئے کہ معلوم ہو جاتا ہے۔

اب تار پر جو جفت عمل کر رہا ہے وہ

$$= \frac{\text{ذرعہ}}{\text{ل}} \times \frac{\pi}{2} \text{ صی} = \text{ٹہ عہ} \quad \text{جہان عہ} = \text{زاویہ انصراف}$$

$$= \frac{\text{ل}^2}{\pi \text{ صی}} = \therefore$$

$$= \frac{\text{ل}^2}{\pi \text{ صی}} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right\} =$$

$$= \frac{\pi \text{ ل}^4}{\text{صی}^2} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \right\} =$$

$$= \frac{\pi \text{ ل}^4}{\text{صی}^2} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \right\} =$$

ہندی ربر کے لئے پواساں کی نسبت دریافت کر نیکا طریقہ:-

ایک گول تراش والے بے ٹھوس ہندی ربر کے ٹکڑے کو جس کا قطر تقریباً نصف انچ ہوتا ہے ایک سرے سے باندھ کر لٹکایا جاتا ہے اور اُس کے دوسرے سرے پر ایک پلڑے میں بوجھ رکھا جاتا ہے۔ ربر کی طوی سمت میں تقریباً دس مقامات پر نشانات بنائے جاتے ہیں اور ان مقامات پر خروہ پیمانیج سے ربر کا قطر ہر بوجھ کے لئے جو پلڑے میں رکھا جاتا ہے ناپ لیا جاتا ہے۔ متحرک خوردبین کی مدد سے ربر کا طول بھی ہر بوجھ کے لئے معلوم کر لیا جاتا ہے۔ اس طرح ہر وزن کے لئے عرضی سکڑاؤ اور طوی اضافہ کی قیمتیں علی الترتیب معلوم کر لی جاتی ہیں۔ عرضی سکڑاؤ کی صورت میں ہر وزن یا بوجھ کے متناظر تقریباً دس پیمائشوں کی اوسط قیمت لی جاتی ہے۔

عرضی سکڑاؤ
ابتدائی قطر

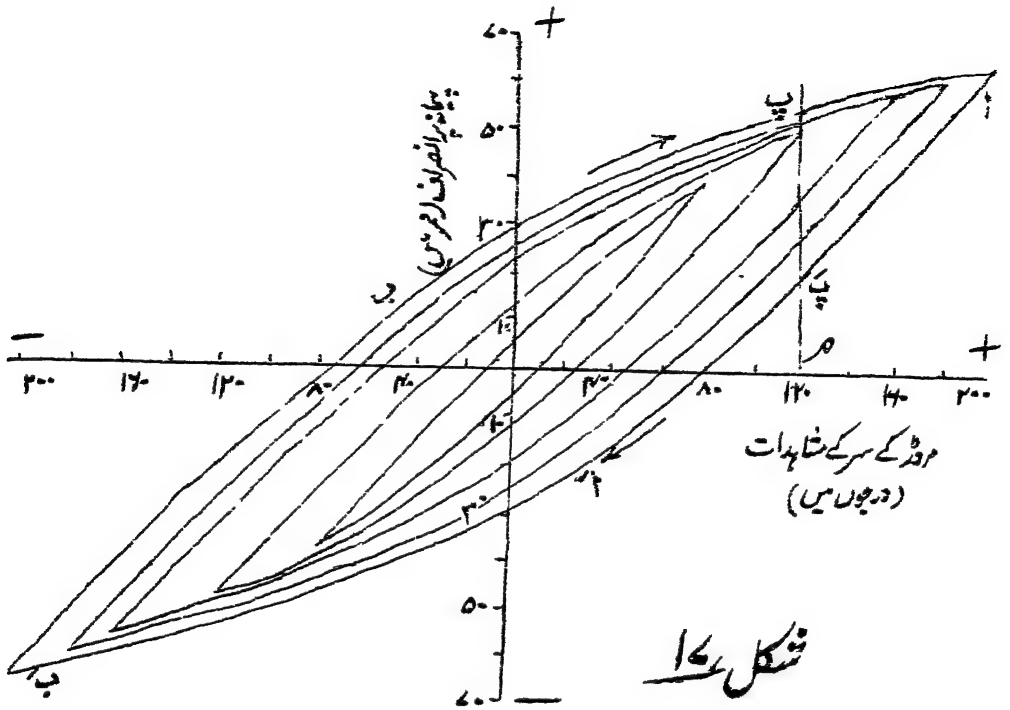
پواسان کی نسبت مہ =

طولی اضافہ
ابتدائی طول

اس طرح ہر بوجھ کے لئے مہ کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔ تمام مشاہدات کو بوجھ کے ترتیب دینے کے پانچ یا دس منٹ بعد پڑھنا مناسب ہوتا ہے۔ مہ کی قیمت ربر کی نوعیت پر منحصر ہوتی ہے اور نیز کسی ایک بوجھ کے اضافہ کرنے کی صورت میں جو قیمتیں حاصل ہوتی ہیں وہ اسی بوجھ کے کمی کرنے کی قیمتوں سے کسی قدر مختلف ہوتی ہیں۔

مروڑی اختلاف :۔ اگر کوئی تانبے کا تار اس طرح مروڑا جائے کہ مروڑ کا جھٹ بتدریج بڑھنے لگے تو یہ ثابت ہوا ہے کہ جھٹ کی قیمت پہلے تو مروڑ کے متناسب، اور ہوگ کے کلیہ کے تابع رہتی ہے لیکن جوں جوں زاویہ مروڑ کی قیمت بڑھتی جاتی ہے، مروڑ کا جھٹ، مروڑ کی بنسبت کم ہونے لگتا ہے، اب اگر کسی وقت میں، مروڑ کے جھٹ کی سمت کو الٹا دیا جائے تو کسی دئے ہوئے زاویہ کے لئے، الٹی سمت میں مروڑ کا جھٹ، ابتدائی سمت کے مروڑ کے جھٹ سے ہمیشہ کم ہوتا ہے (شکل ۱ میں پ، ہ، پ، ہ سے چھوٹا ہے) لہذا تار کو کسی دئے ہوئے زاویہ میں مروڑے جانے کے لئے جو کام کرنا پڑتا ہے وہ زیادہ ہے بنسبت اس کام کے جو کہ تار الٹا مروڑے جاتے ہوئے کر سکتا ہے۔ اس خاصیت کو ”مروڑ کے اختلاف“ سے تعبیر کیا جاتا ہے کسی بے مروڑے ہوئے تار کو لو اور زرخ کر کہ اولاً وہ ایک زاویہ + طہ درجے کسی سمت میں مروڑا جاتا ہے پھر اس کو الٹا تار مروڑو

کہ وہ ایک زاویہ - طے درجے بنائے اور اس کے بعد پھر پہلی سمت



شکل ۱۷

میں مروڑ کر زاویہ + طے تک لے آؤ۔ تجربہ سے یہ ثابت ہوا ہے کہ مروڑ کا جفت، جبکہ دوسری مرتبہ تار + طے زاویہ بناتا ہے، پہلی دفعہ کے + طے زاویے کے مروڑ کی جفت سے مختلف ہوتا ہے۔ لیکن اگر تار کو + طے اور - طے کی حد تک مروڑا جائے تو یہ ایک دور ہوگا اور متعدد دور اس طرح مکمل کئے جائیں کہ ہر دور ٹھیک یکساں طریقہ اور بالکل ایک ہی وقت کے وقفوں میں مکمل ہو جائے تو یہ دریافت کیا گیا ہے کہ تار ایک مستقل دوری حرکت کرنے لگتا ہے جس میں + طے اور - طے کے متناظر جفتوں کی خاص خاص قیمتیں ہوتی ہیں اور کسی درمیانی زاویہ ملے کے لئے جفت کی دو قیمتیں ہوتی ہیں، ایک قیمت تار کے - طے سے + طے

تک مروڑے جانے کے اور دوسری + طے سے۔ طے تک مروڑے جانے کے
متناظر ہوتی ہے۔ اس دوری حالت کو شکل ۱۷ میں واضح طور پر
دکھلایا گیا ہے۔

تار کو ایک مکمل دور تک مروڑنے میں جو کام کیا جاتا ہے اسکی تخمینہ
فرض کرو کہ طے نیم قطریوں کے مروڑنے کے متناظر جو جفت عمل کرتا ہے
اسکی قیمت ق ڈائیں سمر ہے۔

تب اگر مروڑ کی قیمت میں فرط کا اضافہ ہوتا ہو تو جفت جو کام کرتا ہے
وہ ق فرط کے مساوی ہوگا۔

لہذا تار پر ایک مکمل دور میں جو کام ہوا
وہ = ق ڈائیں + ق فرط

= کسی بند حلقہ کے رقبہ کے جس کی
تعبیر اب ب ا سے ہوگی۔

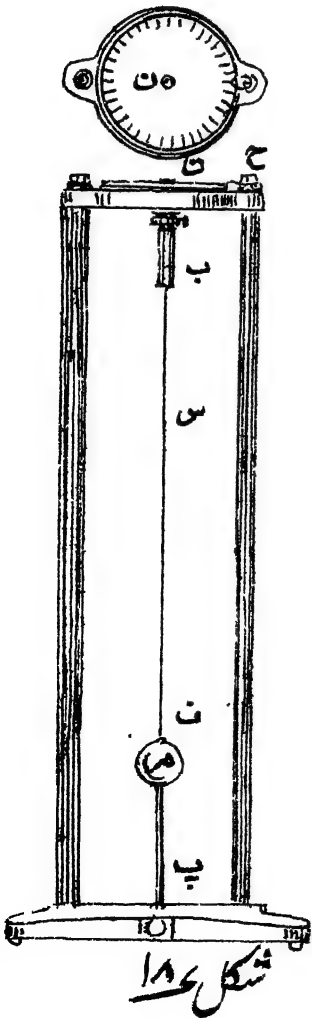
ہم اگر اس حلقہ کو ع نیم قطریان فی سمر
کے پیمانہ سے مروڑ کے لئے، اور یہ ڈائیں
سمر فی سمر کے پیمانہ سے جفت کیلئے فرسم
کریں تو تار پر جو کام کیا جاتا ہے وہ

= ع ڈائیں + ع فرط = ۲۰ ارگ کے، جہاں
۲ بند حلقے کے رقبہ کے مساوی ہے۔

عملی تفصیلات :- شکل ۱۸ میں

جو آدہ دکھلایا گیا ہے وہ دو تاروں پر
شتمل ہے جس میں سے س تانبے کی

ہے اور دوسری زیر تجربہ ہے اور دوسری
پ پٹیں کی ہے جس کے تراش عمودی



کار قبہ سے زیادہ اور طول سے کم ہے اور اسکے لچک کے خواص پہلے سے ہی ایک تجربہ کی مدد سے دریافت کر لئے گئے ہیں۔ دونوں تاروں کو ایک دھاتی کندہ ف میں مضبوطی سے ملا کر جادیا جاتا ہے۔ تانبے کے تار کا دوسرا سر امضبوطی کے ساتھ ایک درجہ دار مروڑ کے راس کے ساتھ باندھ دیا جاتا ہے جس پر مروڑ کا زاویہ پڑھا جاسکتا ہے۔ پیتل کی تار کا سر آلہ کے قاعدے سے باندھ دیا جاتا ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ کوئی جفت اگر تانبے کے تار پر لچک کی حد سے بڑھ کر عمل کرنا چاہے، تو پیتل کے تار کی مزاحمت کی باعث، ایسا نہیں کر سکتا۔ لہذا، ف جو زاویہ گھومتا ہے اس کو اگر معلوم کر لیا جائے تو مروڑ کا جفت جو پیتل کے تار پر عمل کرتا ہے دریافت کیا جاسکتا ہے، اور اس سے تانبے کے تار پر عمل کرنے والا جفت معلوم ہو سکتا ہے۔ کندہ ف کے ساتھ ایک آئینہ ہر لگا دیا جاتا ہے۔ اس سے اور ایک لمب اور بیانیہ کی مدد سے، ف جو زاویہ گھومتا ہے اس کو پڑھا جاسکتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ زاویہ = عہ نیم قطری جبکہ بیانیہ پر انصراف لاسمر ہوتا ہے۔ تب چونکہ

$$\text{مس } ۲ \text{ عہ} = \frac{\text{لا}}{\text{لا}} \text{ عہ} = \frac{\text{لا}}{\text{لا}} \text{ نیم قطریوں کے جہاں ث}$$

آئینہ سے بیانیہ کا قاصدہ ہے۔

$$\text{لہذا پیتل کی تار پر جفت} = \text{ق} = \frac{\text{د عہ}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{د ص}}{\text{ل}} \quad (۱۴)$$

جہاں $\frac{\text{د}}{\text{ص}} = \text{پیتل کی تار کے مروڑ کا معیار}$
 $\text{ص} = \text{لا}$ کا نصف قطر
 $\text{ل} = \text{لا}$ کا طول

لہذا تانبے کی تار پر عمل کرنے والا جفت معلوم ہو سکتا ہے۔
 د کی دریافت: تقریباً پچاس سمر طول کا ایک علیحدہ تار لے کر (جو پ

کے نمونہ ہی کا ہونا چاہیے) اسکے ایک سر کے مضبوطی سے اس طرح باندھو کہ وہ انتصاباً ٹنگنے لگے۔ تار کے دوسرے سرے سے ایک جمودی سلاح کو باندھ کر تار کی مروڑ کے تحت اس سلاح کو بہتر از کر نے دو

اگر و = وقت دوران

م = سلاح کے جمود کا معیار اثر تار کے محور کے گرد

ل = اس علیحدہ تار کا طول

$$\frac{2\pi}{\text{م}} \left| \frac{2\pi}{\text{م}} \right| \quad \text{تو } \pi^2 = \text{و}$$

مساوات (۱۹) میں د کی قیمت لکھنے سے

$$\text{ق} = \frac{2\pi^2}{\text{ل}} \frac{\text{م}}{\text{و}} \quad \text{ل ث و} \quad (۲۰)$$

اس ضابطہ سے تانبہ کی تار پر عمل کرنے والے حفصت اوپچاینہ پر نقطہ نور

کے انصراف کے درمیان تعلق معلوم ہو جاتا ہے۔

اور اس طرح ق کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

اس تجربہ میں دو مشاہد ملکر کام کرتے ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ایک ہی وقت میں، مروڑ کے راس کے اور نور کے نقطہ کے مشاہدات لینے ہوتے ہیں۔ آگے کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ تاروں میں ابتدا میں بگاڑ نہیں ہوتا اور مروڑ کا راس صفر پر ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ امتہائی مروڑ کے دور مثلاً ۲۰۰، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۴۰ وغیرہ زیر امتحان ہیں۔

مروڑ کے راس کو پہلے ۲۰۰ گھمایا جاتا ہے اور پھر ۱۴۰ کی وقفوں سے کم کرتے ہوئے ۲۰۰ تک لایا جاتا ہے۔ اب اس کی حرکت کی سمت الٹی کر دی جاتی ہے اور ۱۴۰ کے وقفوں سے مشاہدات دہرائے جاتے ہیں حتیٰ کہ ۲۰۰ تک پہنچ جاتا ہے۔

اس طرح بغیر درمیان میں ر کے ہوئے متعدد دور کے مشاہدات لئے جاتے ہیں، حتیٰ کہ دوری حالت کا حصول پیمانہ پر کے مشاہدات کے مستقل ہونے سے ظاہر ہونے لگتا ہے۔ لیکن بہتر ترکیب یہ ہے کہ مشاہدات شروع کرنے سے قبل تار کو مروڑ کے متعدد دوروں میں سے گزرنے دیا جائے۔

اختناق کے حلقے جو طے = ۲۰۰، ۱۸۰، ۱۶۰، ۱۲۰ وغیرہ قیمتوں کے متناظر ہوں مرسم کئے جانے چاہئیں اور ان کے رقبہ جات کسی طریقہ سے دریافت کر لئے جائیں۔ ایک منحنی ایسا کھینچا جاسکتا ہے جس میں ہر دور کی حاصل توانائی اور مروڑ کے انتہائی زاویہ طے میں تعلق بتایا جاسکتا ہے۔

اس منحنی کو شکل ۱۹

میں دکھلایا گیا

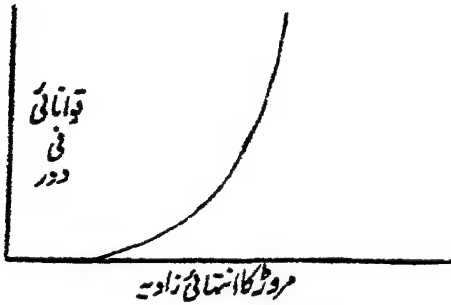
ہے۔

مشاہدات کو قلمبند

کرنے کا طریقہ اس

مثال سے بخوبی واضح

ہو جائے گا:-



شکل ۱۹

مروڑ کے راس کے مشاہدات درجوں میں	پیمانہ کے مشاہدات سم میں	پیمانہ کے مشاہدات سم میں	پیمانہ کے مشاہدات سم میں
۱۵۰ +	۶۹.۵	۷۸.۵	۷۹.۵
۱۲۵ +	۵۵.۵	۶۳.۳	۷۵
۱۰۰ +	۴۲	۴۹.۵	۵۰

۶۴۵	۳۷	۶۴	۳۶۵	۶۳۵	۳۰	۷۵ +
۵۰۵	۱۳۵	۵۰۵	۱۳۵	۵۰۵	۹۵	۲۵ +
۴۲	۴۰	۴۲	۳۵	۴۲	۵	صفر
۳۲۵	-۴۵	۳۲۵	-۵	۳۲۵	-۸	۲۵ -
۲۱	-۱۱۵	۲۱	-۱۲	۲۱	-۱۴	۵۰ -
۸۵	-۱۸	۸۵	-۱۸۵	۸۵	-۲۰	۷۵ -
-۵	-۲۳۵	-۵	-۲۴	-۲۶۵	-۲۵	۱۰۰ -
-۱۸۵	-۲۸۵	-۱۸۵	-۲۹	-۱۸۵	-۲۹۵	۱۲۵ -
۳۳۵	۳۳۵	۳۳۵	۳۳۵	-۳۳	-۳۳	۱۵۰ -
←		←		←		

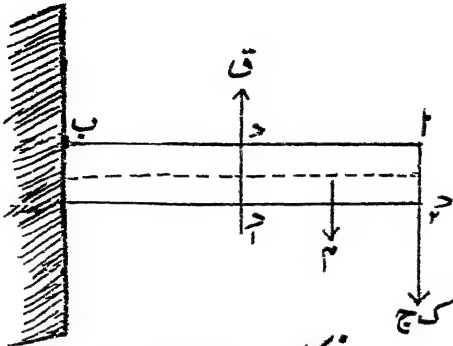
سلاخوں کا خاؤ:- اگر ایک سیدھی سلاخ کو شکل ۲ کے مطابق
 خمایا جائے تو اس کے ریشے اوپر کے حصہ میں کہنچیں گے (یعنی اوپر کے
 حصہ کے ریشوں کے طول میں اضافہ ہوگا) اور نیچے کے حصہ کے طول
 گھٹنے لگیں گے۔ اس سلاخ کے ایک حصہ میں ایسی ہی کچھ سطح ہوگی جہاں
 ریشوں کے طول میں نہ تو اضافہ ہوگا اور نہ کسی سلاخ کی ایسی سطح، تعدیلی
 سطح کہلاتی ہے اور ایک ایسا خط جو ان تمام چوڑے چوڑے ریشوں میں
 سے جو نہ تو کہنچتے ہیں اور نہ گھٹتے ہیں گزرتا ہے، تعدیلی محور کہلاتا ہے۔
 تعدیلی محور کے طول میں سلاخ کے خاؤ کی
 درجہ سے نہ اضافہ ہوتا ہے اور نہ کمی۔



شکل ۲

فرض کرو کہ ایک سلاخ ایسی ہے جسکا
 ایک سرادیاور میں قائم کر دیا گیا ہے اور
 دوسرے سرے سے ایک وزن تک ج
 لٹکایا گیا ہے دیکھو شکل ۲ (الف)۔

د کے پاس ایک چھوٹا سا رقبہ تصور کرو۔ چونکہ ایک قوت ک ج نیچے کی جانب عمل کر رہی ہے



اور سلاخ کے ٹکڑے ا د د کا وزن م بھی اسی جانب عمل کر رہا ہے۔

لہذا سلاخ کو تعادل کی حالت میں رکھنے کے لئے ایک جزئی قوت ق

شکل ۲ (الف)

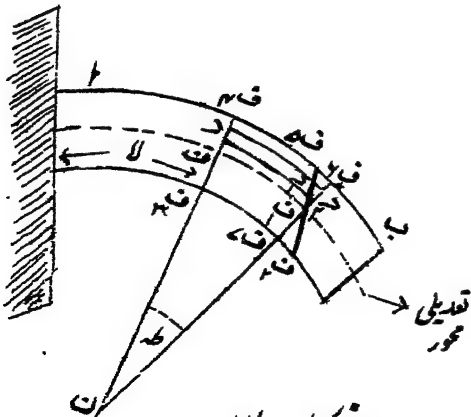
کو اوپر کی جانب اس طرح عمل کرنا چاہیے کہ $Q = P + k$ ج اس طرح تمام جزئی قوتیں ایک جفت پیدا کرتی ہیں جس کی وجہ سے تمام ریشے سلاخ کے اوپر کے حصہ میں تناؤ کی حالت میں ہیں اور نیچے حصہ میں دباؤ کی حالت میں۔ اس لئے اوپر کے حصہ میں د کے بائیں جانب ایسی قوتیں عمل کر رہی ہیں جن کا تقاضا یہ ہے کہ جانب کے ریشوں کو کھینچنے کا ہے اور سلاخ کے نیچے حصہ میں د کی بائیں جانب

ایسی قوتیں عمل کرتی ہیں جو دھننے جانب کے ریشوں کو دبانے کا تقاضا رکھتی ہیں۔

ان تمام قوتوں کا معیار اثر ایک جفت ہے اور یہ اس جفت

کو توازن میں رکھتا ہے جو

ک ج اور ق کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ اس جفت کو ”تخمیدگی کے معیار اثر“ سے



شکل ۲

تعبیر کیا جاتا ہے۔

شکل ۲۱ میں ایک خمی ہوئی سلاخ دکھلائی گئی ہے۔ ابتدا میں ف ف، ایک فاصلہ تعدیلی محور کے اوپر اس طرح لیا گیا ہے کہ ف ف کے (جو تعدیلی محور کے نیچے کی جانب ہے) مساوی ہو۔ چونکہ سلاخ خالی گئی ہے اس لئے اوپر کھینچاؤ کی وجہ سے ف ف، ف پر چلا جائے گا۔

یعنی اوپر کی جانب اضافہ طول = ف ف

اور نیچے دباؤ کی وجہ سے ف ف، ف پر چلا جائے گا یعنی کمی طول

= ف ف لیکن تعدیلی محور ف ف (جو مساوی ہے ف ف = ف ف)

اپنی اصلی حالت پر رہتا ہے یعنی اس میں نہ اضافہ طول ہوتا ہے اور نہ کمی۔

اب ایک چوٹا سا ٹکڑا د د طول اور ا تراش عمودی کے رقبہ کا تعدیلی محور کے اوپر تصور کرو جبکہ سلاخ خالی نہیں گئی ہو (اس ٹکڑے کا طول بھی = ف ف = ف ف = ف ف)

سلاخ اگر خالی جائے تو اس ٹکڑے میں اضافہ طول = د د

لہذا اضافہ طول فی اکائی طول = $\frac{د}{د}$

ف ف، ف کو اور ف ف، ف کو ملاؤ اور ان کو اتنا خارج کرو کہ نقطہ ن پر ایک دوسرے کو یہ قطع کریں۔ ٹکڑے ف ف کا مرکز انخنا "ن" ہوگا۔ اگر می = اس سلاخ کے مادہ کا بینگ کا معیار لچک

$$\text{تو می} = \frac{\text{زور}}{\text{بگاڑ}} = \frac{\frac{قوت}{د}}{\frac{قوت \times د}{د \times د}} = \frac{قوت}{د \times د} = \frac{قوت \times ف ف}{د \times د \times ف ف}$$

$$= \frac{قوت \times ص}{د \times ف ف} \quad \left[\text{کیونکہ دونوں مثلث د د ف اور د د ف} \right]$$

ف ف ن متشابہ ہیں [جہاں ص = نصف قطر انخنا]

اور $ما =$ اس ٹکڑے کا فاصلہ تعدیلی محور سے
 $\frac{ما}{ص} =$ لہذا قوت

\therefore اس قوت کا معیار اثر = $\frac{ما}{ص}$

ایسی تمام قوتوں کا معیار اثر = $\frac{ما}{ص}$
 = جفت جو کہ ان قوتوں کو توازن میں رکھتا ہے
 = خمیدگی کا معیار اثر = ہر فرض کردہ

\therefore $\frac{ما}{ص} =$ (۲۱)

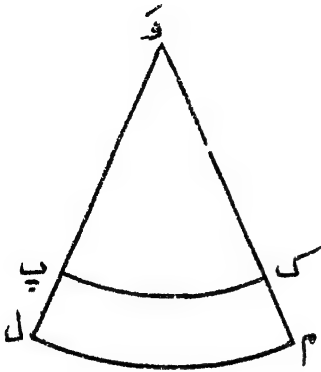
جہاں $\frac{ما}{ص}$ مجموعہ کا معیار اثر ایسے محور کے گرد ہوگا جو کہ ضامیں سے
 گزرتا ہے اور کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ہے۔
 سلاح جب کبھی خمائی جاتی ہے تو اس کے تراش عمودی کی شکل
 میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

اوپر کے ریشوں کے طول کے اضافہ کے ساتھ ساتھ عرضی گھٹاؤ سمت
 اضافہ کے علی القوائم واقع ہوتا ہے۔
 مگر ہم کو معلوم ہے کہ $\frac{گھٹاؤ فی اکائی طول}{بڑھاؤ فی اکائی طول} = مہ$

جہاں $مہ =$ پواساں کی نسبت

\therefore عرضی تخفیف فی اکائی طول = $مہ \times$ بڑھاؤ فی اکائی طول
 اسی طرح پچھلے ریشوں کے گھٹاؤ کے ساتھ ساتھ عرضی بڑھاؤ بھی
 واقع ہوتا ہے۔

تراش عمودی کی شکل اگر پہلے مستطیل تھی تو خمائے جانے کے بعد
 شکل ۲۲ کے مطابق پک $م$ ل ہو جائے گی۔
 فرض کرو کہ $م$ ل وہ خط ہے جہاں تعدیلی سطح تراش عمودی کو قطع



کرتی ہے۔
تب پ ک کا عرضی گھٹاؤ فی اکائی
طول = $\frac{ل - م - پ ک}{م}$ بڑھاؤ فی اکائی

طول \times مہ

ہم جانتے ہیں کہ اضافہ طول فی اکائی

شکل ۲۲

$$\text{طول} = \frac{ک - م}{ص} = \frac{ما}{ص}$$

$$\therefore ل - م - پ ک = \frac{ک - م}{ص} \times م$$

اگر ل پ اور م ک نقطہ و پر ملتے ہوں تو پہلے کی طرح

$$\frac{ل - م - پ ک}{م} = \frac{ک - م}{و} = \frac{ک - م}{ص} \times م$$

$$\therefore مہ = \frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص} \dots (۲۲)$$

جہاں $ص =$ تعدیلی سطح کا نصف قطر انخما اس مستوی میں جو سلاخ کے

طول کے علی القوائم ہو۔

لہذا دونوں نصف قطر انخماؤں میں نسبت، پواساں کی نسبت

کے مساوی ہے۔

سلاخ میں توانائی :- سلاخ جن ریشوں پر منقسم ہے ان میں سے
ایک ریشہ بر غور کرو۔

اگر سلاخ کا طول = ل = ریشہ کا طول

اور م = ریشہ کا تراش عمودی کا رقبہ۔

اب جبکہ ریشہ میں پڑھاؤ یا فساد واقع ہو رہا ہو تو

ہم کو معلوم ہے کہ ریشہ کے فی اکائی حجم میں توانائی

$$= \frac{1}{V} (Z \times \text{بگاڑ})$$

$$= \frac{1}{V} (Z \times \text{بگاڑ}^2)$$

$$= \frac{1}{V} \text{ی (بگاڑ}^2)$$

لہذا پورے ریشہ کی توانائی = $\frac{1}{V} \text{ی (بگاڑ}^2) \cdot \text{سال}$

مگر بگاڑ = $\frac{F}{V}$ جہاں F = تعدیلی محور سے ریشہ کا فاصلہ اور V

= تعدیلی محور کا نصف قطر انحصار ہے کہ توانائی پوری سلاخ میں = ریشوں کے توانائیوں کی حاصل جمع کے

$$= \frac{1}{V} \text{ی سال} \cdot \frac{F^2}{V}$$

$$= \frac{1}{V} \text{ی} \cdot \frac{F^2}{V} = \frac{F^2}{V^2}$$

$$= \frac{1}{V} \text{ی} \cdot \frac{F^2}{V} = \frac{F^2}{V^2}$$

جہاں F = رقبی محور کا معیار اثر، تعدیلی محور کے گرد

$$\text{لیکن } \frac{F^2}{V^2} = \frac{F^2}{V^2}$$

$$\therefore \text{سلاخ کے اندر توانائی} = \frac{1}{V} \cdot \frac{F^2}{V^2} \dots (۲۳)$$

کسی سلاخ کے ایک سرے پر وزن رکھا ہوا ہو تو سلاخ میں جھکاؤ یا آٹاڑ-

شکل ۲۱ پر غور کرو۔ اگر سلاخ کے قائم کردہ نقطہ سے F تک فاصلہ

= L اور اگر سلاخ کا وزن نظر انداز کر دیا جائے تو $m = k \cdot L$ (لا)

جہاں L سلاخ کے طول کے مساوی ہے اور k وہ کمیت ہے جو سلاخ کے

آزاد سرے پر رکھی ہوئی ہے۔

$$\text{چونکہ } \frac{1}{V} = \frac{F^2}{L^2} \text{ (اگر خادکم ہو)}$$

$$\therefore \text{ک ج (ل - لا)} = \frac{\text{ی}}{\text{ص}} \cdot \text{ج} = \text{ی ج} \times \frac{\text{فرما}}{\text{فر لا}}$$

[جہاں ما = لافاصلہ پر آثار]

اس مساوات کو تکملہ نے ہے :-
ک ج (ل - لا) = $\frac{\text{ی}}{\text{پ}}$ = ی ج فرما + گ جہاں گ کوئی مستقل ہے۔

لیکن جبکہ لا = صفر تو فرما = صفر \therefore گ = صفر

پھر دوبارہ تکملہ نے ہے :- ک ج (ل - $\frac{\text{لا}}{\text{پ}}$) = $\frac{\text{لا}}{\text{پ}}$

= ی ج ما + گ جہاں گ = کوئی مستقل
لیکن جبکہ لا = صفر تو ما = صفر \therefore گ = صفر
دوسرے سرے پر آثار یا جھکاؤ معلوم کرنے کے لئے لا = ل رکھنا چاہیے۔

اب فرض کرو کہ لا = ل پر جھکاؤ = ما
تو ما ج ج ی = ک ج ($\frac{\text{ل}}{\text{پ}}$ - $\frac{\text{لا}}{\text{پ}}$) = $\frac{\text{ک ج ل}}{\text{پ}}$

\therefore آثار ما = $\frac{\text{ک ج ل}}{\text{پ ج ج ی}}$ (۲۴)

اس امر کو یاد رکھنا چاہیے کہ سلاخ کا وزن یہاں نظر انداز کر دیا گیا ہے۔
سلاخ کے مرکز ثقل پر آثار لا = $\frac{\text{ل}}{\text{پ}}$ رکھنے سے حاصل ہوتا ہے،

پس اگر ما = سلاخ کے مرکز ثقل کا آثار

تو ما = $\frac{\text{م}}{\text{پ ج ج ی}}$ (۲۵)

یہاں بھی سلاخ کی کمیت نظر انداز کر دی گئی ہے۔
فرض کرو کہ سلاخ کی کمیت م بھی اب زیر بحث ہے

چونکہ سناخ کی کمیت کی وجہ سے ایک قوت نیچے کی جانب عمل کر رہی ہے۔
اسلئے خمیدگی کا معیار اثر نقطہ فنا پر صرف اس کی وجہ سے

$$= \frac{2(ل - لا)^2 ج}{ل^2}$$

لہذا خمیدگی کا مجموعی معیار اثر = ہر = ک ج (ل - لا) + $\frac{2ج(ل - لا)^2}{ل^2}$

$$= ی ج \frac{فر}{فر لا}$$

اس کو تکملاتے سے :- ی ج $\frac{فر}{فر لا}$ = ک ج (ل - لا) $\left(\frac{لا}{ل}\right)$

$$+ \frac{2ج}{ل^2} (لا - لا - لا + لا^2 + \frac{3لا}{4}) + گ \quad (24)$$

(جہاں گ کوئی مستقل ہے)

لیکن جبکہ لا = صفر تو $\frac{فر}{فر لا} = صفر$

اس لئے گ = صفر

پھر دوبارہ تکملاتے سے :-

$$ی ج ما = ک ج (ل - لا) \left(\frac{لا}{ل}\right) + \left(\frac{3لا}{4}\right)$$

$$+ \frac{2ج}{ل^2} (لا - لا - لا + لا^2 + \frac{3لا}{4}) + گ \quad (25)$$

لیکن جبکہ لا = صفر تو ما = صفر اسلئے مستقل گ = صفر

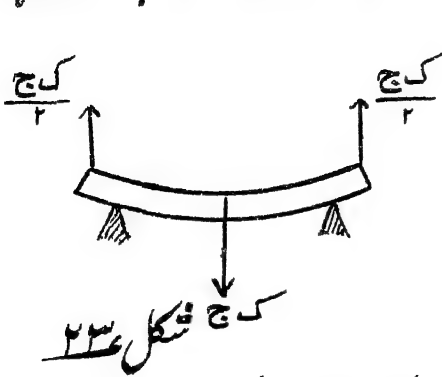
سرے پر اتار یا ہکاؤ دریافت کر نیکے لئے لا = ل رکھنا چاہیے۔

$$\therefore ما = \frac{ک ج ل^2}{ی ج} + \frac{2ج ل^2}{ی ج} \quad (26)$$

چنانچہ مرکز ثقل پر اتار لا = ل رکھنے سے :-

$$ما = \frac{5}{۴۸} \cdot \frac{ک ج ل^2}{ی ج} + \frac{۱۷}{۳۸۴} \cdot \frac{2ج ل^2}{ی ج} \quad (27)$$

سلاخ جو دونوں سروں پر سہاری ہوئی ہو اور میان میں اس پر وزن کھا گیا ہو۔
فرض کرو کہ شکل ۲۲ میں جو سلاخ دکھائی گئی ہے اس کے وسط میں
ایک وزن ک ج لٹکایا جاتا ہے۔ سلاخ دودھاریدار کناروں پر رکھی ہوئی ہے۔



ایسی صورت میں سلاخ کے
ایک سرے پر اوپر کی جانب
تک ج کی قوت عمل کرے
گی اور دوسرے سرے پر بھی
ک ج کی قوت عمل کرے
گی تاکہ تعادل قائم رہے۔

وسطی حصہ کا اُستار دریافت کرنے کے لئے اوپر کے ضابطہ (۲۴) میں
ک ج کے بجائے ک ج اور ل کے بجائے ل رکھنا چاہیے
یعنی وسطی حصہ میں اُستار اگر ماً فرض کیا جائے تو

$$\text{ما} = \frac{\text{ک ج } \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)}{۲ \text{ م ج ی}} = \frac{\text{ک ج ل}}{۴۸ \text{ م ج ی}} \dots\dots\dots (۳۰)$$

یہ یاد رکھنا ضروری ہے کہ یہاں بھی سلاخ کا وزن نظر انداز کر دیا گیا ہے۔
سلاخ کے وزن کو نظر انداز نہ کرنے کی صورت میں اور یہ یاد
رکھتے ہوئے کہ اس کی کمیت ۴ ہے، پہلے کی طرح
سلاخ کے ایک سرے سے لافاصلہ پر کوئی نقطہ ف
تصور کرو۔

لہذا نقطہ ف پر خمیدگی کا مجموعی معیار اثر = ی ج فرما

$$= \frac{\text{ک ج} + ۲ \text{ ج} \left(\frac{\text{ل}}{۲} - \text{لا}\right) - ۲ \text{ ج} \left(\frac{\text{ل}}{۲} - \text{لا}\right)}{۴}$$

اس کو تکملہ نئے سے :- ی جی فرما $\frac{۲}{۱۱} = \frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} - \left(\frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} \right)$ ۔

$\frac{۲}{۱۱} - \left(\frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} \right) + \text{گ}$ [جہاں گ مستقل ہو]
لیکن جبکہ لا = صفر تو فرما = صفر اسلئے گ = صفر
اسکو دوبارہ تکملہ نئے سے :-

ی جی ما = $\frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} - \left(\frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} \right)$ ۔

$\frac{۲}{۱۱} - \left(\frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} \right) + \text{گ}$ [جہاں گ مستقل]

لیکن جبکہ لا = صفر تو ما = صفر :۔ گ = صفر

وسطی حصہ پر اتار دیا رفت کرنے کیلئے لا = $\frac{۲}{۱۱}$ رکھنا ہوگا۔

لہذا ما = $\frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} = \frac{۲}{۱۱}$ (۳۱)

اگر سلاخ کے دونوں سرے آزاد ہوں اور اسکا وسطی حصہ کسی سہارے پر ٹکڑا ہوا ہو۔ یہ شکل ۲۲۔ تو چونکہ وسطی حصہ پر تمام وزن مجتمع ہو گیا ہے لہذا
گ ج = ۲۔ ج رکھ کر اوپر کی طرح عمل کریں تو

سروں پر خود سلاخ کے وزن ۲ ج کی وجہ سے اتار = $\frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} = ۰$ ی جی
یعنی سلاخ کے وزن کی وجہ سے قوت



شکل ۲۲

چونکہ مخالف سمت میں عمل کر رہی ہے اس لئے

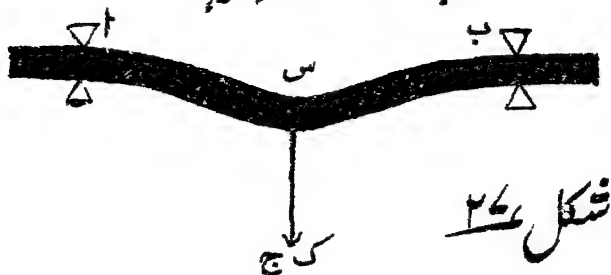
مساوات (۳۱) کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں :-

ما = $\frac{۲}{۱۱} + \frac{۲}{۱۱} - \frac{۲}{۱۱} = \frac{۲}{۱۱}$ ی جی

یہاں اگر ک ج = ۲ ج رکھا جائے تو وہی نتیجہ حاصل ہوگا۔

ایسی سلاخ جو دونوں سروں پر جکڑ دی گئی ہے لیکن درمیان میں اس پر وزن رکھا گیا ہے۔

فرض کرو کہ ۱ با ایک سلاخ ہے جو سروں ۲ اور ۱ پر جکڑ دی گئی ہے اور اس پر وزن رکھا گیا ہے دیکھو شکل ۲۷۔



شکل ۲۷

۲ اور ۱ پر سہاروں کا عمل سلاخ پر ایک انتصابی قوت اور ایک جفت کے متماثل ہوگا۔ یہاں بھی ہم سلاخ کے وزن کو لٹکائے ہوئے وزن کے مقابلہ میں نظر انداز کئے دیتے ہیں۔ فرض کرو

$$۱ = ۲$$

$$\frac{ک}{۲} = \text{سہاروں پر انتصابی قوت}$$

$$\text{جفت} = \frac{۱}{۲} \times \frac{ک}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{ک}{۲} = \frac{ک}{۴}$$

اگر سلاخ ۱ اور ۲ پر نہ جکڑی جاتی تو جفت $(\frac{ک}{۲} \cdot ۱)$ کے مساوی ہوتا

لیکن چونکہ سلاخ جکڑی ہوئی ہے اسلئے جفت اس کا نصف ہوگا۔ سلاخ کے وزن کو نظر انداز کرتے ہوئے صرف انتصابی قوت

$$\frac{ک}{۴} = \text{جفت}$$

فرض کرو کہ جفت کی وجہ سے نقطہ س، اپنے افقی مقام سے کوئی فاصلہ ما اوپر ہٹتا ہے اور سلاخ ایک ایسے دائرہ کی شکل میں نمایا جاتا ہے جس کا نصف قطر ص کے مساوی ہے۔

سادہ علم ہندسہ سے $۱س = ۲ص$ (ما - ص) چونکہ $۲ص$ کے مقابلہ میں ما بہت چوڑا ہے

$$\therefore ما = ۱س = ۲ص \quad \text{یعنی} \quad ما = \frac{۲ل}{۸ص}$$

$$\text{لیکن مر} = \frac{۲ص}{۸ص} = \frac{۲ص}{۸ص} \times ۸ = ۲ص$$

$$\therefore ما = \frac{۲ل}{۸ص} = \frac{۲ل}{۶۴ص}$$

لہذا اس پر اُتار جبکہ قوت اور جفت دونوں عمل کرتے ہیں حاصل تار کے

$$= ما - ما = \frac{۲ل}{۶۴ص} - \frac{۲ل}{۶۴ص}$$

$$= \frac{۲ل}{۶۴ص} \quad (۳۴)$$

دھاریدار پتی کا خماؤ :- جس طرح سلاخوں کی صورت میں عمل کیا گیا تھا پتوں کی صورت میں بھی تقریباً وہی عمل ہو سکتا ہے لیکن کسی قدر تصحیح کی اس میں ضرورت ہوتی ہے۔

$$\text{شکل (۳۱) سے واضح ہوگا کہ طولی بگاڑن} = \frac{۲ل}{۶۴ص} = \frac{۲ل}{۶۴ص} \times \frac{۲ل}{۶۴ص} = \frac{۲ل}{۶۴ص} \quad (۳۵)$$

$$\text{اور یہ بھی ظاہر ہے کہ عرضی گھاؤن} = ۲ل \times \frac{۲ل}{۶۴ص} \quad (۳۶)$$

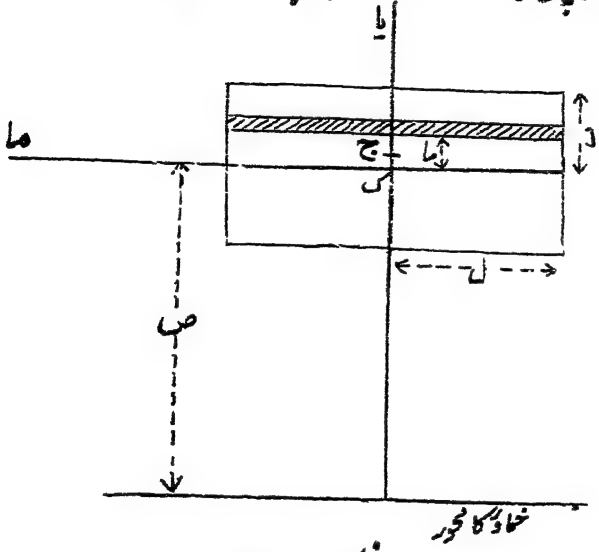
$$\text{فرض کرو کہ اس ٹکڑے پر طولی زور} = ت = \frac{\text{قوت}}{\text{رقبہ}}$$

∴ اس ٹکڑے پر قوت = ت ا

∴ پوری سلاخ یا پتی کے عرضی مستوی پر حاصل قوت = ت ا

∴ جفت یا خمیدگی کا معیار اثر = ت ا ما (۳۷)

شکل ۲۸ میں پتی کی تراش بتائی گئی ہے۔ فرض کرو اس کا مرکز ک



اور ج مرکز ثقل

ہے اور نیز یہ بھی

فرض کرو کہ

ک ج = ل

اور تراش کا

عرض = ب

اور تراش کا

طول = ل

یہاں بھی پہلے

کی طرح ایک

وہی تصور کرو

جس کا عرض فرض ہے اور جو تعدیلی محور سے ما فاصلہ پر ہے اور اس کے

تراش عمودی کا رقبہ = (فرض کرو) ب

فرض کرو کہ اس ٹکڑے پر عرضی وضع میں یعنی ما کی سمت میں زور

ت =

پہلے کی طرح ت = ع ق - ب (ق + ق) =

ع ق - ب ت =

ت - ت =

کیونکہ ع = ی اور ع = ب ی = ع = ع

$$\therefore \frac{\text{ما}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{حی}} (\text{ت} - \text{ت}^{\text{ما}}) \dots\dots\dots (۳۸)$$

اسی طرح $\text{ت}^{\text{ما}} = \text{ت} - \text{ت}^{\text{حی}}$

$$\frac{1}{\text{حی}} (\text{ت} - \text{ت}^{\text{ما}}) \dots\dots\dots (۳۹)$$

\therefore ان دونوں مساواتوں (۳۸) اور (۳۹) سے :-

$$\text{ت}^{\text{ما}} - \text{ت}^{\text{حی}} = \text{ت}^{\text{حی}} \left(\frac{\text{ما}}{\text{حی}} + \text{ت}^{\text{ما}} \right) \dots\dots\dots (۴۰)$$

$$\text{اور ت}^{\text{حی}} - \text{ت}^{\text{ما}} = \text{ت}^{\text{حی}} \left(\frac{\text{ما}}{\text{حی}} + \text{ت}^{\text{ما}} \right) \dots\dots\dots (۴۱)$$

اُس ٹکڑے پر قوت = $\text{ت}^{\text{حی}} \cdot \text{ت}^{\text{ما}}$ فرما

\therefore مجموعی قوت (جو تراش عمودی کے علی القوائم ہے) $\text{ت}^{\text{حی}} + \text{ت}^{\text{ما}}$ فرما

$$= \frac{\text{ت}^{\text{حی}} (\text{ما} + \text{ت}^{\text{ما}})}{\text{ت}^{\text{حی}} - \text{ت}^{\text{ما}}} \text{ت}^{\text{ما}}$$

$$= \left[\frac{\text{ت}^{\text{حی}} (\text{ما} + \text{ت}^{\text{ما}})}{\text{ت}^{\text{حی}} - \text{ت}^{\text{ما}}} \right]$$

اب چونکہ مجموعی قوت (جو تراش عمودی کے علی القوائم ہے) اس قدر خفیف

ہے کہ وہ تقریباً صفر کے مساوی ہے۔

$$\text{لہذا } \frac{\text{ت}^{\text{حی}} (\text{ما} + \text{ت}^{\text{ما}})}{\text{ت}^{\text{حی}} - \text{ت}^{\text{ما}}} = \text{صفر}$$

$$\text{یعنی } \text{ت}^{\text{حی}} = \text{ت}^{\text{ما}} \dots\dots\dots (۴۲)$$

$$\therefore \text{ت}^{\text{حی}} - \text{ت}^{\text{ما}} = \text{ت}^{\text{حی}} \left(\frac{\text{ما}}{\text{حی}} - \frac{\text{ما}}{\text{حی}} \right) \dots\dots\dots (۴۳)$$

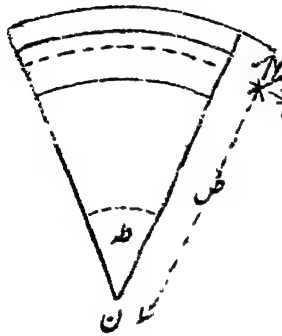
اب دوسری قوت جو اس ٹکڑے کے عرضی وضع میں عمل کر رہی ہے

$$= \text{ت}^{\text{حی}} (\text{ما} + \text{ت}^{\text{ما}})$$

چونکہ ٹکڑے کا طول = $(\text{ما} + \text{ت}^{\text{ما}})$ دیکھو شکل (۲۹)

∴ مجموعی قوت جو کہ ٹکڑے کے
 عرضی وضع میں عمل کر رہی ہے $\left(\begin{matrix} \text{لا} + \text{ب} \\ \text{ص} \end{matrix} \right) \text{ت} = \text{ما} + \text{طہ فرما}$
 لا - ب

$$\left(\begin{matrix} \text{لا} + \text{ب} \\ \text{ص} \end{matrix} \right) \text{ی} = \frac{\text{ما} + \frac{\text{ما}}{\text{ص}} + \text{ن} + \text{م}}{\text{لا} + \text{ب} - \text{م}} \text{طہ فرما}$$



= صفر (کیونکہ ناقابل لحاظ ہے) تبدیلی

∴ اس صورت میں ن

$$= - \text{م} = \left\{ \frac{\text{لا} + \text{ب} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}}}{\text{ص} + \text{لا}} \right\} - \frac{\text{لا}}{\text{ص} + \text{م}}$$

چونکہ یہ لا میں دوم درجہ کی مساوات ہے

$$\therefore \text{لا} = \frac{\text{ص}}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{\frac{\text{م}^2 + \text{ب}^2}{\text{ص}^2 (\text{لا} - \text{م})^2}} \right\}$$

اس کی صرف مثبت قیمت لینے سے :-

$$\text{لا} = \frac{\text{م}^2 + \text{ب}^2}{\text{ص} (\text{لا} - \text{م})^2} \text{کیونکہ ص کے مقابلہ میں ب بہت چھوٹا ہے۔}$$

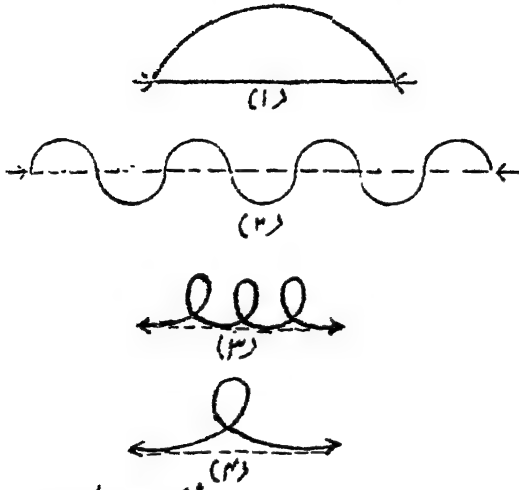
چونکہ ب^۲ ص کے مقابلہ میں بہت چھوٹا ہے اس لئے لا بہت چھوٹا ہوگا

یعنی ن بہت ہی چھوٹا ہے۔

اس لئے مساوات (۴۰) سے :-

$$\text{ت} (\text{لا} - \text{م}) = \text{ی} \left(\frac{\text{ما}}{\text{ص}} + \text{م} + \text{ن} \right) = \frac{\text{ی} \text{ما}}{\text{ص}}$$

ایک گھڑی کی کمانی لیکر اس کے سروں کو ایک ساتھ ڈھکیٹنے یا کھینچنے سے بنائی جاسکتی ہیں۔ چند اس قسم کی منحنیوں کی شکلیں ذیل میں دکھائی گئی ہیں (شکل ۳۱)

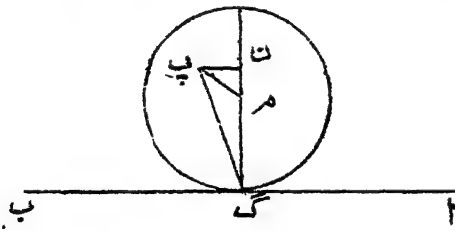


شکل ۳۱

پیکان کے نشانوں کی سمت سے لگائی ہوئی قوت کی سمت ظاہر ہوتی ہے۔

ہم اب یہ ثابت کریں گے کہ منحنی (۱) ایک نقطہ کا راستہ ہے اور یہ نقطہ ایک ایسے دائرے کے مرکز کے

قریب واقع ہے جو پھسلنے کے بغیر ایک خط مستقیم میں لڑھکتا چلا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ (شکل ۳۲) میں ایک دائرہ جس کا مرکز P ہے پھسلنے کے بغیر



شکل ۳۲

یکساں زاوئی رفتار سے ایک خط مستقیم AB پر لڑھک رہا ہے۔ اور یہ بھی فرض کرو کہ P ایک نقطہ ہے جو H سے قریب ہے۔ اور خط AB سے دائرہ کے تماس

کا نقطہ G ہے۔ P ان ایک خط ایسا کہنیو جو مرگ کے علی القوائم ہو۔ اگر نقطہ P کی رفتار v اور اسکے راستہ کا نصف قطر انحناء r ہے تو P کا اسراع راستہ کے عمود کی سمت میں $= \frac{v^2}{r}$

گ کی رفتار صفر ہے۔ اور چونکہ یہ پورا نظام گ کے گرد گھوم رہا ہے اسلئے
پ کی رفتار پ گ کی سمت گ کے علی القوا لم ہے۔

∴ $\text{مس} = \text{سلا} \times \text{ف}$ جہاں پ گ = ف
پ کا اسراع = ہر کا اسراع + پ کا اضافی اسراع ہر کا لحاظ
کر لئے ہوئے۔

لیکن ہر یکساں رفتار سے ایک خط مستقیم پر حرکت کرتا ہے جبکہ
دائرہ لڑھکتا رہتا ہے لہذا ہر کا اسراع صفر ہے۔

اور چونکہ ہر کے گرد پ ایک دائرہ بناتا ہے اس لئے پ کا اضافی
اسراع پ ہر کی سمت میں ہر کا لحاظ کرتے = $\text{ف} \times \text{سلا}$ جہاں ف
= ہر پ

لہذا پ کا اسراع اسکے راستہ کے عماد کی سمت میں =
= $\text{سلا} \times \text{ف} \times \text{جم}$ ہر پ گ

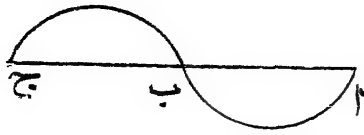
$$\frac{\text{سلا} \times \text{ف}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} =$$

$$\therefore \frac{\text{ف} \times \text{جم}}{\text{ف}} = \frac{\text{ا}}{\text{ص}}$$

چونکہ پ، ہر کے بالکل قریب ہے اسلئے ہر پ گ بہت
چھوٹا ہے اور تقریباً پ ہر ن کے مساوی ہے اور نیز پ گ تقریباً
دائرہ کے نصف قطر ن کے مساوی ہے۔

$$\therefore \frac{\text{ا}}{\text{ص}} = \frac{\text{ف} \times \text{پ} \times \text{ن}}{\text{ف}} = \frac{\text{ما}}{\text{ف}} = \frac{\text{ما}}{\text{ن}} \dots (۴۶)$$

اس سے ظاہر ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ص}} \propto \text{ما}$
نقطہ پ کی حرکت سے جو منحني بنتا ہے وہ شکل (۳۳) سے ظاہر ہے۔



شکل ۳۳

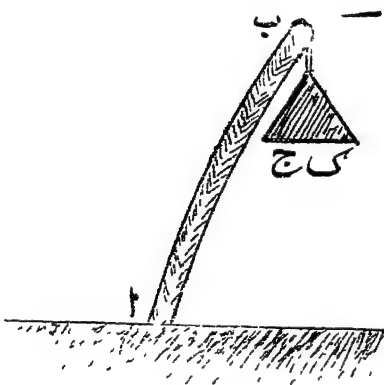
اس سے واضح ہے کہ کوئی دو
نقطوں ۱ اور ج کے درمیان
فاصلہ = πr

ساوات (۴۵) سے :-

$$ت ما = \frac{ح ا}{ص} = \frac{ح ا}{\frac{\pi}{2}}$$

$$\therefore ت ا = \frac{ح ا}{\frac{\pi}{2}} \quad (۴۶)$$

ایک ایسی سلاخ جو انتصا با زمین میں ثابت کی گئی ہو اور اسکے
اوپر کے سرے پر وزن رکھا گیا ہو :-



شکل ۳۴

شکل ۳۴ میں ایک سلاخ ۱ پر
دکھلائی گئی ہے جو زمین میں ۱ پر
انتصا با قائم کی گئی ہے۔

فرض کرو کہ اسکے اوپر کے سرے
ب سے ایک وزن ک ج لٹکایا
جاتا ہے۔ اگر وزن بہت زیادہ ہو

تو سلاخ خم جائے گی، جیسا کہ
شکل میں دکھلایا گیا ہے۔ اس

سلاخ کی شکل کا (شکل ۳۳) کے منحنی سے مقابلہ کرنے سے ظاہر ہوتا
ہے کہ سلاخ کے قاعدہ کے خط اور نقطہ ب کے درمیان فاصلہ = شکل ۳۳

میں ۱ ج کا $\frac{1}{\pi}$ فاصلہ

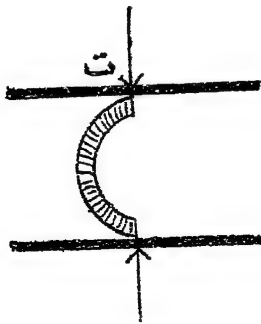
$$\begin{aligned} \text{اگر سلاخ کا طول} &= ل \\ \text{تو تعادل کے لئے} & \quad \frac{ل}{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} = \frac{ل}{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\pi^2 Y I}{L^3} = k \text{ ج}$$

یعنی ک ج کو $\frac{\pi^2 Y I}{L^3}$ سے کم ہو جانا چاہیے تاکہ سلاخ خم نہ سکے یا بالفاظ دیگر اگر اس سے ک ج بڑھ جائے تو سلاخ خم جائیگی۔
اگر سلاخ استوائی نہ ہو تو $\frac{\pi^2 Y I}{L^3} = k \text{ ج}$ جہاں $k =$ سلاخ کا نصف قطر۔

چونکہ کوئی سلاخ کسی محدود وزن کو بغیر خمے ہوئے سہارا نہیں سکتی اور ل کے بڑھنے سے یہ وزن کم ہوتا جاتا ہے اسلئے ایک دی ہوئی تراش عمودی کی سلاخ، اگر کافی بلند ہو تو صرف اپنے وزن سے خمے لگے گی، بشرطیکہ یہ فرض کیا جائے کہ سلاخ کا وزن اس کے مرکز پر مجتمع ہو گیا ہے۔ لہذا اگر سلاخ کا وزن خود ک ج کے مساوی ہو جو اس کے درمیانی نقطہ پر عمل کرتا ہوا فرض کیا جاتا ہے، تو ایسی صورت میں تعادل کے لئے، سلاخ کی بلندی کی بھی ایک خاص حد ہوگی۔

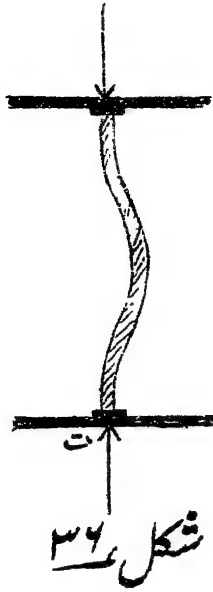
لیکن سلاخ بجائے ایک سرے پر ثابت کئے جانے کے، اگر دونوں سروں سے مساوی طور پر اس طرح دبائی جائے کہ اسکے سرے آزادانہ حرکت کر سکیں، تو سلاخ کی شکل ایسی ہو جائے گی جو (شکل ۳۵) میں دکھلائی گئی ہے۔ اس صورت میں اس کی شکل کو



شکل (۳۳) کے مخنی سے مقابلہ کرنے سے پہلے یہ مساوات حاصل ہوگی۔

$$L = \pi \sqrt{\frac{Y I}{k \text{ ج}}}$$

یعنی قوت ت کو $\frac{\pi^2 Y I}{L^3}$ سے کم ہونا چاہیے تاکہ بیشتر کی طرح سلاخ سیدھی رہے۔

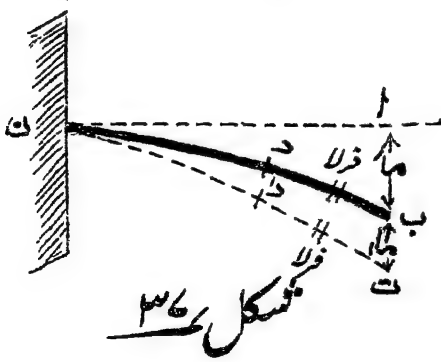


اگر سلاخ کے سرے قائم کردئے جائیں
اور یہ ان کو ایک قوت سے دبا جائے
تو سلاخ شکل (۳۶) اختیار کر لے گی۔
یہاں ایسی مساوات حاصل ہوگی :-

یعنی اس صورت میں سلاخ کے
تبادل کے لئے ت کو $\frac{2}{3} \frac{W}{L}$ یا $\frac{2}{3} \frac{W}{L}$
سے کم ہونا چاہیے۔

سلاخوں کا ارتعاش :- فرض کرو

کہ ایک سلاخ ۱ ن، کا ایک سرا دیوار میں جوڑ دیا گیا ہے اور وہ افقی
وضع میں کسی وزن رکھنے کے
قبل قائم رہتی ہے۔ اگر اس کے
سرے پر وزن ک ج رکھا
جائے تو



فرض کرو کہ اُتار =

= ماب جو کہ شکل ۳۵ سے

ظاہر ہے۔

تو ما = $\frac{ک ج ل}{۳ ج ی} +$ (کچھ اور بشرطیکہ ہم اس سلاخ کی کمیت

کو بھی لیں)

فرض کرو کہ اب ایک نیا وزن ک ج آویزاں کرنے کے بعد سلاخ

کا سرا ق پڑا جاتا ہے۔

یعنی ک ج کی وجہ سے اُتار = ما + ما (فرض کرو)

تب ما + ما = $\frac{ک ج ل}{۳ مج ی}$ + کچھ اور، اگر ہم اس سلاخ

کی کمیت کو بھی لیں)

ادپر کی دونوں مساواتوں کو تفریق کرنے سے:-
(۴۸) $\frac{ک ج ل}{۳ مج ی} = ما - ما = ما$

یعنی ک ج - ک ج = $\frac{ما ۳ مج ی}{۳ ل}$ = وہ قوت جو سلاخ کو قلعہ

میں لانے کی کوشش کرتی ہے = کمیت x اسراع =

$\frac{ج ک}{ج} = \frac{۲ ما}{۲} =$ یہاں ج ک سے مراد وہ وزن ڈائمنیوں
میں ہے جو ہنتر اذ کے وقت رکھا گیا تھا، یعنی کمیت، ک گرام ہے۔

∴ $\frac{۲ ما}{۲} = \frac{۳ مج ما ی}{ک ل}$ ، یہ ایک سادہ موسیقی حرکت ہو، لہذا

وقت دوران = ۳۲ = $\frac{ک ل}{۳ مج ی}$ (۴۹)

اب ہم سلاخ کی کمیت کو لیکر بحث کریں گے۔

اگر سلاخ یکساں ہو تو اس کا مرکز ثقل 'د' درمیانی نقطہ سے تعبیر ہوگا

جب ۱، ب پر آئیگا تو فرض کرو کہ مرکز ثقل 'د' کا آثار = فہ

اب جبکہ ب، ت پر آئے گا فرض کرو کہ 'د' پر آ گیا یعنی دد

= فہ فرض کرو
اب سلاخ کو نیچے اتارنے کے لئے جو کام کیا گیا = (ک - ک) ج فرما
صفر

$$\frac{\text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3}$$

∴ پوری توانائی بالقوہ اس سلاخ کی کنٹ وضع میں

$$= \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3}$$

= سلاخ کی کمیت

لیکن مساوات (۲۹) سے ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قہ} = \frac{\text{ہک ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} + \frac{\text{اے ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3}$$

$$\text{اور قہ} + \text{قہ} = \frac{\text{ہک ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} + \frac{\text{اے ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3}$$

$$\therefore \text{قہ} = \frac{\text{ہک ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} = \frac{\text{ہک ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} = \frac{\text{ہک ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} \dots (۵۰)$$

$$\therefore \text{پوری توانائی بالقوہ} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} = \frac{\text{م}^3 \text{جی} \text{ما}^2}{\text{ل}^3} \dots (۵۱)$$

اب ہم اس سلاخ کی توانائی بالفعل کنٹ وضع میں دریافت

کریں گے۔

اس سلاخ میں ایک چھوٹا سا ٹکڑا فرلا طول کان سے لا فاصلہ پر

تصور کریں۔

اس ٹکڑے کی کمیت = $\frac{\text{م}^3}{\text{ل}}$ فرلا لہذا اس کی توانائی بالفعل

$$= \frac{\text{اے ج ل}^2}{\text{م}^3 \text{جی} \text{م}^3} \left(\frac{\text{فرس}}{\text{فرو}} \right) \dots (۵۲)$$

جہاں میں سے مراد وہ فاصلہ ہے جو مکڑائیچے اُترنا جبکہ باب، مقام
متناظر آیا۔ فرض کرو کہ سی سے مراد وہ فاصلہ ہے جو مکڑائیچے اُترنا جبکہ
۱ مقام بسا پر آ یا مساوات (۲۷) سے ظاہر ہے کہ

$$\text{سی} = \frac{\text{ک ج}}{\text{جی مچ}} \left(\frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۴} \right) + \frac{\text{م ج}}{\text{جی مچ}} \left(\frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۳} + \frac{\text{لا}}{۱۲} \right)$$

$$+ \text{ورس} + \text{سی} = \frac{\text{ک ج}}{\text{جی مچ}} \left(\frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۴} \right) +$$

$$+ \frac{\text{م ج}}{\text{جی مچ}} \left(\frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۳} + \frac{\text{لا}}{۱۲} \right)$$

$$\therefore \text{سی} = \frac{\text{ک-ک (ج-ج)}}{\text{جی مچ}} \left\{ \frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۴} \right\} = \frac{\text{م-م (ج-ج)}}{\text{جی مچ}} \left\{ \frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۳} + \frac{\text{لا}}{۱۲} \right\}$$

$$\therefore \text{اس مکڑے کی توانائی بالفعل} = \frac{۱}{۲} \cdot \frac{\text{م}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{فرلا}}{۴} \left\{ \frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۴} \right\} \cdot \left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرو}} \right)^۲$$

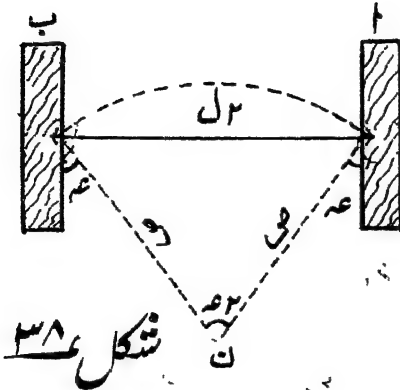
\therefore پورے سلاخ کی توانائی بالفعل =

$$= \left(\frac{۱}{۲} \cdot \frac{\text{م}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{فرلا}}{۴} \cdot \left(\frac{\text{ل ل}}{۲} - \frac{\text{لا}}{۴} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرو}} \right)^۲ \right) \cdot \frac{۳۳}{۲۸۰} = \left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرو}} \right)^۲$$

اب چونکہ کمیت ک، ارتعاش کر رہی ہے لہذا اسکی توانائی بالفعل
نات وضع میں

$$= \frac{۱}{۲} \text{ک} \left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرو}} \right)^۲$$

ی اور ۳ کی قیمتیں دریافت کر نیکی لئے سرل کا طریقہ:۔
 فرض کرو کہ شکل ۳۸ میں ۲ اور ۱ دو بالکل ایک ہی شکل اور
 ایک ہی وزن کی دو سلاخیں ہیں اور ان کے درمیان ایک موٹے تار کے
 دونوں سرے قائم کئے گئے ہیں اور دونوں سلاخیں تیلی ڈوریوں کے فریمے
 افقی وضع میں (سلاخوں کے)



درمیان نقطوں سے اس طرح لٹکائی
 گئی ہیں کہ ان کے طولوں کی سمتیں
 ایک دوسرے کی متوازی ہیں۔
 اب اگر سلاخوں کو افقی مستوی میں
 دائری وضع میں اس طرح ابھزار
 کرنے دیں کہ ان کے سرے پہلے
 ایک دوسرے کے قریب ہونے

لگیں اور بعد میں آزادانہ حرکت کرنے لگیں تو تار میں خما و پیدا ہوگا۔ اگر تار کا
 طول = L_2 اور ہر ایک سلاخ کسی آن میں اپنی پہلی وضع سے زاویہ نہ
 گھومے تو تار میں جو اسکے خمانے کے لئے بھت پیدا ہوگا = $\frac{مچ ی}{ص}$
 جہاں $\frac{مچ ی}{ص}$ = نصف قطر انخما جو تار کے خماؤ کی وجہ واقع ہوا۔

∴ $\frac{مچ ی}{ص} = \frac{ک ف ا}{فر ۲}$ جہاں $ک ف ا =$ اس سلاخ کے جمود
 کا معیار اور ایسے انتصابی محور کے گرد جو اسکے مرکز جاذبہ میں سے گزرتا ہو۔

$$∴ \frac{ک ف ا}{فر ۲} = \frac{مچ ی \times ۲}{ل ۲}$$

یعنی $\frac{فر ۲}{فر ۱} = \frac{مچ ی}{ل ک ف ا}$ یہ ایک سادہ موسیقی حرکت ہے۔

$$\therefore \text{وقت دوران} = \sqrt{\frac{\text{لک ف}^2}{\text{مج سی}}} \pi^2 =$$

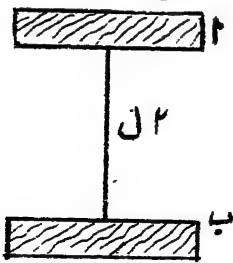
$$(۵۵) \dots\dots\dots \sqrt{\frac{\text{لک ف}^2}{\text{مج سی}}} \pi^2 =$$

جہاں ص = تار کا نصف قطر
لہذا اسکے ذریعہ تار کے مادے کا ٹینگ کا معیار لچک معلوم کیا جاسکتا ہے۔
فرض کرو کہ اسکے بعد ایک سلاخ کو اوپر قائم کیا جاتا ہے اور دوسری
سلاخ کو اس ہی تار کے ذریعہ شکل ۳۹ کی طرح لٹکا کر دائری وضع
میں ہتھوڑا زکرنے دیا جاتا ہے۔ ایسی صورت میں تار میں مروڑ پیدا ہوگا۔
ساوات (۵) سے

$$\text{وقت دوران} = \sqrt{\frac{\text{لک ف}^2}{\text{مج سی}}} \pi^2 =$$

لیکن اس ضابطہ میں ل = تار کا طول

$$(۵۶) \dots\dots\dots \sqrt{\frac{\text{لک ف}^2}{\text{مج سی}}} \pi^2 =$$



شکل ۳۹

اگر ل کو تار کا طول لیا جائے تو و =
اگر و کی قیمت معلوم ہو جائے تو >
معلوم ہو جاتا ہے اور پواسان کی نسبت = مہ
= $\frac{\text{مج}}{\text{د}}$ - آسانی سے دریافت کیجاسکتی
ہے۔

مہ، صرف و اور و معلوم ہونے سے
بھی دریافت کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{ساوات (۵۵) سے} \quad \sqrt{\frac{\text{لک ف}^2}{\text{مج سی}}} \pi^2 =$$

$$\therefore \text{سی} = \frac{\text{لک ف}^2}{\text{و}^2 \pi^2}$$

اور مساوات (۵۶) سے

$$\frac{16}{2} = \frac{14}{2} \times \frac{1}{1}$$

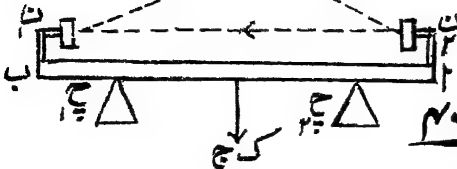
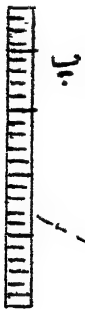
∴ مہ = $\frac{16}{2} = 8$ = $\frac{14}{2} = 7$ (۵۶)

ی کی دریافت سلاخ کے خماؤ سے: کسی سلاخ کے مادہ کا نیگ کا معیار کچھ عموماً ایک آسان طریقہ سے دریافت کیا جاتا ہے جس میں سلاخ دونوں سروں پر سہا رہی جاتی ہے اور وزن اس کے درمیان میں رکھا جاتا ہے۔ مساوات (۳۱) کی مدد سے ی کی قیمت دریافت کی جاتی ہے۔

ایک سوئی کے سرے کو سلاخ کے مرکز پر جاکر اور متحرک خود زمین سے سلاخ کے اتار کو جبکہ اس کے مرکز پر مختلف اوزان لگائے جائیں، دیکھ کر اتار کی قیمت دریافت کی جاتی ہے۔

ی کی دریافت کو نیگ کے طریقہ سے:-

شکل ۵۴ میں آ ب ایک سلاخ ہے جو دو



دھاریہ رکنا روں

چ اور چ

پر لگی ہوئی ہے

ن اور ن

دو سادہ متوازی

آئینے ہیں جو

سلاخ کے ساتھ

اس کے سروں

پر جوڑ دئے جاتے

شکل ۵۴

ہیں۔ س ایک دور میں ہے اور پ ایک لکڑی کا انتصابی پیمانہ ہے۔
وزن ک ج سلاخ کے درمیانی نقطہ پر لگایا جاتا ہے۔

سلاخ پر وزن لگانے کے پہلے دور میں کے اندر کے صلیبی یا چلیبیائی
تاروں سے پ کا جو خاص نشان منطبق ہوتا ہے اسکو دیکھ لیا جاتا ہے۔
ظاہر ہے کہ سلاخ پر وزن لگانے کے بعد پیمانہ پ کا کوئی دوسرا نشان
صلیبی تاروں سے منطبق ہوگا۔ اور آئینہ ن دہسنی جانب اور ن بائیں
جانب اپنے ابتدائی مقاموں سے مساوی زاوے بناتے ہوئے خم جائیں
گئے۔ فرض کرو کہ آئینے جو زاویے بناتے ہوئے خم جاتے ہیں وہ طہ کے
مساوی ہے۔ یہ اُس زاویہ کے مساوی ہوگا جو سلاخ کے آزاد سرے
خم کر بناتے ہیں۔ تھوڑی دیر کے لئے اب یہ تصور کرو کہ نور کی شعاعوں
کی سمت الٹ دی جاتی ہے۔ جب آئینہ ن زاویہ طہ گھومتا ہے تو
شعاع منعکس اپنے ابتدائی مقام سے زاویہ ۲ طہ گھوم جائیگی لہذا وہ نقطہ جہاں شعاع منعکس
آئینہ ن سے ٹکراتی ہے بقدر فاصلہ ۲ طہ ف اپنے ابتدائی مقام سے ہٹ
جائیگا جہاں ف = دونوں آئینوں کے درمیان فاصلہ۔

چونکہ آئینہ ن بھی زاویہ طہ گھوم جاتا ہے اس لئے ن سے منعکس
شعاع زاویہ ۴ طہ گھوم جائے گی۔ لہذا پیمانہ کی درجہ خوانی اس کی وجہ سے
۴ طہ ف بدل جائے گی۔

جہاں ف = پ اور ن کے درمیانی فاصلہ کے
∴ پیمانہ کے مشاہدات کا مجموعی ہٹاؤ جو دور بین میں نظر آئے گا =

= س (فرض کرو)

$$= ۲ طہ ف + ۴ طہ ف$$

$$= ۲ طہ (ف + ۲ ف)$$

$$\therefore طہ = \frac{س}{۲(ف + ۲ ف)} \dots \dots \dots (۵۸)$$

اگر سلاخ کا ایک سر قائم کر دیا جائے اور دوسرے پر وزن لٹکایا جائے تو مساوات (۲۴) سے ظاہر ہے کہ

$$\frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}} = \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ج ل}} \quad (\text{ل لا} - \frac{۲}{۲}) \text{ بشرطیکہ سلاخ کا وزن نظر انداز کر دیا جائے}$$

$$\text{اگر لا} = \text{ل رکھا جائے تو} \frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}} = \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ج ل}}$$

مگر فرما = اس زاویہ کے ماس کے جو سلاخ خم جاتی ہو = مس ط
 $\therefore \text{مس ط} = \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ج ل}}$

لیکن اس صورت میں ک ج = ک ج ل اور ل = ل کے لینا چاہیے
 $\therefore \text{مس ط} = \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ج ل}}$

اگر آتا بہت ہی کم ہو تو ط بہت ہی چوڑا ہوگا۔
 اسلئے مس ط = ط

\therefore مساوات (۵۸) سے ط = ک ج ل = $\frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ج ل}} = \frac{\text{س}}{(\text{ف} + ۲ \text{ ف})^۲}$

$\therefore \text{ی} = \frac{\text{ک ج ل}^۲ (\text{ف} + ۲ \text{ ف})}{\text{س ج}} \dots \dots \dots (۵۹)$

اگر سلاخ مستطیلی وضع کی ہو تو ج = ج د

جہاں ب = اس سلاخ کا عرض اور د = گہرائی

اگر سلاخ اسطوانہ نما ہو تو ج = $\frac{\text{ص}}{۳}$

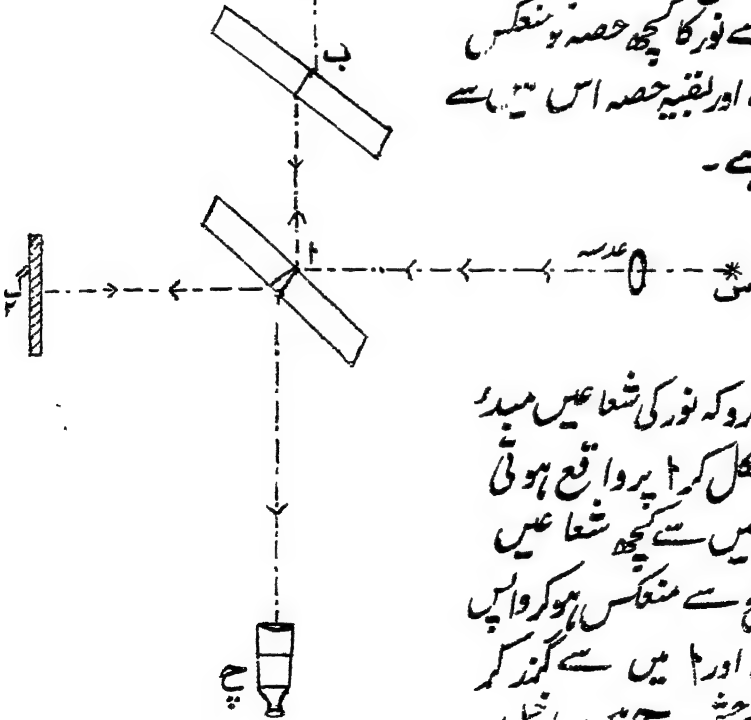
جہاں ص = اس کا نصف قطر

بینگ کے معیار کچپ کی فیت (منافری طریقہ سی)

پہلا طریقہ :- اس طریقہ کی توضیح شکل ۴۱ سے ہوتی ہے۔ ہمیں میکسن کے طریقہ کے مطابق نیم شفاف تختیوں کی مدد سے تداخلی دھاریاں حاصل کی جاتی ہیں۔



۱ اور ب مساوی دباؤ کی شیشہ کی دو تختیاں ہیں جنکو منافری لحاظ سے مستوی فرض کیا جاتا ہے۔ ۲ کی ایک سطح نصف شفاف بننے کی وجہ سے نور کا کچھ حصہ منعکس ہو جاتا ہے اور بقیہ حصہ اس میں سے گزر جاتا ہے۔



فرض کرو کہ نور کی شعاعیں مبداً سے نکل کر ۱ پر واقع ہوتی ہیں۔ ان میں سے کچھ شعاعیں اوپر کی سطح سے منعکس ہو کر واپس ہوتی ہیں اور ۲ میں سے گزر کر دوربین کے چشمہ چ میں داخل ہوتی ہیں۔

شکل ۴۱

شعاعوں کا بقیہ حصہ ۲ سے

منعطف ہو کر ایک دوسرے مستوی آئینہ گپ تک جاتا ہے اور پھر اس آئینہ سے منعکس ہو کر ۱ تک آتا ہے۔ بالآخر یہ شعاعیں بھی چشمہ میں داخل ہوتی ہیں۔ ظاہر ہے کہ ۱ پر واقع ہونے والی شعاعوں کے پہلے حصہ اور اس دوسرے حصہ میں تداخل ہو گا اور درمیان کے چشمہ میں تداخلی دھاریاں نظر آئیں گی۔ اگر کسی ایک آئینہ اور شیشہ کی تختی کا درمیانی فاصلہ بدل دیا جائے تو چشمہ میں دھاریاں ہٹتی ہوئی نظر آئیں گی۔

فرض کرو کہ گپ کے وسطی حصہ میں ایک چوڑے تار کا ایک سیرا اور اس کا دوسرا سیرا ۱ پر جادیا جاتا ہے۔ تار کو ہم اگر کسی طریقہ سے کہنچیں تو گپ نیچے جائے گا اور گپ اور ۱ کا درمیانی فاصلہ بدل جائے گا، اسلئے تداخلی دھاریاں بھی ہٹ جائیں گی۔ ان کا نقل مقام ایک ایسے چشمہ کی مدد سے جس کے اندر غروہ پیدا ہو، آسانی سے ناپا جاسکتا ہے۔ اس طرح آئینہ گپ کی حرکت $\frac{1}{2}$ سم تک ناپی جاسکتی ہے۔ یہ طریقہ بے حد حساس ہے اور کمبرج میں شکسپیر نے اسکوئنگ کے معیار لچک کی دریافت میں استعمال کیا تھا۔

فرض کرو کہ ایک لونی نوز جب کا طول موج λ ہے استعمال کیا جا رہا ہے۔
منور دھاریوں کے لئے راستوں میں تفاوت = $e \lambda = \lambda$

(فرض کرو) جہاں e کوئی صحیح عدد ہے۔

فرض کرو کہ آئینہ گپ نیچے کی طرف ایک خاص فاصلہ λ تک حرکت کرتا ہے اور اسکی وجہ سے e تعداد کی منور دھاریاں نقل مقام کرتی ہیں۔

اس صورت میں راستوں کا تفاوت = $(e + \lambda) \lambda =$

= (فرض کرو) λ

چونکہ ۲ اور گ کے درمیان فاصلہ سب سابق رہا
 $\therefore لا - لا = ۲ ما = ع ل$

$\therefore ما = ع ل$ (۶۰)

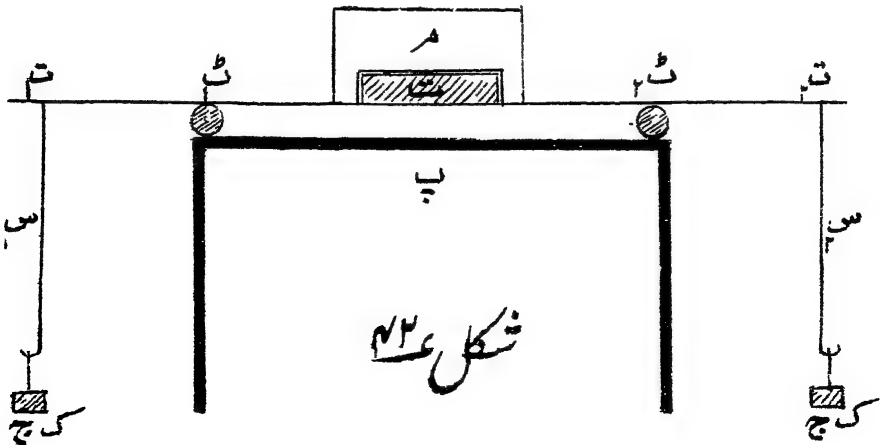
اسکے ذریعہ ما یعنی تار کا اضافہ طول معلوم کیا جاسکتا ہے۔
 اگر کسی سلاخ کے سرے سہاروں پر ٹکاد لئے جائیں اور سلاخ کے
 درمیانی حصہ میں وزن لٹکایا جائے تو اس طریقہ سے اس کا اتنا بھی صحت
 کے ساتھ دریافت کیا جاسکتا ہے۔

دوسرا طریقہ :- اس طریقہ سے سیشہ کے لئے نیگ کا معیار لچک
 اور استواری کی شرح دریافت کی جاتی ہے۔

شکل ۴۲ میں ایک لمبی مستطیلی شیشہ کی تختی، دو شیشہ کی نلیوں
 ٹ اور ٹ پر (جو سخت موم کے ذریعہ لکڑی کے تختہ سے جوڑ دی جاتی
 ہیں) مشاکیلی طریقہ سے رکھی جانی ہے، ت اور ت دو چھوٹی شیشہ

س *

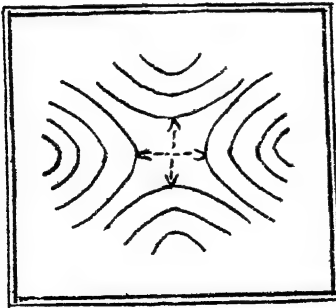
ع



کی نلیاں ہیں جس کو لاک سے شیشہ کی تختی کی اوپر والی سطح کے ساتھ جادیا جاتا ہے اور ان دونوں چوٹی شیشہ کی نلیوں میں سے تانبے کے تار کے لیے رکاب نمائگرے گزرتے ہیں جن کو شکل ۷۳ میں س۱ اور س۲ سے تعبیر کیا گیا ہے۔

ت ایک مناظری طور پر مستوی شیشہ کی موٹی تختی ہے جو پہلی تختی کے مرکز پر رکھ دی جاتی ہے۔ شیشہ کا ایک ٹکڑا ہر افق کے ساتھ ۵۴° بناتے ہوئے، شیشہ کی موٹی تختی پر رکھا جاتا ہے ایک چھوٹا آئینہ جو شکل میں نہیں بتایا گیا ایک لوہے کے استاد کو لگا کر ان سب کے اوپر کسی مناسب زاویہ پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ ہر سے نیچے منعکس ہونے والی (سوڈیم کے مبدع نور میں) شعاعوں سے کوئی تداخلی دھاریاں بنیں تو اچھی طرح نظر آسکیں۔ ت اور شیشہ کی تختی کے درمیان ہوا کی پتلی چلی بن جاتی ہے اور اس کی وجہ سے تداخلی دھاریاں جو شکل ۷۳ میں دکھلائی گئی ہیں پیدا ہوتی ہیں۔ ان کو ایک متحرک خوردبین سے،

جو دوربین کی طرح سامنے ایک عدسہ رکھ کر استعمال کی جاسکتی ہو، دیکھا جاتا ہے۔ ایک وزن ک ج دونوں رکابوں س۱ اور س۲ پر لگایا جاتا ہے۔ آئینہ اور شیشہ کی موٹی تختی ت کو ایک موزوں مقام پر اس طرح ترتیب دیتے ہیں کہ متحرک دوربین کے ذریعہ دیکھنے سے ہر لولی



شکل ۷۳

شکل کی دھاریاں شیشہ کی تختی اور ت کے درمیان نظر آنے لگیں۔ شیشہ کی تختی کے طولی خماد کی وجہ سے دھاریاں سیدھے اور بائیں جانب اور

عرضی خماؤ کی وجہ سے اوپر اور نیچے کی جانب متحرک ہونے لگتی ہیں۔
مختلف دھاریوں کے قطر متحرک دیر بین سے احتیاط کے ساتھ
ناپے جاتے ہیں۔

مساوات (۳۲) سے خمیدگی کا معیار اثر = ک ج \times ل = $\frac{م ج}{ص}$
جہاں ل = (ت) اور ت کا درمیانی فاصلہ۔ (ٹ) اور ٹ کا درمیانی فاصلہ
ص = طوئی خماؤ کا نصف قطر انحناء
م ج = $\frac{ب ۲}{۱۲}$ جہاں ب = شیشہ کی تختی کا عرض
= ۱ کی گہرائی

اگر ن وین تداخلی دھاری کا قطر ف ہو تو
ف = $\frac{۲}{۲}$ ص ن ل جہاں ل = سوڈیم کے نور کا اوسط طول موج
= ۱۰×۵۸۹۳ سٹر

∴ ی = $\frac{ک ج ل ص}{س ک ج ل ف}$ = $\frac{ن ل ب ۲}{۱۲}$ (۶۱)

تجربہ میں ف کون کے مقابل مترسم کرو۔ ایک خطی رشتہ حاصل ہوگا
اور اس خط مستقیم کی ڈھال سے کسی خاص وزن کے لئے اسکی اوسط
قیمت حاصل ہوگی۔

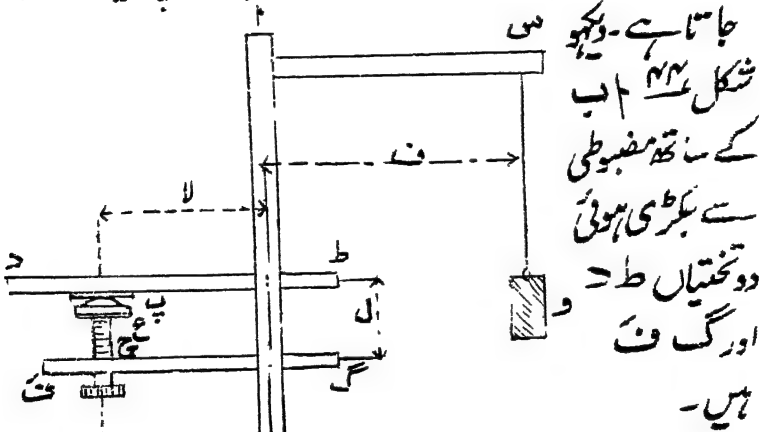
اس کے بعد ک ج کو $\frac{ن ل ب ۲}{۱۲}$ کی متناظر قیمتوں کے مقابل مترسم کرو۔
پھر بھی ایک خط مستقیم حاصل ہوگا۔ اس کے ڈھال سے $\frac{ک ج ل ص}{س ک ج ل ف}$ کی اوسط قیمت
حاصل ہو جائے گی۔ لہذا مساوات (۶۱) میں یہ قیمت لکھنے سے (چونکہ
دوسری تمام چیزیں معلوم ہیں) ینگ کے معیار لچک کی قیمت دریافت
کی جاسکتی ہے۔

اگر اسی طرح ص = عرضی خماؤ کا نصف قطر انحناء
تو ص ن ل = $\frac{ف ۲}{۲}$ جہاں ف = ن وین تداخلی دھاری کا قطر

∴ پواسان کی نسبت $\frac{ص}{ص} = \frac{ف}{ن} \times \frac{ن}{ف} \dots (۴۲)$

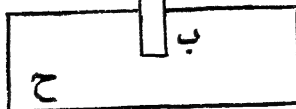
اس سے پواسان کی نسبت معلوم ہو جاتی ہے۔

اب چونکہ جی اور مہ معلوم ہیں اسلئے استواری کی شرح معلوم ہو سکتی ہے۔
تیسرا طریقہ :- ایک فولادی سلاخ ۱ ب جسکے تراش عمودی کی وضع دائری ہے اور جسکے ماتے کے نیگ کا معیار نیچک دریافت طلب ہے، ایک بھاری قاعدہ ح میں اس طرح اسٹادہ کی جاتی ہے کہ اس کا محور انتصافی رہتا ہے۔ ایک افقی بازو ۲ میں سلاخ کے اوپر کے سرے کے ساتھ جوڑ دیا جاتا ہے اور اس بازو کے سرے میں پر ایک وزن لٹکایا



جاتا ہے۔ دیکھو
شکل ۴۲ ب
کے ساتھ مضبوطی
سے بکڑی ہوئی
دو تختیاں ط و
اور گ ف
ہیں۔
اوپر والی
تختی میں ایک
مستوی شیشہ
کا ٹکڑا پ
بیچوں پر سہارا
جاتا ہے (یہ بیج
شکل میں نہیں

شکل ۴۲



اور عدسہ اور تختی کے نقطہ تماس کے درمیان فاصلہ
چونکہ سلاخ کے سرے پر ایک جفت ک ج ف اور قوت ک ج
عمل کر رہی ہے۔

$$\text{لہذا جفت جو سلاخ کو خائے کا اس کی تعبیر } \frac{\text{ی ج}}{\text{ص}} =$$

$$= \text{ک ج ف سے ہوگی۔ جہاں ص} = \text{نصف قطر انحناء}$$

$$\text{ی} = \text{سلاخ کے نیگ کا معیار نیگ}$$

$$\text{ج} = \text{سلاخ کے تراش عمودی کے جہود کا معیار اثر قطر کے گرد}$$

$$= \frac{\pi \text{ ص}^2}{4}$$

$$\text{لہذا } \frac{\text{ج}}{\text{ص}} = \frac{\pi \text{ ک ج ف}}{4 \text{ ی ص}^2}$$

ط د اور گ ف تختیوں کے درمیانی زاویہ میں سلاخ کے خاؤ کی
وجہ سے اضافہ $\frac{\text{ل}}{\text{ص}}$ ہوگا

$$\text{یعنی خاؤ کی وجہ سے عدسہ اور تختی کے درمیانی فاصلہ میں اضافہ} =$$

$$= \frac{\text{ل}}{\text{ص}} \times \frac{\pi \text{ ک ج ف لال}}{4 \text{ ی ص}^2}$$

$$\text{اور وزن ک ج کی وجہ سے سلاخ کے طول میں فی سمر کمی}$$

$$= \frac{\text{ک ج}}{\text{ی } \pi \text{ ص}^2}$$

یعنی وزن کی وجہ سے عدسہ اور تختی کے درمیانی فاصلہ میں کمی = $\frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی } \pi \text{ ص}^2}$

لہذا عدسہ اور تختی کے درمیانی فاصلہ میں مجموعی اضافہ =

$$= \frac{\pi \text{ ک ج ف لال}}{4 \text{ ی ص}^2} - \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی } \pi \text{ ص}^2}$$

$$= \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ۳ ص ۱}} (۴ ف لا - ص ۲)$$

$$= \frac{۱}{۲} \text{ ن ل}$$

جہاں ن = ان حلقوں کی تعداد جو غائب ہو جاتے ہیں

لہ = سوڈیم D خطوں کا اوسط طول موج

$$= ۵۸۹۳ - ۱۰ \times ۵ \text{ ہسم}$$

$$\text{لہذا ی} = \frac{\text{ک ج ل}}{\text{ی ۳ ص ۱}} (۴ ف لا - ص ۲) \dots\dots\dots (۶۳)$$

اگر ن کو ک کے مقابلہ میں مرسم کیا جائے تو ایک خط مستقیم حاصل ہوگا جس کے ڈھلاؤ سے ی کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔

مرغولہ دار کمائیاں :- ایک ایسی جیٹی مرغولہ دار کمائی پر غور کرو جس کے سچ قریب قریب لیٹے گئے ہوں اور جس کے تار کا نصف قطر خود کمائی کے نصف قطر کے مقابلہ میں چھوٹا ہو۔ اس قسم کی کمائی ایک موٹے

تار کو مناسب قطر کے اسطوانہ پر اس طرح لیٹنے سے

بنائی جاسکتی ہے کہ تار کا مستوی ہر جگہ اسطوانہ کے

محور کے علی القوائم رہے۔ فرض کرو کہ ایسی کمائی

کے سرے دو دفعہ علی القوائم خائے جاتے ہیں جیسا کہ

شکل ۲۵ میں ب خ اور ا د سے تعبیر کیا گیا ہے۔

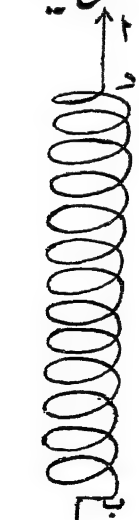
فرض کرو کہ کمائی انتہائی وضع میں ا پر جکڑ دی جاتی ہو

اور اسکے نقطہ خ پر وزن ک ج لگایا جاتا ہے۔ اور نیز

یہ بھی فرض کرو کہ ۲ ص = اس اسطوانہ کا قطر جس پر

مرغولہ بنایا جاتا ہے۔

اور ۲ ص = خود تار کا قطر۔



شکل ۲۵

اور کمائی کا طول (یہ تصور کرتے ہوئے کہ اسکو کہوں لکھ اگر سیدھا کر دیا جاتا) = ن
اور جب وزن کوئی فاصلہ لانیچے اترتا ہے تو مرکز ثقل زلویہ ضہ واقع ہوتی ہے۔

$$\text{تب جفت} = \frac{د}{ل} \cdot \frac{\pi}{۲} \text{ ص } ۱$$

جہاں د = تار کے مادے کی استواری کی شرح
لیکن اس کے تراش پر جفت = ک ج ص ۱
: تک ج ص ۱ = $\frac{د}{ل} \cdot \frac{\pi}{۲} \text{ ص } ۱$

$$\text{اور وزن کا اُتار} = لا = ص ۱ طہ = \frac{ک ج ل ص ۱}{د \pi \text{ ص } ۱} \dots (۶۴)$$

اب ہم اس کمائی کی توانائی بالقوہ دریافت کریں گے۔

کمائی کو ایک چھوٹا فاصلہ فلا کہیں گے میں جو کام کرنا ہوتا ہے =

= ک ج فلا
: مجموعی کام جو کمائی کو فاصلہ لا تک کہیں گے میں کرنا ہوگا = $\int ک ج فلا$ صفر

$$\text{یعنی کمائی کی توانائی بالقوہ} = \int صفر \frac{د \pi \text{ ص } ۱}{ل \text{ ص } ۱} \cdot لا فلا =$$

$$(۶۵) \dots \dots \dots \frac{د \pi \text{ ص } ۱}{ل \text{ ص } ۱} =$$

اب ہم اسکی توانائی بالفعل دریافت کریں گے۔

اگر کمائی ایک بہت ہی چھوٹا فاصلہ فلا ایک بالکل چھوٹے وقت

کے وقفہ فرو میں طے کرے تو مرتقش کمیت کی توانائی بالفعل =

$$= \frac{۱}{۲} ک \left(\frac{فلا}{فرو} \right)^۲ \dots (۶۶)$$

اس کمافی کے اوپر والے سرے سے سی قاصد پر ایک چوٹا سا
ٹکڑا فرس تصویر کرو۔

اگر اس کمافی کی پوری کمیت ۴ ہو تو اس چوٹے ٹکڑے کی کمیت
۴ فرس ہوگی اور اس کی رفتار سی۔ $\frac{فرلا}{فزو}$ ہوگی۔

$$\therefore \text{اس ٹکڑے کی توانائی بالفعل} = \frac{۱}{۲} \cdot \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} \cdot \frac{فرلا}{فزو} \quad (۴۶)$$

اسی طرح اور ٹکڑے لینے سے اس کمافی کی توانائی بالفعل

$$= \left[\frac{۱}{۲} \cdot \left(\frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} \right) \cdot \left(\frac{فرلا}{فزو} \right) \right] \text{ صفر}$$

$$= \frac{۱}{۲} \cdot \left(\frac{فرلا}{فزو} \right) \cdot \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} \quad (۴۷)$$

$$\therefore \text{پوری توانائی بالفعل} = \frac{۱}{۲} \cdot \left(\frac{فرلا}{فزو} \right) \cdot \left\{ \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} + ک \right\} \quad (۴۸)$$

لیکن بقیے توانائی کے مسئلہ سے توانائی بالقوه +

+ توانائی بالفعل = مستقل

یعنی مساوات (۴۵) اور (۴۸) سے :-

$$\frac{د}{۲} \cdot \frac{ص}{۲} \cdot \frac{لا}{ل} + \frac{۱}{۲} \cdot \left(\frac{فرلا}{فزو} \right) \cdot \left\{ \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} + ک \right\} = \text{مستقل}$$

اس مساوات کو وقت کے لحاظ سے تفرقائے سے :-

$$\frac{د}{۲} \cdot \frac{ص}{۲} \cdot \frac{لا}{ل} \cdot \frac{فرلا}{فزو} + \left\{ \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} + ک \right\} \cdot \frac{فرلا}{فزو} \cdot \frac{فرلا}{فزو} = \text{صفر}$$

$$\text{یعنی } \left\{ \frac{۴}{۲} \cdot \frac{سی}{ل} + ک \right\} \cdot \frac{فرلا}{فزو} + \frac{د}{۲} \cdot \frac{ص}{۲} \cdot \frac{لا}{ل} = \text{صفر}$$

یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے

$$\text{اسکے وقت دوران } \pi^2 = \sqrt{\frac{(ک + \frac{1}{\pi}) \pi^2}{\pi^2}} \dots (۶۹)$$

اس طرح کمائی کو انتصابی وضع میں ہتزاز میں لاکر اس کے مادے کی استواری کی شرح دریافت کی جاسکتی ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۴۵ میں بجائے وزن ک ج کو خ پر لٹکانے کے ایک سلاخ کو اس کے درمیانی نقطہ سے افقی وضع میں خ سے لٹکایا جاتا ہے اور سلاخ کمائی کے مستوی میں دائری ہتزاز کرتی ہے۔ اگر سلاخ اپنے ابتدائی مقام سے زاویہ طہ گھومے اور کسی چوٹے وقت کے وقفہ فرو میں زاویہ فرط بنے تو

کمائی کی توانائی بالقوہ = سلاخ کو زاویہ طہ گھمائے میں جو کام کیا گیا =

$$= \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} (جفت) فرط = \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} ی \frac{مج}{ص} فرط$$

$$= \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} ی \cdot \frac{مج \cdot ط}{ل} \cdot فرط$$

$$= \frac{ی \cdot مج \cdot ط^2}{ل} \dots (۷۰)$$

جہاں ی = تار کے مادے کا ینگ کا معیار پچک

$$مج = \frac{\pi}{ص}$$

اور ص = تعدیلی سطح کا نصف قطر انحنا۔

$$\text{اب سلاخ کی توانائی بالفعل} = \frac{1}{\pi} (مج \cdot فرط^2) \dots (۷۱)$$

جہاں مج = سلاخ کے جمود کا معیار اثر انتصابی محور کے گرد

اب اسی طرح کمائی کے اوپر کے سرے سے می فاصلہ پر ایک چوٹا سا

ٹکڑا فرس تصور کرو۔

اس ٹکڑے کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$ (ص ۱ فرط ۲)

کیونکہ خطی رفتار = $v = \frac{2\pi r}{T}$ زاویائی رفتار

∴ کمائی کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$ (ص ۱ فرط ۲)

$$= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \quad \text{..... (۴۲)}$$

∴ مجموعی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \left\{ \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right\} \dots (۴۳)$

اب بقیے توانائی کے مسئلہ سے :-

توانائی بالقوہ + توانائی بالفعل = مستقل

$$\therefore \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \left\{ \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right\} = \text{مستقل}$$

اس مساوات کو وقت کے لحاظ سے تفرقانے سے :-

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \text{صفر}$$

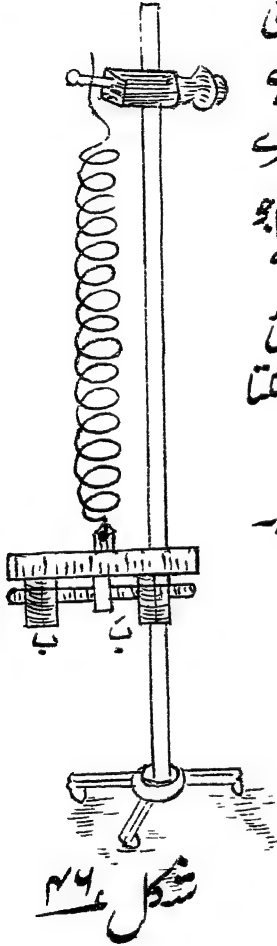
یعنی $\frac{1}{2} m v^2 + \left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right) + \frac{1}{2} m v^2 = \text{صفر}$

یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے۔

$$\therefore \text{وقت دوران } T = \frac{\left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right)}{\frac{1}{2} m v^2} \quad \text{..... (۴۴)}$$

اس طرح کمائی کو دائرہ وضع میں اہتزاز میں لاکر اس کے مادے کا
ینگ کا معیار پچک معلوم کیا جاسکتا ہے۔

یہ تجربے دلبر فورس کے جمودی جسم کی مدد سے کئے جاسکتے ہیں
ذیل میں ایک نظام کی شکل دکھائی گئی
ہے (شکل ۴۶) یہ ایک چپٹی کمائی پر منحصر ہے
جس کا ایک سر اجا دیا جاتا ہے اور دوسرے سر
پر دلبر فورس کا بنایا ہوا ایک جمودی جسم جو
کمائی کے محور کے لحاظ سے متشکل ہوتا ہے،
لگادیا جاتا ہے۔ یہ جسم انتصابی اور زاوی
دونوں ہٹاؤ کے لحاظ سے اہتزاز میں لایا جاسکتا
ہے۔



مساوات (۶۹) اور (۷۲) سے ظاہر ہے کہ:-

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{I}{M} + \frac{K}{M}\right)}{\frac{\pi^2}{M}}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{I}{M} + K\right)}{\frac{\pi^2}{M}}} = \frac{2\pi}{T} \text{ اور } \sqrt{\frac{K}{\frac{\pi^2}{M}}} = \frac{2\pi}{T}$$

زاوی اہتزازات :- اوپر کے آلہ میں جمودی جسم کی شکل جمود کے معیار اثر
کی دریافت کے لئے موزوں نہیں ہے بلکہ اس طرح اس کو بنایا گیا ہے کہ
کمائی کے محور کے گرد اس کے جمود کا معیار اثر گرد مساوی پتیل کے اسطوانوں
ب، ب کو محور سے قریب لانے یا دور لے جانے سے بدل دیا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ جمود کا معیار اثر 'مج' ہے جبکہ اسطوانوں کی کمیت کے مرکزہ
محور سے لاسمر کے فاصلہ پر ہوں۔ تب مساوات (۷۴) سے :-

$$\text{و}^۱ = \text{عہ} (\text{مج} + \frac{\text{ص}^۱}{\text{س}}) \dots\dots\dots (۷۵)$$

جہاں عہ اسطوانوں کے تمام مقامات کیلئے مستقل ہے

اسی طرح اگر و، و، و غیرہ اذقات دوران ہوں جبکہ محور سے
فاصلے ل۱، ل۲، ل۳ وغیرہ اور ان کے متناظر جمود کے اثری معیاریں مج، مج، مج
وغیرہ ہوں

$$\text{تب و}^۲ = \text{عہ} (\text{مج} + \frac{\text{ص}^۲}{\text{س}}) \dots\dots\dots (۷۶)$$

$$\text{اور و}^۳ = \text{عہ} (\text{مج} + \frac{\text{ص}^۳}{\text{س}}) \dots\dots\dots (۷۷)$$

$$\text{اور و}^۴ = \text{عہ} (\text{مج} + \frac{\text{ص}^۴}{\text{س}}) \dots\dots\dots (۷۸)$$

..... وغیرہ اگر ل۱، ل۲، ل۳، ل۴ وغیرہ

مساوات (۷۵) اور (۷۶) سے

$$\frac{\text{و}^۱}{\text{و}^۲ - \text{و}^۱} = \frac{\text{مج} + \frac{\text{ص}^۱}{\text{س}}}{\text{مج} - \text{مج}}$$

$$\text{یا } \text{مج} + \frac{\text{ص}^۱}{\text{س}} = \frac{\text{و}^۱}{\text{و}^۲ - \text{و}^۱} (\text{مج} - \text{مج})$$

$$= \frac{\text{و}^۱ \text{ص}^۱}{\text{و}^۲ - \text{و}^۱} (\text{لا}^۱ - \text{لا}^۲)$$

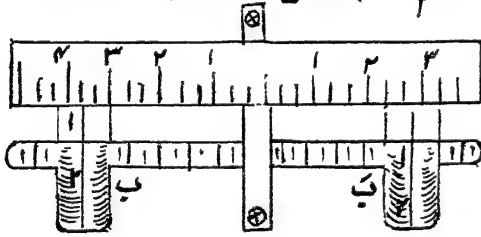
چونکہ 'مج' - 'مج' = اور پو الی نظام کے جمود کے معیار اثر کی تبدیلی اسطوانوں
کو ل۱ سے ل۲ کے مقام تک تبدیل کرنے کی وجہ سے =
= (لا۱ - لا۲) متوازن می محوروں کے اصول سے

جہاں $۲۴ =$ اسطوانوں کے کمیتوں کا حاصل جمع
 لہذا اگر وقت دوران کے مشاہدات، اسطوانوں کے مقامات سے
 متعدد مساوی فاصلوں کے لئے حاصل کئے جائیں تو (مج + $\frac{۲۴}{۳}$ ص ۱) کی
 اوسط قیمت ذیل کی مساوات سے حاصل کی جاسکتی ہے :-

$$\begin{aligned} \text{مج} + \frac{۲۴}{۳} \text{ ص ۱} &= \frac{۱۴۲ (لا - لا')}{۲ - ۲'} \\ &= \frac{۱۴۲ (لا - لا')}{۲ - ۲'} = \text{وغیرہ وغیرہ} \end{aligned}$$

اور مساوات (۴۴) سے y کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔
 ولبر فورس کے جمودی جسم کی وضع مفصل طور پر شکل ۴۷ میں دکھائی
 گئی ہے۔

تجربہ میں (مج + $\frac{۲۴}{۳}$ ص ۱) کی قیمت اسم کے مساوی اضافوں



شکل ۴۷

سے اسطوانوں کے مقام
 کو بدل بدل کر، اس
 درجہ دار پیمانہ پر جو پینچ
 کے متوازی، اوپر لٹکا
 ہوا ہے، لینے سے بہت
 دریافت کی جاسکتی

ہے۔ ایک چکر کنی گھڑی سے ہر ایک مقام کے متناظر، ارتعاش کا
 وقت دوران معلوم کیا جاسکتا ہے۔

چونکہ ٹھوس اسطوانوں کی کمیتیں بالکل مساوی نہیں ہوتیں ان کی
 کمیتوں کا مجموعہ ۲۴ کے مساوی لینا چاہیے۔ کمائی کی نصف قطر کی
 قوت m ہونے کی وجہ سے اس کی پیمائش میں بڑی احتیاط چاہیے۔

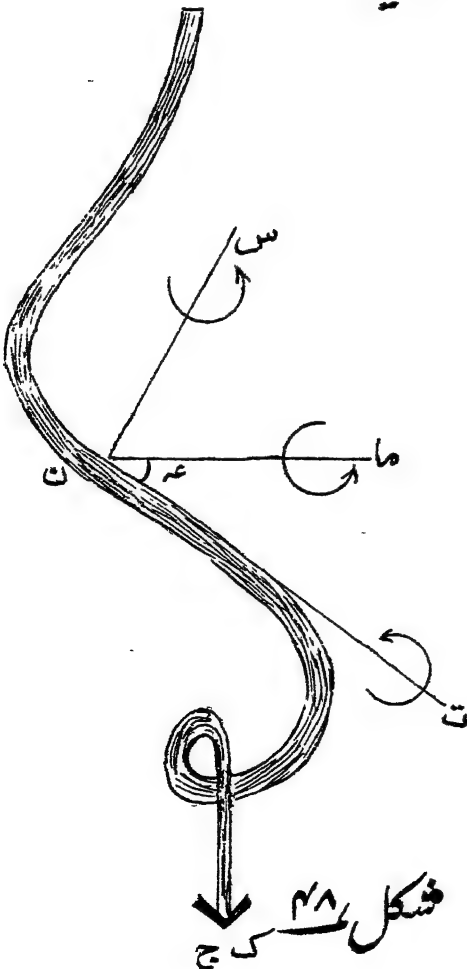
تار پر ایک ایک سمر کے ٹاٹھلوں پر قطر کے مشابہات خردہ پیا بیج سے لینے چاہئیں، تاکہ ص کی اوسط قیمت حاصل ہو سکے۔ بہتر از گنتہ وقت دور بین کا استعمال بہتر ہوگا۔

چونکہ انتصافی نقل مقام کی صورت میں وقت دوران کی قیمت اسطوانوں کے ہر مشاکل وضع کے لئے ایک ہی ہوتی ہے اس لئے مساوات (۶۹) کی مدد سے معلوم ہو جاتا ہے۔
 شکل (۱۳) کی طرح کمافی کو بھاپ کی نلی میں رکھ کر ہی اور د کی تپشی قدر بھی ہم دریافت کر سکتے ہیں۔

مائل مرغولہ دار کمافی :-
 مائل کمافی کا ایک حصہ جو دائری تار سے بنایا گیا ہے شکل ۴۸ میں دکھلایا گیا ہے۔

جب وزن ک ج نیچے کی جانب عمل کرتا ہے تو کمافی میں خماؤ اور مروڑ دونوں واقع ہوتے ہیں اس صورت میں ہم یہ فرض کریں گے کہ وزن ک ج، اس اسطوانہ کے محور کی سمت میں جس پر کہ کمافی لپیٹی جاتی ہے عمل کرتا ہے۔
 نقطہ ن کے پاس کمافی کے ایک چھوٹے حصہ پر غور

کر و۔ یہاں جفت دو سمتوں



ن ت اور ن س میں تحلیل ہو جاتا ہے۔ ن ت ن کے پاس
کمانی کے چھوٹے سے حصہ کے متوازی ہے۔ اور ن س ن ت پر
عمود ہے۔

∴ ن ما اسطوانہ کی تراش عمودی کے مستوی کے متوازی اور ایک
افقی خط ہے۔

فرض کرو کہ کمانی کا محور افقی خط ن ما سے زاویہ عہ بناتا ہے۔
اس صورت میں جفت ک ج ص کے اجزائے تحلیلی ن ت کی سمت
میں ک ج ص اجم عہ اور ن س کی سمت میں ک ج ص جب عہ
ہوں گے۔

$$\text{ک ج ص اجم عہ مروڑی جفت ہے لہذا مروڑنی اکائی طول} = \frac{\text{ک ج ص اجم عہ}}{\text{د } \pi \text{ ص}^2} \quad (۷۹)$$

$$\text{اور ک ج ص جب عہ خماؤ کا جفت ہے لہذا خماؤنی اکائی طول} = \frac{\text{ک ج ص جب عہ}}{\text{ی } \pi \text{ ص}^2} \quad (۸۰)$$

$$\text{صرف مروڑ کی حالت پر غور کرو۔ انتصابی سمت میں مروڑنی اکائی طول} = \frac{\text{ک ج ص اجم عہ}}{\text{د } \pi \text{ ص}^2}$$

$$\therefore \text{انتصابی نقل مقام مروڑ کی وجہ سے} = \frac{\text{ک ج ص اجم عہ}}{\text{د } \pi \text{ ص}^2}$$

$$(۸۱) \quad \frac{\text{ک ج ص اجم عہ}}{\text{د } \pi \text{ ص}^2} =$$

اب صرف خماؤ کی حالت پر غور کرو۔ انتصابی سمت میں خماؤنی اکائی طول

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} =$$

$$\therefore \text{انتصابی نقل مقام خاؤ کی وجہ سے} = \frac{\text{۴ ک ج ص ۱ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \dots (۸۲)$$

∴ مجموعی انتصابی نقل مقام فی اکائی طول =

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱}}{\text{۳ ص ۲}} \left\{ \frac{\text{۲ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} + \frac{\text{۷ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \right\}$$

لہذا مجموعی انتصابی نقل مقام =

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱}}{\text{۳ ص ۲}} \left\{ \frac{\text{۲ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} + \frac{\text{۷ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \right\} \dots (۸۳)$$

انتصابی نقل مقام کے علاوہ زاویائی نقل مقام بھی واقع ہو گا۔
اگر صرف مرہ کے جفت پر غور کیا جائے تو افقی زاویائی نقل مقام فی اکائی
طول کمائی کے پیٹے جانے کی سمت میں =

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \dots (۸۴)$$

اگر صرف خاؤ کے جفت پر غور کیا جائے تو افقی زاویائی نقل مقام فی
اکائی طول کمائی کے کھلنے کی سمت میں =

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \dots (۸۵)$$

∴ حاصل افقی زاویائی نقل مقام فی اکائی طول کمائی کے پیٹے جانے کی سمت میں^(۱۳)

$$= \frac{\text{۴ ک ج ص ۱ جب ۷ ع}}{\text{۳ ص ۲}} \left\{ \frac{\text{۲}}{\text{۳ ص ۲}} - \frac{\text{۱}}{\text{۳ ص ۲}} \right\} \dots (۸۶)$$

اگر $\frac{1}{2}$ سے لے کر $\frac{2}{3}$ تک لے لیے 2 سے

تو کمائی میں پیٹے جانے کا تقاضا ہوگا۔

دھاتوں میں 2 سے بڑا ہوتا ہے۔

اس لئے دائری تار سے بنی ہوئی کافی بوجب وزن لٹکایا جاتا ہے تو لیٹے جانے کا تقاضا ہوتا ہے۔ بعض اشیاء کے معیار بچک کی قیمتیں حسب ذیل ہیں:-

نام شے	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	معر = $\frac{1}{22} - 1$
الومینیم	۷۳	۲۳۸ — ۳۳۴	۳۴
پیتل	۹۷ — ۱۰۵	۳۴۴ — ۴۰۳	۴۰ — ۴۷
کانشٹن	۱۴۳	۱	۳۳
تانبہ	۱۰۳ — ۱۲۹	۳۵۳ — ۴۴۴	۲۵ — ۳۵
سونا	۵۵ — ۸۵	۳۹۳ — ۴۲۲	۴۲
چاندی	۷۰ — ۷۹	۲۵۳ — ۲۹۹	۳۸
لوہا (ڈھلا ہوا)	۹۸ — ۱۴	۳۵۳ — ۵۳۳	۳۱ — ۴۱
لوہا (پٹا ہوا)	۱۷ — ۲۰	۴۳۴ — ۸۳۳	۲۸
فولاد	۱۸ — ۲۲	۷۹۳ — ۸۹۹	۲۵ — ۳۳
پلاٹینم	۱۷ — ۱۷	۴۳۴ — ۷۳۴	۲۲
مشیشہ	۵۴ — ۷۸	۱۲۳ — ۲۳۳	۲۰ — ۲۴



- ## Chapter IV.

پانچواں باب

”حرکیات اور بگاڑوں میں تبدیلی حرانگراچک“

ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی شے کا معیار لچک اس کی تپش پر منحصر ہوتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ کسی جسم کی حالت جب تبدیل ہوتی ہے تو ساتھ ہی ساتھ اس کی تپش میں تغیر کا ہونا لازمی ہے کوئی جسم اگر بلند تر تپش پر کم تر تپش کے مقابلہ میں سخت ہو تو اسکے بگاڑ میں اضافہ کرنے سے اس کی تپش میں بھی اضافہ ہوگا، لیکن جسم اگر ایسا ہو کہ بلند تر تپش کے مقابلہ میں کم تر تپش پر اس میں سختی ہو تو بگاڑ میں اضافہ کرنے سے اس کی تپش میں کمی ہوگی۔ مثلاً برقی ڈوری کی پھیلاؤ کی شرح منفی ہے۔ اس ڈوری کو کہینچا جائے تو پہلے کی بہ نسبت یہ گرم ہو جائے گی نیکل کے تار کی پھیلاؤ کی شرح مثبت ہوتی ہے اسکو کہینچے سے یہ پہلے کی نسبت سرد ہو جائے گا۔ اس سردی کے اثر کو آسانی سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔ نیکل کا ایک موٹا سار لیکر لٹکا دیا جائے اور اس کے دونوں سروں کو وٹیکٹون پل کے ایک بازو سے جوڑ دیا جائے تو مزاحمت کی رقوم میں اس تار پر وزن لٹکا کر تپش کی کمی دریافت کی جاسکتی ہے۔

لارڈ کلون نے حرکیات کی مدد سے سردی اور گرمی کے ان اثرات کا حساب لگایا تھا جو کسی جسم کی بگاڑ میں تغیر و تبدل کرنے سے جسم مذکور میں ظہور پذیر ہوتے ہیں۔ جون کے تجربوں سے اس کی تصدیق بھی ہوتی ہے۔

کسی دہات سے بنے ہوئے ایک تار پر جس کی کمیت اکائی اور تراش عمودی کا رقبہ بھی اکائی ہو غور کرو۔ فرض کرو کہ اس کا طول L ہے اور اس پر Q تناؤ عمل کر رہا ہے۔ تناؤ کی قیمت میں اضافہ ”فرق“ سے فرض کرو اس کے طول میں فرل اضافہ ہوتا ہے۔ یعنی جب تناؤ $Q +$ فرق ہو تو طول $L +$ فرل ہے۔

چونکہ تار کے طول میں اضافہ ہو رہا ہے لہذا اس پر کام کیا جا رہا ہے اور اس کے لئے تار کے جوہروں میں پھیلاؤ پیدا کرنے کے لئے بیرونی حرارت کی ضرورت ہوگی۔ تپش مستقل رکھی جاتی ہے لیکن تار سے مسلسل حرارت خارج ہونے کی وجہ سے تار سرد ہو جاتا ہے۔

حرکیات کے پہلے کلیہ سے :-

$$\text{فرحہ} = \text{فرہ} + \text{فرکہ} \dots\dots\dots (۱)$$

جہاں فرحہ = حرارت کی وہ مقدار جو خارج ہوتی ہے

فرہ = اندرونی توانائی میں تبدیلی

فرکہ = بیرونی کام جو پیمانی طریقہ سے کیا گیا = $-Q$ فرل

$$\text{لہذا فرحہ} = \text{فرہ} - Q \text{ فرل} \dots\dots\dots (۲)$$

چونکہ یہ عمل برعکس بھی ہو سکتا ہے۔

اس لئے حرکیات کے دوسرے کلیہ سے :-

$$\text{فرحہ} = T \text{ فرہ} \dots\dots\dots (۳)$$

جہاں T = تپش مطلق اور فرہ = ناکارگی میں تبدیلی

مساوات (۳) اور (۲) سے فرہ = $T \text{ فرہ} + Q \text{ فرل}$

یعنی فرہ = $(T - Q) \text{ فرل}$

$$= - \text{فرہ} - T \text{ فرل} \dots\dots\dots (۴)$$

یہ ایک کامل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$$(\text{فرق}) = (\text{فرق}) = (\text{فرق}) = (\text{فرق})$$

$$\text{یعنی (فرق)} = \text{ت} (\text{فرق}) \cdot \text{فرق}$$

$$= \frac{\text{ت ل فرق}}{\text{ل فرق}}$$

$$\text{لیکن } \frac{\text{فرق}}{\text{ل فرق}} = \text{ع} = \text{طولی پھیلاؤ کی شرح}$$

$$\therefore (\text{فرق}) = \text{ت ل ع فرق} \dots \dots \dots (۵)$$

چونکہ مساوات کے بائیں جانب کی تمام چیزیں کسی دہات کے لئے مثبت ہیں اسلئے اس دہات کے لئے (فرق) کی قیمت بھی مثبت ہوگی لیکن ربر کے لئے ع کی قیمت منفی ہے اسلئے (فرق) بھی منفی ہو۔

$$\text{لیکن (فرق)} = \text{فرق} \times \text{ن} \times \text{جو} \times ۱$$

$$\text{جہاں ن} = \text{حرارت نوعی}$$

$$\text{جو} = \text{حرارت کا معادل جلی}$$

$$\text{فرق} = \text{دھاتوں میں تناؤ کے اضافہ سے تپش میں کمی}$$

$$\therefore \text{فرق} = \frac{\text{ت ل ع فرق}}{\text{ن جو}} \dots \dots \dots (۶)$$

ڈاکٹر جول نے مختلف دھاتوں کو استعمال کر کے اس مساوات کی

تصدیق کی۔

$$\text{مثلاً تانبے کے لئے ت} = ۲۷۴۳۲ \text{ لی} = \frac{۱}{۰.۰۰۵}$$

$$\text{ع} = ۱۰ \times ۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۵}$$

$$\text{فرق} = ۱۰.۸ \times ۱۰' = ۱۰۹.۵$$

لہذا مساوات (۶) سے فرق = ۱۵۴.۵ اور تجربہ سے فرق = ۱۶۴.۵
فرض کرو کہ طول میں فرل اضافہ ہونے سے پیش میں کمی = $\frac{\text{فرق}}{\text{تناؤ میں اضافہ فرق}} = \frac{\text{فرل}}{۱۰}$ جہاں ی = نیگ کا معیار کچپ

$$\therefore \text{فرق} = \frac{\text{ت ع ی فرل}}{\text{ن جو}} \dots \dots \dots (۷)$$

اگر تار کی پیش میں تغیر = فرق، جبکہ اسکو گرم یا سرد ماحول سے متاثر کیا جاتا ہے، تو طول میں تبدیلی = ل ع فرق
طول میں یہ جو تبدیلی واقع ہوئی ہے اسکا معاوضہ تناؤ میں ایسی تبدیلی کرنے سے ہو گا جس کی مقدار = فرق = $\frac{\text{ل ع فرق}}{\text{ل ع ی فرل}}$

اسکو مساوات (۷) میں لکھنے سے :-

$$\text{فرق} = \frac{\text{ت} \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) \text{ل فرل}}{\text{ن جو}} \dots \dots \dots (۸)$$

مساوات (۸) مساوات (۶) کی طرح عملاً زیادہ نہیں استعمال ہوتی۔
اب تار کی مروڑ کی حالت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ کسی دھات کا بنا ہوا ایک تار ایسا ہے کہ اسکا طول ل اور کمیت اور تراش عمودی کار قبہ اکائی ہے اور اسپر مروڑ کا جفت قی عمل کر رہا ہے۔ فرض کرو کہ زاویہ مروڑ طہ بنتا ہے۔ جفت کی قیمت کو ق + فرق تک بڑھایا جائے تو فرض کرو مروڑ کا زاویہ طہ + فرق ہو جاتا ہے۔ حرکیات کے پہلے کلیہ سے
فرعہ = فریبہ - ق فرقہ (۹)

اور مساوات (۳) اور (۹) سے فریبہ = ت فرقہ + ق فرقہ
یعنی فریبہ - ت فرقہ = ق فرقہ - ت فرقہ

یہ ایک کامل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$$\therefore \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) = \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) \text{ یعنی } (\text{فرقہ}) = \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) \text{ : فرق}$$

$$\therefore \text{ساوات (۳) سے } (\text{فرحہ}) = \text{ت} \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) \text{ : فرق} \dots (۱۰)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مگر چوتھے باب میں یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ ق} = \\ \text{دطہ} \cdot \frac{\pi \text{ ص} ۴}{۲} \text{ جہاں } = \text{استواری کی شرح اور} \\ \text{اے} = \text{تار کا نصف قطر} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) = \frac{\pi \text{ ص} ۴}{۲} \cdot \frac{۱}{۲۵} \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) =$$

$$= \frac{\text{ط}}{\text{د}} \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) \dots (۱۱)$$

$$\therefore (\text{فرحہ}) = \text{ت} \cdot \frac{\text{ط}}{\text{د}} \cdot \frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} = \text{ت ط کہ فرق} \dots (۱۲)$$

جہاں کہ = استواری کی تپشی قدر
اور $\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} =$ دھاتوں کے لئے ایک منفی مقدار اس لئے (فرحہ) مثبت ہوگا۔

$$\therefore \text{فرق} = \frac{\text{ت ط کہ فرق}}{\dots} \dots (۱۳)$$

جہاں فرق = مروڑ کے جھٹ میں اضافہ کی وجہ سے تپش میں کمی۔
اسی طرح سے سردی کا اثر جبکہ جسم کا حجم زیر غور ہو حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاسکتا ہے :-

اکائی کمیت کے ایک جسم پر غور کرو جس کا ابتدائی حجم دباؤ ق کے تحت 'ح' ہے۔

فرض کرو کہ دباؤ ق + فرق تک بڑھایا جاتا ہے جس کی وجہ سے

مجم ح - فرح ہو جاتا ہے۔

حر حرکیات کے پہلے کلیہ سے :-

فرحہ = فرہ - ق فرح (۱۴)

مساوات (۳) اور (۱۴) سے فرہ - ت - ق ح =

= - فرت - ح فرق (۱۵)

یہ ایک کامل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$\left(\frac{\text{فرہ}}{\text{فرق}} \right) = \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرت}} \right)$ یعنی فرہ = $\left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرت}} \right) \times \text{فرق}$

$\therefore \text{فرحہ} = \text{ت} \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرت}} \right) \times \text{فرق} = \text{ت} \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرت}} \right) \times \text{ح فرق}$

= ت عم ح فرق (۱۶)

جہاں عم = حجم بھیلان کی شرح

$\therefore \text{فرت} = \frac{\text{ت ح عم فرق}}{\text{ن جو}}$ (۱۷)

حر ناگزار اور ہم نشی لچک :- جبکہ بگاڑ میں تبدیلی اس قدر تیز واقع ہو کہ حرارت کو باہر نکل جانے کے لئے وقت ہی نہ ملے تو اس وقت کے معیار لچک کو ہم حر ناگزار معیار لچک کہتے ہیں۔

اور جب بگاڑ مستقل ہو جیسا کہ معمولی صورتوں میں ہوا کرتا ہے تو ایسا معیار لچک، ہم نشی کہلاتا ہے۔

ینگ کا حر ناگزار معیار لچک :- فرض کرو کہ ہم ایک ایسے تار کی حالت پر غور کر رہے ہیں جس کی کمیت اور تراش عمودی کارقبہ کافی ہے، اگر تار کی قیمت میں فرق کا اضافہ کیا جائے اور حرارت یا سردی باہر نکلنے نہ پائے تو طول ل میں اضافہ کے دو وجوہات ہوں گے۔

ایک توپول میں اضافہ تناؤ ق کی وجہ سے ہوگا اور دوسرا تپش ت کی وجہ سے، لہذا ظاہر ہے کہ ل کوئی تغاقل ہے ت اور ق کا
یعنی ل = ق (ق، ت)

$$\therefore \text{فرل} = \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) \cdot \text{فرق} + \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}}\right) \cdot \text{فرت}$$

فرض کرو کہ $\left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right)$ سے طول کے تغیر کی تعبیر بلحاظ اضافہ تناؤ حران گزار

حالات کے تحت ہوتی ہے اور $\left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right)$ سے طول کے تغیر کی تعبیر بلحاظ اضافہ تناؤ ہم تپشی حالات کے تحت ہوتی ہے اور یہ = ینگ کا حران گزار معیار کچک اور یہ = ینگ کا ہم تپشی معیار کچک۔

$$\text{ایسی صورت میں } \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) = \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) + \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرت}}\right) \dots (۱۸)$$

مساوات (۲) اور (۳) سے فرہ = ت فرہ + ق فرل

یعنی فر (ہ - ق ل) = ت فرہ - ل فرق

یہ ایک کامل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$$\left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) = \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) - \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرہ}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرہ}}\right) \dots (۱۹)$$

لہذا مساوات (۱۸) کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں :-

$$\left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) - \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) = - \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرہ}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرہ}}\right)$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{\text{فرق}} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) - \frac{1}{\text{فرق}} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) = - \frac{1}{\text{فرت}} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرہ}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرہ}}\right)$$

$$= - \frac{1}{\text{فرت}} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرق}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}}\right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرہ}}\right)$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{\text{فرق}} - \frac{1}{\text{فرق}} = \frac{1}{\text{فرت}} \cdot \frac{1}{\text{فرہ}}$$

$$= \frac{1}{n} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}} \right) \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}} \right) \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{\text{فرل}}{\text{فرت}} \right) =$$

$$= -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\text{فرت}}{\text{فرقة}} \right) = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\text{فرت}}{\text{فرقة}} \right)$$

$$= \frac{\text{لغات}}{\left(\frac{\text{فرت}}{\text{فرت} \times \text{ن} \times \text{جو} \times 1} \right)} = \frac{\text{لغات}}{\text{ن جو}} \dots (2)$$

چونکہ کسی دھات کے لئے اس مساوات کے بائیں جانب کی رقموں کی قیمت منفی ہے اس لئے یہی قیمت ہی سے بڑی ہے۔

مثال کی طور پر مانجے کیلئے $l = 11$ سمٹ = 243 پیش مطلق

$$47. \times 1452 = 68.95 = 68$$

یہ = $10 \times 12 \times 2$ ڈائمن فی مربع سمر

اور جو 25×10 اگر

∴ مساوات (۲۰) سے:

$$\frac{\text{مات}}{\text{مف}} = 1 - \frac{\text{مات}}{\text{ن جو}} = 99\%$$

لہذا دونوں لچک کے معیاروں میں بہت ہی کم فرق ہے۔

حرنا گزارا استواری کی تشریح :-

فرض کرو اکائی کمیت اور اکائی تراش عمودی کا ایک تار ایسا لیا جاتا ہے

جس کا طول لی ہے۔ اور حرانگہ ارحالات کے تحت فرض کرو کہ حقیقت کی تمثیل

ق سے ق + فرق تک بڑھادی جاتی ہے اور زاویہ مروڑ ط سے ط +

+ فرطہ ہو جاتا ہے۔

ایسی حالت میں طہ ت اورق کا کوئی تفاعل ہوگا۔

یعنی طہ = ف (رقّت)

$$\therefore \text{فرط} = \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) \cdot \text{فرق} + \left(\frac{\text{فرط}}{\text{فرق}} \right) \cdot \text{فرق}$$

فرض کرو $\frac{ح}{ج} =$ حر ناگزار استواری کی شرح

اور $\frac{ح}{ج} =$ ہم پیشی استواری کی شرح

$$\therefore \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) = \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) + \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right)$$

$$\text{یعنی } \frac{ح}{ج} - \frac{ا}{ح} = \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right) \dots (۲۱)$$

لیکن مساوات (۳) اور (۹) سے :-

$$\text{فرہ} = \text{ت} - \text{فرہ} + \text{ق} - \text{فرطہ}$$

$$\text{یعنی فرہ} = (\text{ق} - \text{طہ}) = \text{ت} - \text{فرہ} - \text{طہ} - \text{فرق}$$

یہ ایک کامل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$$\left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right) = - \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقہ}} \right) \dots (۲۲)$$

لیکن مساوات (۲۱) اور (۲۲) سے :-

$$\frac{ح}{ج} - \frac{ا}{ح} = - \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقہ}} \right)$$

$$= - \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقہ}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right)$$

مساوات (۱۱) سے $\left(\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرقی}} \right)$ کی قیمت اگر لکھی جائے تو

$$= - \frac{ا}{ح} - \frac{ا}{ج} = \frac{طہ}{د} - \frac{طہ}{د} \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right)$$

$$= - \frac{طہ}{د} \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرقی}} \right) \cdot \frac{ا}{ج} = \frac{طہ}{د} \cdot \frac{ا}{ج} \cdot \frac{فرق}{فرقہ}$$

$$\therefore \frac{ح}{ج} - \frac{ا}{ح} = \frac{طہ}{د} \cdot \frac{ا}{ج} \cdot \frac{فرق}{فرقہ} \dots (۲۳)$$

اس کو پروفیسر ہارٹن نے پہلی دفعہ ثابت کیا۔

چونکہ کسی دھات کے لئے بائیں جانب کی رقوم کی قیمت اس مساوات میں

منفی ہے۔

لہذا حد کی قیمت سے زیادہ ہوتی ہے۔

لچک کا حرز ناگزیر حجبی معیار :- اوپر کے طریقے کے مطابق لچک کے حرز ناگزیر حجبی معیار اور ہم پیشی حجبی معیار کے درمیان فرق دریافت کیا جاسکتا ہے۔
فرض کرو کہ ایک جسم ایسا لیا جاتا ہے جس کی کمیت اکائی ہے اور اس کے دباؤ میں ق سے ق + فرق تک اضافہ کیا جاتا ہے جس کی وجہ سے اس کا حجم ح سے ح - فرح ہو جاتا ہے۔

$$\text{پہلے کی طرح یہاں بھی } ح = ف (ق + ت) \\ \therefore \text{فرح} = \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) \cdot \text{فرق} + \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \cdot \text{فرق}$$

فرض کرو کہ ب = لچک کا حرز ناگزیر حجبی معیار

اور ب = ہم پیشی

$$\therefore \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \cdot \frac{1}{ح} - \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \cdot \frac{1}{ح} =$$

$$= \frac{1}{ح} \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) \dots \dots \dots (۲۴)$$

مساوات (۳) اور (۱۴) سے :-

فر (ب - ق ح) = ت فرقہ - ح فرق

یہ ایک مکمل تفرق ہونے کی وجہ سے :-

$$\left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) = - \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \dots \dots \dots (۲۵)$$

مساوات (۲۴) اور (۲۵) سے :-

$$\frac{1}{ب} - \frac{1}{ب} = - \frac{1}{ح} \left(\frac{\text{فرح}}{\text{فرق}} \right) \cdot \left(\frac{\text{فرق}}{\text{فرق}} \right) =$$

$$= \frac{1}{ح} \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right) =$$

$$= \frac{ح}{ح} \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right) = \frac{ح}{ح} \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right) \cdot \left(\frac{فرح}{فرت} \right)$$

$$\text{لہذا} \frac{1}{ح} - \frac{1}{ح} = \frac{1}{ح} - \frac{1}{ح} = \frac{1}{ح} - \frac{1}{ح} \dots (۲۶)$$

حب سابق یہاں بھی بابہ کی قیمت بت سے زیادہ ہے۔

مثال کی طور پر تانے کے لئے :-

$$ت = ۹۷۳ \text{ پیش مطلق} \quad ح = ۱۱.۵ \text{ مکتب سمر}$$

$$عم = ۵ \times ۱۰ = ۵۰ \quad ن = ۰.۹۵$$

$$جو = ۲۲ \times ۱۰ = ۲۲۰ \text{ ارگ} \quad بت = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰ \text{ ڈاکین فی مربع سمر}$$

$$\therefore \frac{بت}{بابہ} = ۱ - \frac{بت \cdot ح}{ن} = ۱ - \frac{۱۰۰ \times ۰.۹۵}{۵۰} = ۰.۹۵$$



١٤٤ (الف)

Chapter V.

(١) Phil. Trans. 149. 91 (1859)

بجھاباب^ط

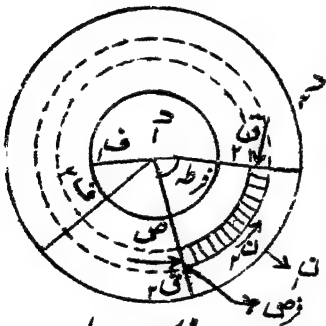
مائع کے پچکاؤ کی شرح اور تبدیلی طاقت

کسی خاص قیمت کے زور سے کسی مائع کے حجم میں، فی اکائی حجم جو کسی واقعہ ہوتی ہے وہ اس مائع کی پچکاؤ کی شرح کہلاتی ہے۔

۱۶۶ء میں، پانی کے پچکاؤ کو ثابت کرنے کے لئے شرفلورس میں، چاندی کے کروں میں پانی بھر کر کروں کی شکل میں بگاڑ پیدا کیا گیا تھا مگر یہ تجربہ کچھ کامیاب نہیں ہوا۔ لیکن ۱۶۷۲ء میں کینٹن نامی ایک شخص نے اس امر کو ثابت کرنے میں کامیابی حاصل کی کہ دباؤ سے پانی میں پچکاؤ واقع ہوتا ہے، مگر اس کو بھی پچکاؤ کی شرح کی صحیح قیمت نہیں حاصل ہو سکی۔ بعد میں ماہرین طبیعیات نے مختلف مائعات کے جھوں میں دباؤ سے جو تبدیلی ہوتی ہے اس کی پیمائش کی۔ کینٹن نے شیشہ کا بنا ہوا ایک بڑا جوڈ استعمال کیا جس کے ساتھ شیشہ کی ایک تنگ شعری نلی جوڑ دی گئی تھی، پہلے جوڈ اور نلی کے کچھ حصہ میں پارہ بھر گیا اور پھر جوڈ کو اتنا گرم کیا گیا کہ پھیل کر پارہ پورے جوڈ میں سما گیا۔ اسکے شعری نلی کو بالکل بند کر دیا گیا، سرد ہونے پر پارہ اس میں نیچے اتر آیا۔ پارہ کی سطح پر سبوت جو دباؤ عمل کر رہا تھا وہ دوران تجربہ کی پیش پر صرف پارہ کا بخاری دباؤ تھا، شعری نلی کے ایک سرے کو توڑ دیتے سے، کرہ ہوائی کو دباؤ پر ہوا اندر داخل ہوتی اور پارہ کی سطح اور نیچے اتر آئی۔ پارہ کے حجم میں جو کسی فی اکائی حجم، اضافہ دباؤ کے باعث واقع ہوئی اس میں سے کچھ تو شیشہ کے جوڈ کے پھیلاؤ سے واقع ہوئی اور کچھ پارے کے پچکاؤ سے۔ اسی تجربہ کو کینٹن نے پانی استعمال کر کے دہرایا اور یہ دریافت کیا کہ پانی کے

حجم میں فی اکائی حجم کی پائہ کی نسبت زیادہ ہوتی ہے۔ لہذا پانی کے حجم میں
فی اکائی حجم کی پانی کے پچکاؤ کی وجہ سے واقع ہونا ضروری ہے۔ پانی کے پچکاؤ
کی شرح دریافت کرنے کے لئے اول ہمیں یہ معلوم کرنا ہوگا کہ جو فہ کے حجم اور نیلی
میں جو حقیقی تبدیلی (انپیر تناسل دباؤ کی وجہ سے) واقع ہوتی ہے وہ کتنی ہے۔
لہذا ہم یہاں کسی قدر تفصیل کے ساتھ اس پر غور کریں گے کہ کسی برتن کے
حجم میں جب کہ اس پر اندرونی اور بیرونی دباؤ پڑ رہا ہو حقیقی تبدیلی کیسے واقع
ہوتی ہے۔

ایک غبی اسطوانہ نامی کی صورت پر غور کرو جس کے دونوں سرے چپے ہوں۔
فرض کرو کہ اس پر بیرونی دباؤ p اور اندرونی دباؤ p' عمل کر رہا ہے۔



ایسے اسطوانہ کی تراش (شکل ۱)

میں دکھائی گئی ہے۔ فرض کرو کہ اسطوانہ

کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر علی الترتیب

ف اور ف ہیں۔ اس کی ایک بالکل چھوٹی

دائری ڈھنجی کو جس کے نصف قطر ص اور

ص ہے۔ فرض ہو اور موٹائی نیچے کی جانب

اکائی ہو۔ فرض کرو کہ یہ ڈھنجی مرکز پر ایک

بالکل چھوٹا زاویہ فرطہ بناتی ہے اسطوانہ

کے اندرونی اور بیرونی دباؤ کے فرق کی وجہ سے یہ بھی فرض کرو کہ مرکز سے فاصلہ

ص پر کسی درے کا قطری نقل مکان فہ کے مساوی ہے۔

تب ص + فرس پر نقل مکان فہ + فرس۔ فرض کے مساوی ہوگا۔

$$\therefore \text{قطری سمت میں بگاڑ} = \frac{(ف + \frac{فرس}{ف} - فرس) - فرس}{فرس} = \dots (۱)$$

فرض کرو کہ قطری آڑی سمت میں بگاڑ = ن جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

$$\text{اور یہ لپٹا} = \frac{\pi^2 (\text{ص} + \text{قہ}) - \pi^2 \text{ص}}{\pi^2 \text{ص}} = \frac{\text{قہ}}{\text{ص}} \dots\dots\dots (۲)$$

فرض کرو کہ قطری دباؤ مرکز سے ص فاصلہ پر = ق اور ص + ق فاصلہ پر = ق + $\frac{\text{قہ}}{\text{ق}}$ فرق۔ فرض، اب چونکہ اس ٹکڑے کے طویل ص فرطہ اور (ص + ق) فرطہ ہوں گے۔

∴ اس چوڑے ٹکڑے پر حاصل قطری قوت

$$= (\text{ق} + \frac{\text{قہ}}{\text{ق}} \cdot \text{فرص}) (\text{فرص} + \text{ق}) \text{فرطہ} - \text{ق} \text{ص فرطہ}$$

$$= \text{ص} \left(\frac{\text{قہ}}{\text{ق}} \cdot \text{فرص} + \text{ق} \text{فرص} \right) \text{فرطہ کیونکہ فرص بہت}$$

چھوٹا ہے اسلئے (فرص) کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

اب اگر اس ٹکڑے پر قطری آڑی سمت میں دباؤ ق ہو جیسا کہ شکل سے

ظاہر ہے اور جو اس ٹکڑے کے دونوں سروں پر عمل کر رہا ہے تو

$$\text{قطری آڑی سمت میں قوت} = ۲ \text{ق} \cdot \text{فرص} \cdot \text{فرطہ} = \text{ق} \text{فرص فرطہ}$$

$$\text{اب تعادل کیلئے} \text{ق} \text{فرص فرطہ} = (\text{ص} \frac{\text{قہ}}{\text{ق}} \cdot \text{فرص} + \text{ق} \text{فرص}) \text{فرطہ}$$

$$\therefore \text{ق} - \text{ق} = \text{ق} \frac{\text{قہ}}{\text{ق}} \dots\dots\dots (۳)$$

چوتھے باب کی مساوات (۳) سے یہ ہیں معلوم ہے کہ

$$\text{ق} = \text{ک} + \text{گ} (\text{ن} + \text{ن}) \dots\dots\dots (۴)$$

$$\text{ق} = \text{ک} + \text{گ} (\text{ن} + \text{ن}) \dots\dots\dots (۵)$$

$$\text{ق} = \text{ک} + \text{گ} (\text{ن} + \text{ن}) \dots\dots\dots (۶)$$

اور ان مساواتوں کی مدد سے ہم نے ان مستقلوں کی قیمت حاصل کی تھی۔

یعنی ک = ب + $\frac{۷}{۳}$ د اور گ = ب - $\frac{۲}{۳}$ د جہاں
ب = جمعی معیار کچک اور د = استوار می کی شرح

اس صورت میں مساوات (۱) (۲) اور (۴) کی مدد سے

$$- ق_۱ = ک - \frac{فرق_۱}{فرص_۱} + گ - \left(\frac{فرص_۱}{ن_۱} + ن_۱ \right) \dots (۷)$$

اور اسی طرح مساوات (۵) اور (۶) کو بھی لکھ سکتے ہیں۔ -

$$- ق_۲ = ک - \frac{فرص_۲}{ن_۲} + گ - \left(\frac{فرص_۲}{ن_۲} + ن_۲ \right) \dots (۸)$$

$$اور ق_۳ = ک - \frac{فرص_۳}{ن_۳} + گ - \left(\frac{فرص_۳}{ن_۳} + ن_۳ \right) \dots (۹)$$

مساوات (۸) کو (۷) میں تفریق کرنے سے

$$ق_۱ - ق_۲ = (ک - گ) - \frac{فرص_۱}{فرص_۲} (ک - گ) - \frac{فرص_۱}{ن_۱} \dots (۱۰)$$

اب مساوات (۷) کو بلحاظ صی تفریق کرنے اور - صی سے ضرب دینے سے

$$صی \frac{فرق_۱}{فرص_۱} = - ک - \frac{فرص_۱}{فرص_۲} (ک - گ) - \frac{فرص_۱}{ن_۱} \dots (۱۱)$$

اور مساوات (۱۰) اور (۱۱) کو مساوات (۳) میں درج کرنے اور صی سے ضرب

دینے سے

$$صی^۲ \frac{فرق_۱}{فرص_۱} + \frac{صی^۲}{فرص_۱} - \frac{فرص_۱}{فرص_۲} = صی^۲$$

یہ ایک دوسرے رتبہ کی تفریقی مساوات ہے اسلئے اسکا حل :-

$$فرق_۱ = ج - صی \quad \text{جہاں ج اور م مستقل ہیں}$$

فرق_۱ کی قیمت اس تفریقی مساوات میں درج کرنے سے

$$ج - صی^۲ = (۱ - م) صی^۲ + ج - صی^۲ - ج - صی^۲ = صی^۲$$

$$یعنی م - ۱ = صی^۲ \quad \text{یعنی م} = 1 \pm$$

$$\therefore \text{فہ} = \text{ج ص} + \frac{\text{ج}^2}{\text{ص}} \dots\dots\dots (۱۲)$$

جہاں ج اور ج مستقل ہیں

اس مساوات کو لمبی کی مساوات کہتے ہیں۔

اب مساوات (۷)، (۸) اور (۹) میں ک، گ اور فہ کی قیمتیں درج کر نیے

$$- \text{ق} = (\text{ب} + \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} - \frac{\text{ج}^2}{\text{ص}}) +$$

$$+ (\text{ب} - \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} + \frac{\text{ج}^2}{\text{ص}} + \text{ن})$$

$$- \text{ق}_2 = (\text{ب} + \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} + \frac{\text{ج}^2}{\text{ص}}) +$$

$$+ (\text{ب} - \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} - \frac{\text{ج}^2}{\text{ص}} + \text{ن}_2)$$

$$\text{اور ق}_1 = (\text{ب} + \frac{2}{3}\text{د}) \text{ن} + (\text{ب} - \frac{2}{3}\text{د}) 2 \text{ج}$$

$$\text{جیکہ ص} = \text{فہ}، \text{ق} = \text{د}، \text{اور جیکہ ص} = \text{فہ}، \text{ق} = \text{د}_2$$

$$\therefore - \text{د} = (\text{ب} + \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} - \frac{\text{ج}^2}{\text{فہ}}) +$$

$$+ (\text{ب} - \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} + \frac{\text{ج}^2}{\text{فہ}} + \text{ن})$$

$$\text{اور} - \text{د}_2 = (\text{ب} + \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} - \frac{\text{ج}^2}{\text{فہ}_2}) +$$

$$+ (\text{ب} - \frac{2}{3}\text{د}) (\text{ج} + \frac{\text{ج}^2}{\text{فہ}_2} + \text{ن}_2)$$

اب ان دونوں مساواتوں کی مدد سے

$$\text{ج}_2 = \frac{1}{2\text{د}} \times \frac{(\text{د}_2 - \text{د}) \text{فہ}_1 \text{فہ}_2}{(\text{فہ}_1 - \text{فہ}_2)} \dots\dots\dots (۱۳)$$

$$\text{اور } \frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۱}{ف_۱ - ف_۲} = ج (۲ب + د \frac{۲}{۳}) +$$

$$+ (۱۴) \dots\dots\dots (د - \frac{۲}{۳}ب - د)$$

شکل ۲ کے اسطوانہ پر غور کرو جس کا اندرونی نصف قطر $ف_۱$ اور بیرونی نصف قطر $ف_۲$ ہے۔

$$\text{حاصل طولی قوت} = د_۱ \pi ف_۱ - د_۲ \pi ف_۲$$

∴ اوسط طولی زور جو کہ محور کے متوازی ہے =

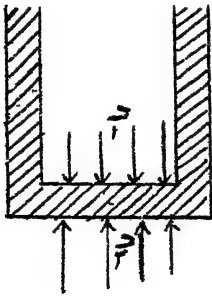
$$= \frac{د_۱ \pi ف_۱ - د_۲ \pi ف_۲}{ف_۱ - ف_۲} = ق$$

$$\text{یعنی } ق = \frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۲}{ف_۱ - ف_۲}$$

$$(۱۵) \dots\dots\dots ج (۲ب + د \frac{۲}{۳}) + (د - \frac{۲}{۳}ب - د) =$$

یہ معلوم ہے کہ $\frac{ق}{۳ب} =$

$$\therefore \frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۲}{(ف_۱ - ف_۲) ۳ب} = \dots\dots\dots (۱۶)$$



شکل ۲

اب $د_۱$ کی اس قیمت کو مساوات (۱۴) میں درج کرئیے

$$\frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۱}{ف_۱ - ف_۲} = ج (۲ب + د \frac{۲}{۳}) +$$

$$+ \left\{ \frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۲}{(ف_۱ - ف_۲) ۳ب} \right\} (د - \frac{۲}{۳}ب - د)$$

$$(۱۷) \dots\dots\dots \text{یعنی } ج = \frac{د_۱ ف_۱ - د_۲ ف_۲}{(ف_۱ - ف_۲) ۳ب} =$$

اگر $د_۱ = د_۲ = د$ تو $ق = \frac{ق}{۳ب} = \frac{ق}{ل}$ جہاں $ل$ ضابطہ طول ہے

$$\therefore \text{ب} = \frac{\text{ق} - \frac{\text{فرل}}{\text{ل}}}{\text{ل}} = \text{حجی مینہ لیک}$$

$$\text{اگر دہ} = \text{ق اور دہ} = \text{صفر تو} = \frac{\text{فرل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ق ف}^2}{\text{ب}^3 (\text{ف}^2 - \text{ف}^2)}$$

$$\text{اگر ٹ} = \text{اسطوانہ کی موٹائی تو} = \frac{\text{فرل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ق ف}^2}{\text{ب}^3 (\text{ف}^2 - \text{ف}^2)}$$

$$\text{اگر ٹ بقا بہ ف بہت چھوٹا ہو تو} = \frac{\text{فرل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ق ف}^2}{\text{ب}^3 \text{ف}}$$

اسی طریقہ کو میکلیک ① نے مختلف اشیاء کی ب کی قیمت دریافت کرنے کیلئے استعمال کیا تھا۔ اسطوانہ کا اندرونی دباؤ سکون سیالات کے طریقہ سے لگایا گیا تھا اور طول میں تبدیلی فی اکائی طول ناپ کر دریافت کر لی گئی تھی لہذا ب کی قیمت اسطوانہ کا نصف قطر اور موٹائی معلوم کرنے سے دریافت کی گئی تھی۔

$$\text{اگر دہ} = \text{ق اور دہ} = \text{صفر تو} = \frac{\text{فرل}}{\text{ل}} = \frac{\text{ق ف}^2}{\text{ب}^3 (\text{ف}^2 - \text{ف}^2)}$$

یہاں منفی علامت اسوجہ سے حاصل ہوئی ہے کہ بیرونی دباؤ اسطوانہ کو چپکا دیتا ہے جس کی وجہ سے اسکا طول بڑھ جاتا ہے۔

اب ہم قطری دباؤ ق اور ق کو دہ اور دہ وغیرہ کی رقموں میں حاصل کریں گے۔

$$\text{یہیں معلوم ہے کہ} - \text{ق} = (\text{ب} + \frac{\text{ق}}{\text{ل}}) (\text{د} - \frac{\text{ج}}{\text{ص}}) + (\text{ب} - \frac{\text{ق}}{\text{ل}}) (\text{د} - \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}})$$

$$\text{اور} - \text{ق} = (\text{ب} + \frac{\text{ق}}{\text{ل}}) (\text{د} - \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}}) + (\text{ب} - \frac{\text{ق}}{\text{ل}}) (\text{د} - \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}})$$

$$+ (\text{ب} - \frac{\text{ق}}{\text{ل}}) (\text{د} - \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}} + \frac{\text{ج}}{\text{ص}})$$

ان دونوں مساواتوں میں ج اور ج اور ج کی قیمتیں درج کرنے سے

$$(۱۸) \dots\dots\dots \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} = ق-۲$$

$$(۱۹) \dots\dots\dots اور ق-۲ = \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} + \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)}$$

اگر د = صفر

$$تو ق-۲ = \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} + \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)}$$

$$(۲۰) \dots\dots\dots یعنی قطری دباؤ ق-۲ = \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \left\{ ۱ - \frac{۲-۲}{ص} \right\}$$

$$(۲۱) \dots\dots\dots اسی طرح قطری دباؤ ق-۲ = \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \left\{ ۱ + \frac{۲-۲}{ص} \right\}$$

اب ہم ایک ایسے مائع کی صورت پر غور کریں گے جو ایک اسطوانہ نما برتن میں پچکایا جاتا ہے جب یہ مائع بچکتا ہے تو فرض کرو کہ ص + ص + فہ اور اسطوانہ کا طول ل + ل + فرل ہو جاتا ہے۔

یہی کی مساوات میں ج اور ج اور ج کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\left\{ \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \right\} \frac{۱}{د} + \left(\frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \right) \frac{ص}{۳} = فہ$$

ص = فہ پر فرض کرو کہ فہ = فہ

$$\therefore فہ = \frac{فہ}{۳} + \left(\frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \right) \frac{ص}{۳}$$

$$(۲۲) \dots\dots\dots + \frac{۱}{د} \left\{ \frac{د-۲ (۲-۲) (۲-۲)}{ص (۲-۲)} \right\}$$

فرض کرو کہ برتن کا اندرونی حجم ابتداء میں ج تھا اور دباؤ کے بعد ج + فرح ہو گیا۔
تب ج = π ف^۲ ل اور ج + فرح = π (ف + فم) (ل + فل)
اب اگر یہ مان لیا جائے کہ فل اور فم بہت چھوٹے ہیں تو ان کے اونچی
طاقت والے رقوم نظر انداز کئے جاسکتے ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\frac{2}{\text{ف}} + \frac{2}{\text{فل}}}{\frac{2}{\text{ف}} + \frac{2}{\text{فل}}} = \frac{2}{2} = 1$$

ساوات (۱۷) اور (۲۲) کی مدد سے :-

$$\frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\text{د ف}^2 - \text{د ف}^2}{\text{ب (ف}^2 - \text{فل}^2)} + \frac{(\text{ج} - \text{د}) \text{فل}^2}{\text{د (ف}^2 - \text{فل}^2)} \dots\dots\dots (۲۳)$$

اسی طرح بیرونی حجم کے لئے :-

$$\frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\text{د ف}^2 - \text{د ف}^2}{\text{ب (ف}^2 - \text{فل}^2)} + \frac{(\text{ج} - \text{د}) \text{فل}^2}{\text{د (ف}^2 - \text{فل}^2)} \dots\dots\dots (۲۴)$$

پچکاؤ کی شرح دریافت کرنے کے طریقے :- یہاں رینوکا وہ طریقہ بیان
کیا جائے گا جس کے ذریعہ مائع کے پچکاؤ کی شرح دریافت کی گئی تھی اگر مساوات

(۲۳) میں $\text{د} = \text{د} = \text{ق}$ فرض کریں

تو $\frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\text{ق}}{\text{ب}}$ جہاں ب = برتن کے مادہ کا حجمی معیار لچک

اسی طرح مائع کے لئے جو اس برتن میں رکھا گیا ہے

$\frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\text{ق}}{\text{ب}}$ جہاں ب = اس مائع کا حجمی معیار لچک

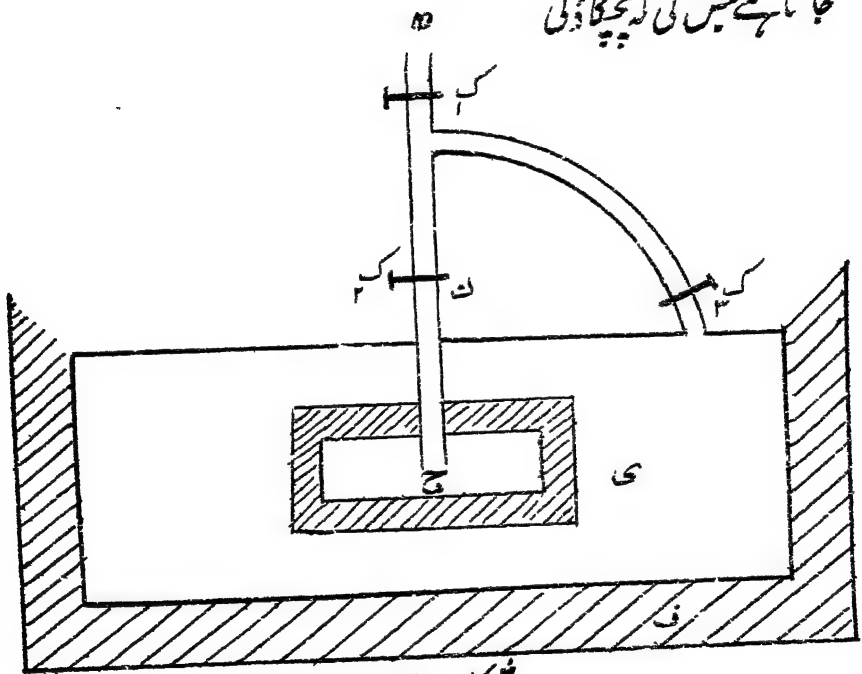
اب چونکہ برتن اور مائع کا حجم ایک ہی ہے اس لئے حاصل کی جو حجم میں واقع ہوگی

$$\frac{\text{فرح}}{\text{ج}} - \frac{\text{فرح}}{\text{ج}} = \frac{\text{فرح}}{\text{ج}} - \frac{\text{فرح}}{\text{ج}} =$$

$$= \text{ق} \left(\frac{1}{\text{ب}} - \frac{1}{\text{ب}} \right)$$

رینولٹس اس طریقہ سے اندرونی اور بیرونی دباؤ ایک ہی رکھ کر
بک کی قیمت دریافت کی اور چنانچہ اسی طرح دباؤ یعنی مائع کے پچکاؤ کی شرح
دریافت کی گئی۔ اس تجربہ میں بک کا معلوم کرنا ضروری ہے۔
جن آلات کا رینولٹس استعمال کیا تھا وہ شکل ۳۳ میں بتائے گئے ہیں۔

ج ایک اسطوانہ نما برتن
ہے جس میں اس مائع کو رکھا
جاتا ہے جس کی کچ پچکاؤ کی



شکل ۳۳

شرح دریافت کرنا مطلوب ہوتا ہے اس برتن کو ایک دوسرے برتن ج میں
دکھا جاتا ہے اور اس میں پانی بھر دیا جاتا ہے۔ ان سب کو پھر ایک اور بڑے
برتن ف میں داخل کیا جاتا ہے جس میں یا تو برف رکھی جاتی ہے یا بھاپ گزاری
جاتی ہے۔ اس برتن کو استعمال کرنے کا مقصد صرف یہ ہے کہ پیش مسئلہ ہے۔
ج میں کا مائع ملی ن کے درجہ دار سے تک پہنچ جاتا ہے، ملی ن کا حجم کسی دو

متوازن تانوں کے درمیان دریافت کیا جاتا ہے۔ اس کی اس وقت ضرورت نہیں ہوتی جبکہ خود نلی کی درجہ بندی کی گئی ہو، کم، کم اور کم ٹونٹیاں ہیں جن کو حسب خواہش کھولایا بند کیا جاسکتا ہے، وہ سے چکی ہوئی ہوا کے ذریعہ دباؤ ڈالا جاسکتا ہے اور اس دباؤ کو داب پیمائے نایا بھی جاسکتا ہے۔ نلیاں اس طرح ترتیب دی گئی ہیں کہ مناسب ٹونٹیوں کو کھولنے سے دباؤ یا تو صرف ج کے بیرونی جانب عمل کرتا ہے اور اندرونی جانب بالکل نہیں عمل کرتا، یا اس کے برعکس عمل کرتا ہے یا ایک وقت تلی کے بیرونی اور اندرونی دونوں جانب اثر کرتا ہے۔ د کو د کے مساوی رکھنا ہو تو کم اور کم دونوں ٹونٹیاں کھول دی جائیں اور دباؤ کو عمل کرنے دیا جائے۔

اس صورت میں اگر مائع کی سطح ا کے مساوی نیچے اتر آئے

$$\text{تو } ا م = فرح - فرح = ح ق \left(\frac{1}{ب} - \frac{1}{د} \right) \dots\dots\dots (۲۵)$$

جہاں م = نلی ن کے تراش عمودی کا رقبہ

لہذا مساوات (۲۵) سے ب کی قیمت دریافت کرنے کے بعد ہم ب کی قیمت دریافت کر سکتے ہیں اور اس طرح مائع کے پچکاؤ کی شرح دریافت کی جاسکتی ہے۔

اس صورت میں مائع کی سطح کا چڑھاؤ اگر ا کے مساوی ہو اور ق = د اور ج

$$= صفر \quad \text{تو } ا م = \frac{ح ق \left(\frac{1}{ب} - \frac{1}{د} \right)}{\frac{1}{ب} - \frac{1}{د}} \dots\dots\dots (۲۶)$$

یہاں ب اس لئے غائب ہو جاتا ہے کہ اس صورت میں مائع پچکا یا نہیں جا رہا ہے اگر مائع کی سطح کا اتار اس صورت میں = ا اور ق = د اور د = صفر

$$\text{تو } ا م = \frac{ح ق}{\frac{1}{ب} - \frac{1}{د}} \left\{ \frac{1}{ب} + \frac{1}{د} + \frac{1}{ب} \right\} \dots\dots\dots (۲۷)$$

اب مساوات (۲۵) (۲۶) اور (۲۷) سے :-

$$A م = B م + C م$$

$$\therefore A م = B م + C م \dots\dots\dots (۲۸)$$

رینو نے اس ضابطہ کی تجربی طور پر تحقیق کی اور اس طرح نظریہ کی صحت کا ثبوت حاصل کیا۔ یہی کام یہ خیال تھا کہ پواسان کی نسبت سب مادی اشیاء کے لئے $\frac{1}{m}$ کے سادہ ہے۔

چنانچہ چوتھے باب کی مساوات (۲) سے $D = \frac{3}{2} B$

اسی بنا پر رینو نے مساوات (۲۶) میں D کے بجائے $\frac{3}{2} B$ رکھ کر B کی قیمت پہلے تجربہ سے دریافت کی اور اس کے بعد مساوات (۲۵) کی D سے B کے لئے B کی قیمت دریافت کی لیکن یہ طریقہ ٹھیک نہیں۔ یہی کی رائے بعد میں غلط ثابت ہوئی لہذا یہی بہتر ہے کہ B کی قیمت ایک علیحدہ تجربہ سے دریافت کی جائے اور پھر اس آسان ضابطہ سے B کی قیمت معلوم کی جائے۔ B کی قیمت جیسا کہ اوپر بیان ہو چکا ہے میلک کے طریقے سے بھی دریافت کی جاسکتی ہے مگر جو طریقہ ذیل میں لکھا جاتا ہے وہ اس سے بھی زیادہ آسان ہے۔

شکل ۱ میں N ایک ٹھوس نلی ہے جس کیلئے B کی قیمت دریافت کرنی ہے۔ یہ نلی ایک اور درجہ دار تیلی نلی J سے بند کر دی گئی ہے اور اس میں پانی بھرا جاتا ہے کہ اس پر نلی کو اچھی طرح جا دینے کے بعد ایک تناؤ لگایا جاتا ہے۔

نلی بڑھتی ہے اور اس کا اندرونی حجم زیادہ ہو جاتا ہے حجم میں یہ اضافہ فرج جو واقع ہوتا ہے وہ تیلی نلی J میں پانی کے نیچے اتر آئے سے ناپا جاتا ہے۔ نلی کا ابتدائی حجم H اگر معلوم ہو تو حسب ذیل مساوات سے (جو چوتھے باب ص ۱۷۸ سے لی گئی ہے) B کی قیمت آسانی سے معلوم ہو جاتی ہے :-

$$\text{فرح} = \frac{\text{ق}}{\text{ح}} = \frac{\text{ق}}{\text{ب}} \quad (۲۹)$$



کسی مانع کے پچکاؤ کی شرح دریافت کرنے کا بہترین طریقہ یہ ہے کہ شکل ۳ کے آلات میں پہلے کوئی مانع (مثلاً پارہ) بھر دیا جائے جس کی پچکاؤ کی شرح معلوم ہے اور اس کے بعد جب برتن کے اندر دنی اور بیرونی جانب دباؤ ایک ہی ہو تو حجم میں جو ظاہری تبدیلی ہوتی ہے اس کو معلوم کر لیا جائے۔ پھر برتن میں ایسا مانع بھر دیا جائے جس کے پچکاؤ کی شرح دریافت طلب ہے۔ اب اسی طرح حجم کی ظاہری تبدیلی کو دریافت کر لیں جبکہ اندر دنی اور بیرونی دباؤ ایک ہی ہو۔

پارہ کی صورت میں جس کے پچکاؤ کی شرح $\frac{1}{2}$ معلوم ہے مساوات (۲۵) سے ہم کو یہ مساوات حاصل ہوگی۔

$$\text{ا س} = \text{ح ق} \left(\frac{1}{\text{ب}} - \frac{1}{\text{ج}} \right) \quad (۳۰)$$

جہاں $\text{ا} =$ پارہ کی سطح کا اتار اور $\text{د} = \text{ق} = \text{د}$

لہذا مساوات (۲۵) اور (۳۰) سے دونوں نامعلوم مقادیر ب اور ج

کی قیمتیں دریافت کر لی جاسکتی ہیں :-

آواز کی رفتار کی مدد سے ہی کسی مانع کی پچکاؤ کی شرح دریافت کی جاسکتی ہے آواز کی کسی کتاب سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

$$\text{س} = \left[\frac{\text{میان پچک}}{\text{سناقت}} \right] \quad \text{جہاں س} = \text{کسی واسطے میں آواز کی رفتار}$$

مارتنی نے ۴۵ اور ۵۵ ہر پیمیارلچک کی قیمت معلوم کرنے کے بعد پانی کی پچکاؤ کی شرح دریافت کی تھی۔

دباؤ، پیش اور از نکاز کا اثر پچکاؤ کی شرح پر:۔ کیا کسی مانع سے پچکاؤ کی شرح دباؤ کے بڑھنے سے گھٹنے لگتی ہے۔ اکثر مانعات کی پچکاؤ کی شرح پیش کے بڑھنے سے بڑھتی ہے۔ اگر اسی نے تجربہ کرنے کے بعد یہ ثابت کیا کہ پانی کے پچکاؤ کی شرح صفر درجہ می اور ۴۵ می کے درمیان اعظم ہوتی ہے۔ بیگیلیانی اور دیگر سائنسدانوں نے یہ ثابت کیا کہ ۱۰ اور ۲۰ کے درمیان پانی کے پچکاؤ کی شرح اقل ہوتی ہے۔ پارہ کے پچکاؤ کی شرح کے لئے ڈی مٹر نے تہا ہر پیماسادات حاصل کی تھی وہ حسب ذیل ہے۔

$$۳۷۵ \times ۱۰ + ۷۷۷ \times ۱۰ = \text{پچکاؤ کی شرح}$$

سائنس دانوں اور زمینداروں نے مختلف محلولوں کیلئے پچکاؤ کی شرح دریافت کی تھی، انہوں نے یہ ثابت کیا کہ کسی محلول کی پچکاؤ کی شرح، پانی سے کم ہوتی ہے اور جیسے جیسے محلول کا ارتکاز بڑھتا ہے، پچکاؤ کی شرح بھی کم ہوتی جاتی ہے۔ چند مانعات کے پچکاؤ کی شرح ذیل کی جدول میں دی گئی ہیں:۔

مانع	پیش سی درجوں میں	پچکاؤ کی شرح فی ہوا کے کرہ کا دباؤ
پانی	۴	۵۰۰ × ۱۰
سمندر کا پانی	۵۷	۳۴ × ۱۰
اتیکھر	صفر	۵۶ × ۱۰
الکھنل	صفر	۲۸ × ۸۵
تارپن	صفر	۸۲ × ۵۱

۵-۱۰ x ۶۵۲۵	۸۵	کلید و فارم
۵-۱۰ x ۴۵۸۶	صفر	زیتون کا تیل
۵-۱۰ x ۲۵۵۲	صفر	گلکیرین
۵-۱۰ x ۷۵۴۵	۱۹۵۲	پٹرولیم
۵-۱۰ x ۰۶۳۸	۴	پارہ

نوٹ۔ اس جدول سے ایک عجیب بات یہ معلوم ہوتی ہے کہ ۴۴ ہر پارہ کے پچکاؤ کی شرح تقریباً پانی کے پچکاؤ کی شرح کی $\frac{1}{13.4}$ گنتی ہے۔ یعنی اس کا مطلب یہ ہے کہ پارہ کی پچکاؤ کی شرح پانی کے پچکاؤ کی شرح کی $\frac{1}{13.4}$ گنتی ہے۔ دیگر خصوصیات میں یہ صحیح نہیں ہے۔

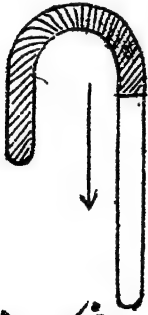
مائع کی تھرمائیڈی طاقت :- معمولی مشاہدات سے ظاہر ہے کہ مائعات کو علیٰ حصص میں جدا کرنے کے لئے

ایک بالکل چوٹی قوت کافی ہوتی ہے اور اس سے بادی النظر میں یہ نتیجہ اخذ ہو سکتا ہے کہ ایک مائع کے ذروں کے درمیان بہت ہی کم قوت اتصال ہوتی چاہئے۔ مگر ایسا نہیں ہوتا۔ مائع جب حصص میں تقسیم یا جدا کیا جاتا ہے تو اس کی علیحدگی ہمیشہ سطح پر سے ہونے کی شکل میں وقوع پذیر ہوتی ہے اور کبھی بھی ایسا نہیں ہوتا کہ اس کے اندرونی حصص کو شکست کرنا پڑے۔ اس کی مثال کاغذ کے ایک ٹکڑے کی سی ہے جس پر تھرمائیڈی زور لگایا جاتا ہے۔ اس زور کی مزاحمت اگر چیکہ کاغذ ایک حد تک کر سکتا ہے لیکن کاغذ کو کنارے پر سے کتر دیا جائے تو پھر ایک بالکل چوٹی قوت آسانی سے اسکو بھاڑ سکتی ہے۔

جن مائعات میں سے ہوا بالکل نکال لی جاتی ہے وہ ٹوٹنے کے بغیر معتدبہ کہنچاؤ کی قوت کی مزاحمت کر سکتے ہیں۔ اس کی بہترین مثال بارہ پیا کی نلی کے اوپر

پارہ کے چمٹ جانے سے ملتی ہے۔ ایک بار پیا کی تلی کو، جس میں پارہ بھرا ہوا ہو، احتیاط کے ساتھ جھک کر انتصافاً الٹ دیا جائے تو بعض دفعہ پارہ تلی کے اوپر چمٹ جاتا ہے۔ اگر چکیہ پارہ کا یہ طول اس طول سے زیادہ ہوتا ہے جس کو طبعی طور پر بار پیا سہار سکتا ہے لیکن پھر بھی تلی میں پارہ رہتا ہے۔ ظاہر ہے کہ الٹنے سے، پارہ کے اسطوانہ کے اس زائد طول میں تناؤ ضرور پیدا ہوتا ہے مگر اسطوانہ ٹوٹتا نہیں۔

شکل ۷ میں بتائی ہوئی وضع کی ایک نلی لو اور اسکو پانی اور آبی بخار سے بھرو۔ پھر پانی کو جوش دے کر اس میں سے احتیاط کے ساتھ ٹھل ہوا کو نکال لو اور نلی کو بند کر دو جب پانی شکل ۷ میں بتایا ہوا مقام اختیار کرے تو نلی کو تیزی کے ساتھ پیکان کی سمت دھکا دے کر حرکت دو۔



شکل ۷

پانی کے اسطوانہ پر گو ایک معتدبہ تناؤ عمل کرتا ہے لیکن اسطوانہ ٹوٹتا نہیں جب تک بھی پانی کا اسطوانہ ٹوٹے گا، ہوا کا ایک چوٹا بلبلو وہاں ضرور نظر آئے گا اور اسی کی موجودگی اسطوانہ کے ٹوٹنے کی وجہ ہوتی ہے۔

لہذا اگر یہ مطلوب ہو کہ پانی کا اسطوانہ ٹوٹنے کے بغیر ایک بڑے دھکے کو سہار لے تو حتی الامکان پانی میں سے ہوا کے بلبلوں کو نکال دینا ضروری ہے۔

ان مثالوں سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ پانی، پارہ اور دیگر مائعیات بڑی حد تک ٹوٹنے کے بغیر تدریجی زور کو سہار سکتے ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہوا کہ مائع کے ذرات آپس میں خوب چمٹے ہوئے رہتے ہیں اور ان کو یکسج کر علیحدہ کرنے کے لئے ایک معتدبہ قوت درکار ہوتی ہے۔

مائع میں سے ہوا کو بالکل علیحدہ کرنا ایک ایسا مشکل امر ہے کہ اس کی موجودگی کی وجہ سے اس مطلق زور یا تناؤ کی قیمت صحیح طور پر دریافت نہیں

کی جاسکتی جو مائع کے اسطوانہ کو توڑنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ پروفیسر اسبورن رینالڈ نے یہ دریافت کیا ہے کہ پانی ۵۲۵ پونڈ فی مربع انچ کے تناؤ کو بغیر ٹوٹے ہوئے سہار سکتا ہے۔

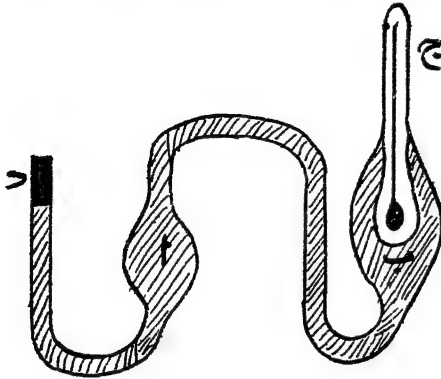
پروفیسر ورنگلٹن نے یہ معلوم کیا کہ سلفیورک ترشہ ۳۷ پونڈ فی مربع انچ اور الکھل ۱۱۴ پونڈ فی مربع انچ کے تناؤ کو سہار سکتا ہے۔ ۱۹۰۹ء میں ایچ ڈکسن ایسے طریقہ سے ایک تجربہ کی بنیاد ڈالی جس کو برتھیلو نے ابتدا میں پانی کے تمدیدی زور کو اس کے لچک اور بگاڑ کی رتوں میں دریافت کرنے کے لئے استعمال کیا تھا۔ ⑤

ایک مضبوط شعری نلی جس کا ایک سرابند کر دیا گیا تھا ۲۸ ہر کی تپش کے پانی سے بھری گئی۔ اس کو ۹۸ ہر تک ٹھنڈا کیا گیا، اور ایک چوٹا سا ہوا کا بلبلا اس کے اندر داخل کیا گیا۔ اب نلی کو بالکل بند کر دیا گیا۔ نلی کو گرم کرنے سے ہوا بتدریج پانی میں حل ہو گئی اور پوری نلی میں پانی بھر گیا۔ نلی کو جب پھر ۹۸ ہر تک ٹھنڈا کیا گیا تو پوری نلی میں صرف پانی ہی بھرا ہوا رہا۔ اس سے ظاہر ہے کہ پانی کے حجم میں بگاڑ پیدا ہوا ہو گا اور اسکو ہوا کے بلبلے کے حجم کی اس نسبت سے جو پانی کے حجم کے ساتھ ہوگی، ناپا جا سکتا ہے پانی کے حجمی معیار لچک کی معلوم قیمت سے، پانی کے تمدیدی زور کی قیمت حساب کے ذریعہ حاصل ہو سکتی ہے۔

فرض کر دو کہ بہت دیر تک جوش دئے ہوئے پانی سے، جس میں سے ہوا توجہ قریب بالکل نکالی جا چکی ہے ہم شعری نلی کو تقریباً بھر دیتے ہیں اور اس کے بقیہ حصہ میں پانی کا بخار موجود ہے اس نلی کو ایک کسی خاص تپش تک گرم کیا جائے تو پوری نلی میں پانی بھر جاتا ہے اور نلی کو سرد کرنے پر پانی کی سطح کچھ دیر تک ٹوٹتی نہیں، لیکن ایک خاص تپش پر فرض کر دو کہ اسطوانہ ایک بلند ”کھلک“ کی آواز سے ٹوٹ جاتا ہے اور بخار کا بلبلا بھر نمودار ہوتا ہے۔ بلبلا کے اس

حجم اور پانی کے حجم کی نسبت سے بگاڑ کی پیمائش ہوتی ہے۔ لہذا پانی کے حجمی معیار لچک کی معلوم قیمت سے برقیہیلونے پانی کے اس تمدیدی زور کی قیمت معلوم کی جس کو بغیر ٹوٹے ہوئے پانی کا اسطوانہ سینہال سکتا ہے۔

پروفیسر وردنگٹن نے اس طریقہ کو پیش نظر رکھ کر اس میں ترمیم کی۔ شکل ۲ میں ج ایک شعری نلی ہے جس کا ایک سراناقص کی شکل کا جوہ



شکل ۲

ہے۔ اس میں پارہ اور ۲ اور ب میں مانع ڈالا جاتا ہے۔

د ہوا کا یا بخار کا ایک بلب ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ جب مانع تناؤ

کی حالت میں رہتا ہے (جیسا کہ وکسن کے تجربہ میں تھا) تو ناقصی

جوہ پھیلتا ہے اور پارہ کا سوت

شعری نلی میں نیچے اتر جاتا ہے۔ اسکے اتار کی مقدار سے پہلے کی طرح بگاڑ کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے اور اس طرح تمدیدی زور دریافت کیا جاسکتا ہے۔ اس طریقہ سے وردنگٹن نے پانی اور الکحل کی حجمی معیار لچک کی قیمتیں بھی دریافت کی ہیں۔^(۱)

سطحی تناؤ کے باب میں تمدیدی طاقت کا تفصیلی بیان دیا جائیگا۔

Chapter VI.

- (١) Proc Roy. Soc. A, 74 P50 (1904)
- (٢) Memoires de l'Institut, 21 429 (1847)
- (٣) Properties of Matter "McEwen" P162 (1923)
- (٤) Properties of Matter "Tait" P190, (1885)
- (٥) Properties of Matter "Newman & Searle" P131 (1928)
- (٦) " " " " P131 (1928)
- (٧) Properties of Matter 'Poynting & Thomson' P122, (1922)
- (٨) " " " " P123, (1922)
- (٩) General Physics for Students "Edser" P282 (1926)
- (١٠) Phil. Trans. A, P. 355 (1892)

محمد الناصر

سائواں باب

مانعات کا سطحی تناؤ

مانعات میں سالماتی اندرونی قوتوں کی موجودگی، ان مظاہر کا باعث ہوتی ہے جن کو سطحی تناؤ سے تعبیر کیا جاتا ہے متعدد مشاہدات سے اس امر کا پتہ چلتا ہے کہ مائع کی سطح ایک ایسی جھلی کی طرح عمل کرتی ہے جو پتلی پھیلی ہوئی اور لچک دار ہو۔ مائع کی سطح کا عمل حسب ذیل مشاہدات سے واضح ہوگا:—

جب پارہ کا ایک قطرہ کسی شیشہ کی تختی یا دھاتی سطح پر ڈالا جاتا ہے تو بجائے پھیل جاتے کے ایک جامع ہو جاتا ہے، اس کی گہرائی کئی ممر کی ہو سکتی ہے۔ پانی کا قطرہ بھی کسی چکنائی دار تختی پر اسی طرح عمل کرتا ہے اور پھیلنے کے بجائے مجتمع ہو کر ایک جاتا ٹم ہو جاتا ہے۔
سطح کو چھ مانعات بھگوتے ہیں وہ پھیل جاتے ہیں اور جو سطح کو نہیں بھگوتے وہ متذکرہ بالا طریقہ سے ایک جامع ہو جاتے ہیں۔ یہ عمل صرف ان کے وزن کی قوتوں پر مبنی نہیں ہوتا بلکہ دیگر قوتوں مثلاً تماسی سطح کی خاصیت وغیرہ پر بھی منحصر ہوتا ہے۔

مانعات کے اوپر ایک تیلی جھلی دار سطح کا وجود تصور کیا جاسکتا ہے مثلاً مجھرب پانی پر بیٹھتا ہے تو اس کے نیچے پانی کی سطح دب جاتی ہے۔ چاندی کی خشک سوئی پانی کی سطح پر آہستہ رکھ دی جائے تو وہ تیرنے لگتی ہے۔ رنگ کرنے کا معمولی برش پانی میں ڈبویا جاتا ہے تو اس کے بال ایک دوسرے پر جم جاتے ہیں، یعنی سطحی تناؤ کی وجہ سے بال ایک دوسرے

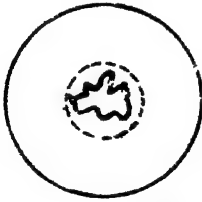
کے قریب کھینچ جاتے ہیں۔

دائری وضع کے ایک تار کو ڈوری ۱ ب سے باندھ کر صابون کے محلول میں ڈبو کر باہر نکالو تو تار پر ایک پتلی جھلی بنتی ہے۔ حصہ ج کو چھونے سے ڈوری ۲ ب (جیسا کہ شکل ۱ میں نقطہ دار خط سے دکھایا گیا ہے) سطحی تناؤ کے باعث کھینچ کر دائری وضع اختیار کر لیتی ہے۔



شکل ۲ کے مطابق پتلے دھاگے کا ایک حلقہ بنا کر صابون میں بھگو لو اور احتیاط کے ساتھ اس کو تار کے حلقہ پر سہی ہوئی صابون کی جھلی کے اوپر رکھ دو۔ دھاگے کے اندر کی جھلی کو سوئی سے توڑ دو دھاگا

کھینچ کر ایک دائرے کی شکل اختیار کر لیتا ہے جس کو نقطہ دار خط سے دکھایا گیا ہے۔



اسی طرح دھاگے کے متعدد چھوٹے ٹکڑوں کو تار کے حلقہ کے مختلف نقطوں پر ڈھیلا باندھ کر جھلی کو توڑنے سے مختلف شکلیں حاصل ہو سکتی ہیں۔



جسمی حیلی نظام کی توانائی بالقوہ اقل ہو تو وہ

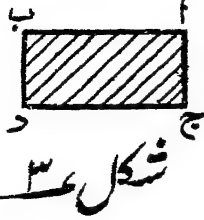
تبادل کی حالت میں مستحکم طور پر ہوتا ہے۔ کسی

دئے ہوئے حجم کے لئے صرف کرہ کی سطح کا رقبہ اقل ہوتا ہے اسلئے لازمی طور پر مائع کا قطرہ کرہ کی شکل اختیار کرے گا۔ اس صورت میں سطحی تناؤ کی وجہ توانائی بھی اقل ہوتی ہے۔

بچے اس طرح کھیلا کرتے ہیں کہ کسی نی کے ایک سرے پر صابون کے محلول کی جھلی بنا کر دوسرے سرے سے پھونکتے ہیں تو صابون کا بیلا کر دی بنتا ہے۔ پانی سے بھرے ہوئے کسی برتن میں ایک شعلی نی ڈال دی جائے تو نی کے

اندر پانی کی سطح بیرونی سطح سے بلند تر رہتی ہے۔ چونکہ نلی کی دیواروں کے قریب مائع کا سطحی تناؤ بہت کم ہوتا ہے اس لئے پانی شعری نلی میں اوپر چڑھ جاتا ہے۔ یہ سب سطحی تناؤ کی مثالیں ہیں۔

سطحی تناؤ اور سطحی توانائی :- فرض کرو کہ شکل ۳ کے مطابق ایک مستطیلی



شکل کے تناؤ اور سطحی توانائی :- پر مائع کی ایک جھلی بنائی جاتی ہے۔ ۱ ب اور ۲ ب یا نیچے متحرک ہو سکتا ہے۔

۲ ب کو تعادل میں رکھنے کے لئے اس کے

علی القوا کم ایک قوت لگانی ہوگی۔ اس قوت کو

جھلی کے ہر ایک ٹیخ پر کے تناؤ کو تعادل میں رکھنا

ہوگا۔ اس تناؤ کو مائع کا سطحی تناؤ کہتے ہیں یعنی مائع کی جھلی کی وجہ قوت فی

اکائی طول مائع کا سطحی تناؤ کہلاتی ہے۔

$$\text{پس } \frac{ق}{۲ ب} = \text{س} \quad \text{جہاں س} = \text{سطحی تناؤ}$$

$$\text{اور } ق = \text{قوت}$$

سطحی تناؤ کے ابعاد ا کمیت اور ۲ وقت ہیں۔

فرض کرو کہ ۱ ب، ج د سے منطبق ہو جاتا ہے، ایسی صورت میں قوت

$$= \text{س} \times ۲ ب$$

اور سطحی تناؤ سے کام ہو کیا گیا = جھلی کی توانائی بالقوہ جو پہلے تھی

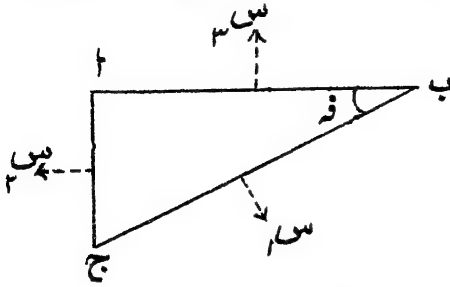
$$= \text{س} \times ۲ ب \times ج \text{ اور اس صورت میں}$$

$$\text{جھلی کی توانائی بالقوہ} = \text{جھلی کی توانائی بالقوہ} = \frac{\text{س} \times ۲ ب \times ج}{\text{جھلی کا رقبہ (لکڑی کا لکڑی)}} = \text{س}$$

لہذا کسی مائع کے سطحی تناؤ کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے :-

”سطحی تناؤ وہ کام ہے جو مائع کی سطح میں ہم تپشی حالات کے تحت اکائی

رقبہ کا احصاء کرنے میں کیا جاتا ہے۔
 بائع کا سطحی تناؤ ہر جگہ ایک ہوتا ہے ①:۔ کسی بائع کی سطح کے تعادل پر
 غور کرو۔



شکل ۴

فرض کرو کہ ا ب ج اس
 سطح میں ایک قائم الزاویہ مثلث
 کی شکل کا ٹکڑا ہے (شکل ۴)
 اور ب ج، ج ا اور ا ب
 کے کناروں پر سطحی تناؤ یا ترتیب
 س، س، اور س ہے۔

ان تینوں کناروں پر عموداً عمل کرنے والی قوتیں بالترتیب س (ب ج)،
 س (ا ج) اور س (ا ب) ہوں گی۔
 ا ب کے علی القوا ائم سمت میں تحلیل کرنے سے:-

$$س (ا ب) = س (ا ج) \cos ف = س (ب ج) \sin ف$$

∴ $س = س = س$
 لہذا ہر جگہ سطحی تناؤ کی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔
 کسی شکل کا ایک مثلثی یا مستطیلی ٹکڑا سطح پر لیکر اوپر کے نتیجہ کو ثابت کیا
 جاسکتا ہے۔

قطرے کے اہم تر ازاات :- جس نلی کے سرے پر قطرہ بتا ہے اس پر سے گرنے
 کے قبل کردی شکل کا نہیں ہوتا۔ اسکا انتہائی قطری قطری نسبت، نلی
 سے باہر ٹپکنے میں، بڑا ہو جاتا ہے۔ اس لمحہ میں جبکہ وہ نلی کے سرے سے علیحدہ
 ہوتا ہے اس کی شکل لیمو جیسی ہوتی ہے۔ خلا میں آزادانہ گرنے کے دوران
 میں اس پر جاؤ بزمین کا اثر چونکہ نظر انداز کئے جانے کے قابل ہوتا ہے
 لہذا اس وقت صرف سطحی تناؤ کا لحاظ کیا جاتا ہے۔ اس کی وجہ سے قطرہ

کی شکل ایک کامل کردہ کی سی ہو جاتی ہے (بارش کا قطرہ بھی ہوا میں سے جس کی لزوجت بہت چھوٹی ہوتی ہے، مگر تے ہوئے یہی شکل اختیار کر لیتا ہے)۔ لہذا ایسوں کی طرح بننے کے بعد قطرہ کی شکل قلیل وقفہ کے لئے بری ہو جاتی ہے۔ چونکہ قطرہ کے ذرات میں سطحی قوتوں کے عمل سے توانائی اور معیار حرکت پیدا ہو جاتا ہے اس لئے ذرات ایک دوسرے کے اضافی نقطہ نظر سے ساکن نہیں ہو سکتے۔ اسی وجہ سے زیادہ دیر تک قطرہ کی شکل کردی نہیں رہ سکتی اور وہ چپٹا ہو کر تربوز کی شکل اختیار کر لیتا ہے۔ پھر یہی کیفیت دہرائی جاتی ہے اور قطرہ مختلف شکلیں بدلتا ہے اور تہوڑی دیر کے لئے پھر کردی شکل اختیار کر لیتا ہے۔ آخر کار ان تبدیلیوں میں بتدریج کمی واقع ہوتی ہے اور اندرونی رگڑ وغیرہ کی وجہ سے یہ بالکل غائب ہو جاتی ہیں۔

شکل ۵ میں پانی کی ایک دھار بتائی گئی ہے جو ایک گول شکل ۵ سوراخ میں سے بہ کر نکلی ہے۔ ابتدا میں یہ ایک مانع کے بلے

اسطوانہ کی شکل اختیار کر لیتی ہے لیکن بعد میں تعادل میں نہ ہونے کی وجہ سے اس کی گردنیں بننے لگتی ہیں اور وہ بھولنے لگتا ہے حتیٰ کہ جس طرح شکل میں دکھایا گیا ہے وہ متفرق قطروں میں منقسم ہو جاتا ہے۔ اسی شکل میں چھوٹے چھوٹے وہ قطرے بھی دکھائے گئے ہیں جو بڑے قطروں کے ٹوٹنے سے بنتے ہیں۔ اس پوری کیفیت کی عکسی تصویر لی گئی ہے

لاڈلہ لون نے پانی کے ایک قطرے کے اتہزاز کا وقت دوران حسابی طریقہ سے دریافت کیا ہے^(۵)۔ (یعنی اس وقفہ کو دریافت کیا ہے جس میں قطرہ مختلف تبدیلیوں کے بعد پھر کردی شکل اختیار کر لیتا ہے) اور اس کی قیمت $\frac{1}{16}$ صی درایت کی گئی ہے جہاں صی = قطرہ کا نصف قطر

کسی مانع کا ٹھوس یا کسی دوسرے مانع کی سطح پر پھیلنا (زاویہ تماس) جب کبھی کسی مانع کا قطرہ ایک ٹھوس کی چکنی اور افقی سطح (مثلاً شیشہ کی تختی) پر رکھا جاتا ہے تو جو شکل وہ اختیار کرتا ہے اس کی نوعیت مختلف چیزوں پر منحصر ہوتی ہے۔ جتنا زیادہ وہ پھیلے گا اتنا ہی اس کا مرکز جاذبہ پست ہونے لگے گا، اور اسی قدر اس کی تجاذبی توانائی کم ہونے لگے گی۔ لیکن قطرہ کے پھیلنے سے اس کا سطحی رقبہ بڑھنے لگتا ہے اور اس کے لئے کام کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔

تبادل کے لئے تجاذبی توانائی کی ایسی کمی کا جو ایک چھوٹے سے رقبہ کے بڑھنے کی وجہ سے واقع ہوتی ہے، اس کام کے سادی ہونا ضروری ہے جو سطح کے بڑھنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔

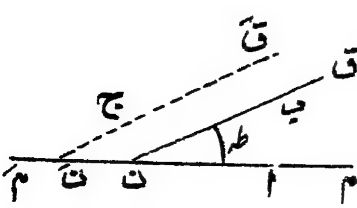
اگر قطرہ چھوٹا ہو تو وہ کروی شکل اختیار کر لیتا ہے اور اگر وہ بڑا ہو تو ایک ایسی شکل اختیار کر لیتا ہے جو صابون کی ٹکیا کی طرح ہوتی ہے۔ دیکھو شکل ۷۔



شکل ۷

اس صورت میں ہمیں تین مختلف واسطوں پر غور کرنا ہو گا یعنی دوسرے الفاظ میں تین

مختلف سطحی تناؤ کا لحاظ کرنا ہو گا۔ اول شیشہ اور ہوا کی تماسی سطح پر جس کو ہم ۱ سے تعبیر کریں گے غور کرنا ہو گا۔ دوم مانع اور ہوا کی تماسی سطح پر جس کی تعبیر ۲ سے کی جائے گی اور سوم مانع اور شیشہ کی تماسی سطح پر جس کو ہم ۳ سے تعبیر کیا جائیگا۔ مانع کے تعادل کی حالت پر غور کرو جس پر سولے سطحی تناؤ کے اور کوئی قوت عمل



شکل ۸

نہیں کرتی ہو۔ فرض کرو شکل ۸ میں ۱ ٹھوس کی ب مانع کی اور ج ہوا کی تعبیر کرتا ہے اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ مانع اور ہوا کے درمیان سطحی فاصل ق ن ہے اور م ٹھوس کی سطح ہے۔

فرض کرو کہ زاویہ ق ن م = طہ
 زاویہ (۱۸۰ - طہ) ٹھوس کے ساتھ مانع کا "زاویہ تماس" کہلاتا ہے۔
 فرض کرو کہ مانع اور ہوا کی سطح فاصل ق ن سے مقام ق ن میں آجاتی
 ہے جو ق ن کے متوازی ہے۔ اس ہٹاؤ سے، ٹھوس کی ایک دھجی چس کا عرض
 ن ن ہے مانع پھیل جاتا ہے۔

فرض کرو کہ اس دھجی کا رقبہ س ہے۔ ہٹاؤ کی وجہ سے توانائی میں تبدیلی اگر
 ہم ہر صورت پر علیحدہ غور کریں

تو (۱) اور با کی درمیانی سطح میں رقبہ س کے بڑھنے کی وجہ سے ہوگی اور
 (۲) با اور ج کی درمیانی سطح میں رقبہ س کے بڑھنے سے ہوگی اور
 (۳) ج اور ج کی درمیانی سطح میں رقبہ س کی کمی کی وجہ سے ہوگی۔

پہلی صورت پر غور کرنے سے ظاہر ہے کہ توانائی میں اضافہ = س_۱ x س_۲

اور دوسری صورت پر غور کرنے سے، توانائی میں اضافہ = س_۲ x س_۱ x طہ

اور تیسری صورت میں توانائی میں کمی = س_۱ x س_۲

تبادل یا توازن کے لئے توانائی میں مجموعی اضافہ ہمیشہ توانائی میں مجموعی کمی
 کے مساوی ہونا چاہیئے۔

یعنی س_۱ س_۲ = س_۲ س_۱ + س_۲ س_۱ x طہ

یعنی جم طہ = $\frac{س_۱ - س_۲}{س_۲}$

ایسے پارہ میں جو شیشہ سے تماس کرتے ہوئے رکھا گیا ہو طہ کی قیمت = ۴۰°
 ظاہر ہے کہ س_۱ - س_۲ کی قیمت مثبت اور س_۲ سے کم ہوگی۔ اس کی
 وجہ یہ ہے کہ س_۱ - س_۲ کی قیمت + ۱ سے زیادہ اور - ۱ سے کم کسی
 حالت میں نہیں ہو سکتی۔ اگر ایسا ہو تو طہ کی قیمت مساوات پر صادق نہیں
 آتی اور اسی لئے کسی ٹھوس کی سطح پر قطرہ بننے کے بغیر مانع پوری طور پھیل

جاتا ہے۔

جب کسی مانع کا ایک قطرہ دوسرے مانع کی سطح پر رکھا جاتا ہے تو اسی طرح کے حالات واقع ہوتے ہیں۔ ایسی صورت میں S_1 سے 'دونوں مانعوں کے درمیانی سطح کے سطحی تناؤ کی تعبیر ہوتی ہے۔

اوپر بیان ہو چکا ہے کہ $(S_1 - S_2) \cos \theta$

یعنی $S_1 \cos \theta + S_2$ اور $(S_1 - S_2) \cos \theta - 1$

یعنی $S_1 + S_2 \cos \theta$

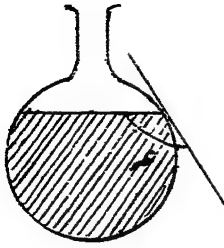
لہذا S_1 اور S_2 میں سے کسی دو مقداروں کا مجموعہ، تیسرے سے بڑا ہونا ضروری ہے۔ اس لئے ایک ایسے مثلث کا کھینچنا ممکن ہے جس کے ضلعوں کے طول S_1 ، S_2 اور S_3 کے مساوی ہوں۔ یہ مثلث نیومن کی مثلث کہلاتی ہے۔^(۳)

اگر کوئی دو مقداروں کا مجموعہ تیسرے سے کم ہو تو مثلث کا کھینچنا ناممکن ہوگا لہذا مانع کسی دوسری سطح پر قطرہ بننے کے بغیر پھیلنے لگتا ہے۔

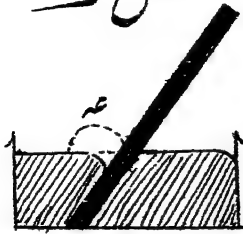
زاوۂ تماس دریافت کرنے کا طریقہ :- کردی شکل کی ایک صراحی میں پارہ کو ڈالکر شیشے سے پارہ کا زاویہ تماس دریافت کیا جاسکتا ہے۔ اگر گہرائی کم ہو تو پارہ کی سطح محراب ہوتی ہے۔ اگر اور زیادہ پارہ بتدریج صراحی میں ڈانا جائے تو ایک خاص موقع پر اس کی سطح بالکل چٹائی ہو جاتی ہے اور پھر مقعر ہونے لگتی ہے۔ پارہ کی سطح سے (جبکہ وہ بالکل چٹائی ہوتی ہے) شیشے کے ساتھ

جو زاوہ بمنفرجہ بنتا ہے وہ زاویہ تماس عد کہلاتا ہے۔ شکل ۷ میں یہ زاویہ دکھایا گیا ہے۔ یہ گے لوزک کا طریقہ کہلاتا ہے۔

ایک اور سادہ ترین طریقہ یہ ہے کہ شیشے کی ایک تختی لیکر اس کا کچھ حصہ



شکل ۸



شکل ۹

ایک پارے سے بھرے ہوئے برتن میں ڈبو دیا جائے
کو اتنا زاویہ بناتے ہوئے جھکاؤ کہ اس کے نیچے
کی پارہ کی سطح بالکل مستوی ہو جائے۔

(دیکھو شکل ۹) شیشے کی تختی پارہ کی افقی
سطح سے جو زاویہ منفرد بناتی ہے وہ زاویہ تماس
عہ ہوگا۔

پانی کی سطح پر چکپائی کے پرت :-

کافور کے چھوٹے چھوٹے ذرے لیکر پانی
کی صاف سطح پر ڈالو تو عجیب طریقے سے وہ
اوپر اڑھنا چنے لگتے ہیں۔ مائیکرونی نے اس
کی توضیح یوں کی کہ یہ عمل پانی میں کافور کے حل
ہونے کی وجہ سے ہوتا ہے۔ کافور اور پانی کے

محلول کا سطحی تناؤ خالص پانی کے سطحی تناؤ سے کم ہوتا ہے۔ کافور کے ہر
ذرہ کے گرد پانی کی ہر ایک چھوٹی سطح کا سطحی تناؤ اطراف کے سطحی تناؤ سے
کم ہوتا ہے اس لئے سطح کا یہ ٹکڑا ارد گرد کی سطح سے باہر کھینچ کر نکالا جاتا
ہے اور اسی وجہ سے کافور کے ذرے متحرک ہوتے ہیں۔ اگر پانی پر چکپائی
یا تیل کی ایک پتلی سی جھلی موجود ہو تو کافور کے ذروں کی حرکت غائب
ہو جاتی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ تیل کی ایک پتلی سی جھلی پانی کے
سطحی تناؤ کو اتنا کم کر دیتی ہے کہ کافور کے محلول سے سطحی تناؤ میں مزید کوئی
کمی نہیں ہو سکتی۔

لارڈ ریلے نے تیل کی جھلی کی اس موٹائی کو ناپا ہے جو پانی پر کافور کے
ذروں کی حرکت کو روک دینے کے لئے کافی ہوتی ہے۔ اس کی قیمت
 2×10^{-6} سم ہوتی ہے لیکن 10^{-4} کی یا اس سے کم موٹائی کی جھلی کا

پانی کے سطحی تناؤ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ اس موٹائی کی حد تک پانی کو سطحی تناؤ میں کمی نہیں ہوتی، لیکن اس کے بعد سطحی تناؤ میں تیزی کے ساتھ کمی واقع ہونے لگتی ہے حتیٰ کہ موٹائی 2×10^{-7} سم تک پہنچ جاتی ہے۔ جھلی کی موٹائی کی اس قیمت کے بعد سطحی تناؤ کی قیمت میں کمئی بتدریج واقع ہوتی ہے۔ لارڈ ریلے نے بعض وجوہات کی بنا پر یہ رائے قائم کی کہ تیل کے ایک سالمہ کا قطر آٹھ سو ہے لیکن اس سے نصف موٹائی کے تیل کی جھلیوں کی تصدیق ہو چکی ہے جس سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ تیل کے ایک سالمہ کا قطر آٹھ سو سے کم ہونا چاہیئے۔

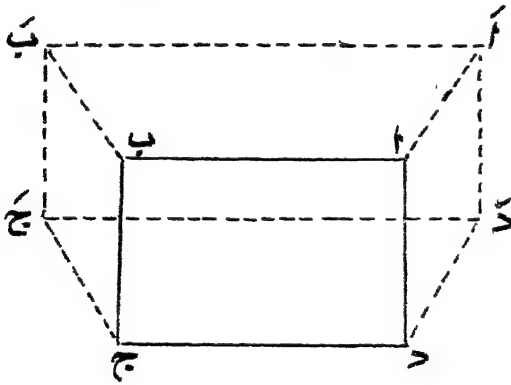
سمندر میں طوفان برپا ہو تو پانی کی سطح پر تیل یا چکنائی چھوڑ کر موجوں کو بڑی حد تک سکون میں لایا جاسکتا ہے۔ تیل والی سطح کے ایک حصہ پر جب ہوا چلتی ہے تو یہ تیل کو آگے دھکیلتی ہے اور پانی کی تقریباً خالص سطح کو پیچھے چھوڑ دیتی ہے چونکہ اسکا سطحی تناؤ تیل والی سطح کی نسبت زیادہ ہوتا ہے اس لئے اس سطح پر جس کو ہوا حرکت دیتی ہے، پیچھے کی طرف کھینچاؤ واقع ہوتا ہے اور آگے کی جانب موجوں کی حرکت رک جاتی ہے۔ کچھ موجیں اگر بنتی ہی ہیں، تو چکنائی دار سطح پر گزرتے ہوئے یہ روک دی جاتی ہیں اس کا سبب یہ ہے کہ موجی حرکت پانی کی سطح کی پرت میں کھینچاؤ پیدا کرنی چاہتی ہے اور ایک حصہ میں دیگر حصص کی نسبت جہاں کہ چکنائی ہوتی ہے کسی لمحہ میں کھینچاؤ زیادہ ہوتا ہے۔ اس سے کم کھینچے ہوئے حصوں پر زیادہ کھینچے ہوئے حصے کھینچاؤ کی قوت لگاتے ہیں۔ لہذا موجوں کی توانائی پانی کی سطح میں حرکت پیدا کرنے میں صرف ہو جاتی ہے۔

گیس اور مائع کی سطحوں کا تماس :- کسی مائع کے سطحی تناؤ کا انحصار گیس اور مائع کی سطحوں کا تماس :- اس گیس پر ہوتا ہے جو مائع کی سطح کے ساتھ تماس کرتی ہے۔ یہ جیسے اور شیلڈ کی رائے میں پانی کا

سطحی تناؤ جبکہ آبی بخار اس کی سطح سے مس کر رہا ہو صفر درجہ مٹی تپش پر ۳۱.۳۷ ڈائین فی سمر کے مساوی ہوتا ہے۔

اگر پانی کی سطح کا تماس ہوا کے ساتھ ہو تو صفر درجہ مٹی پر سطحی تناؤ کی قیمت ۸.۷ ڈائین فی سمر ہوتی ہے۔ اسٹاکل نے یہ دریافت کیا کہ پارہ کے سطحی تناؤ کی قیمت پارہ کے بخار کے ساتھ جب تماس ہو رہا ہو تو کم ہوتی ہے بنسبت اس قیمت کے جبکہ ہوا کے ساتھ تماس ہو رہا ہو (بشرطیکہ دونوں حالتوں میں تپش ایک ہی ہو۔) پارہ کے سطحی تناؤ کی قیمت کا انحصار جبکہ ہوا کے ساتھ اس کی سطح کا تماس ہو رہا ہو وقت کے اس عرصہ پر بھی ہوتا ہے جس میں کہ پارہ ہوا میں رکھا رہتا ہے۔

سطحی تناؤ، مائع کی سطح کا انحناء اور دباؤ "لاپلاس" کی مساوی۔



شکل عا

۱ ب ج د
مستطیل شکل کا
ایک بہت ہی
چھوٹا عنصر مائع
کی سطح پر پیا جاتا
ہے (شکل عا)

جہاں ۱ ب = عہ
اور ب ج = بہ
(فرض کرو)

نیز یہ فرض کرو کہ مائع کی سطح کے دونوں رخوں کے درمیان فرق دباؤ

$\Delta =$

فرض کرو کہ اب عنصر مذکور بیرونی جانب سطح کے علیٰ نقوائم ایک

چھوٹا سا ناقصہ فرمائے کرتا ہے اس کے نئے مقام کو α ب ج د سے تعبیر کرو۔ جہاں α ب = عہ اور α ج = بہ۔

دباؤ نے جو کام کیا = α عہ \times بہ \times فرما

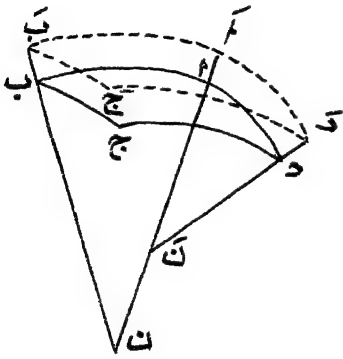
سطحی تناؤ نے جو کام کیا = α (عہ بہ - عہ بہ)

تبادل کے لئے یہ ضروری ہے کہ α عہ بہ فرما = α (عہ بہ - عہ بہ) ... (۱)

چونکہ عنصر α ب ج د منحنی سطح

کا ایک حصہ ہے۔

لہذا α ب ج د کی سطح بھی منحنی ہوگی جیسا کہ شکل ۱۱ میں دکھایا گیا ہے۔



شکل ۱۱

۱ اور α ب ج د کے سطح کے عمود α ب ج د

اور ۲ اور α ب ج د کے سطح کے عمود α ب ج د

پر متقاطع ہوتے ہیں، نقاط α اور

α کے سطح کے مقابل جانب بھی ہو سکتے

ہیں جیسا کہ شکل ۱۲ میں دکھایا ہے۔

شکل ۱۲ پر غور کرو۔

چونکہ مثلث α ب ج د اور α ب ج د

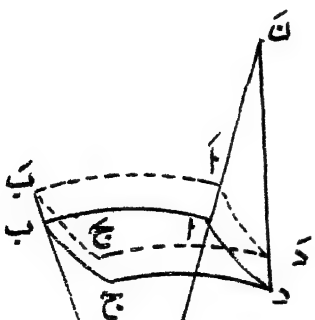
متشابه ہیں لہذا

$$\frac{\alpha \text{ ب ج د}}{\alpha \text{ ب ج د}} = \frac{\alpha \text{ ب ج د}}{\alpha \text{ ب ج د}}$$

یعنی عہ = عہ (ص + فرما) ... (۲)

جہاں α ب ج د = α ب ج د = α ب ج د نصف

قطر اختا۔



شکل ۱۲

اسی طرح مثلث ۱ د ن اور ۲ آ د ن چونکہ ایک دوسرے کے متشابہ ہیں

$$\therefore \text{بہ} = \frac{\text{بہ}(\text{ص}_۱ + \text{فرما})}{\text{ص}_۱} \dots\dots\dots (۳)$$

جہاں $\text{ص}_۱ = \text{آ ن} = ۲$ کا نصف قطر انجنا۔

چونکہ عنصر زیر غور بہت چھوٹا ہے لہذا شکل ۱ میں ۱ ب ج د اور ۲ ب ج د کو ہم مستطیل شکلیں تصور کر سکتے ہیں۔

∴ مساوات (۲) اور (۳) سے :-

$$\text{عہ} = \frac{\text{عہ} \text{ص}_۱}{\text{ص}_۱} = \frac{\text{عہ}(\text{ص}_۱ + \text{فرما})}{\text{ص}_۱ + \text{فرما}} \dots\dots\dots (۴)$$

ص_۱ اور ص_۲ کے مقابلہ میں اگر فرما بہت چھوٹا ہو تو $\frac{\text{فرما}}{\text{ص}_۱}$ کو ہم نظر انداز کر سکتے ہیں۔

$$\therefore \text{عہ} = \frac{\text{عہ} \text{ص}_۱}{\text{ص}_۱} = \frac{\text{عہ}(\text{ص}_۱ + \text{فرما})}{\text{ص}_۱ + \text{فرما}} \dots\dots\dots (۵)$$

$$= \text{عہ} \text{بہ} \left\{ \frac{\text{فرما}}{\text{ص}_۱} + \frac{\text{فرما}}{\text{ص}_۲} + ۱ \right\} \dots\dots\dots (۶)$$

اوپر کی مساواتوں (۱) اور (۴) سے :-

$$\text{د عہ} = \text{بہ فرما} = \text{عہ} \text{بہ فرما} \left(\frac{\text{ص}_۱}{\text{ص}_۱} + \frac{\text{ص}_۲}{\text{ص}_۲} \right)$$

$$\therefore \text{د} = \text{عہ} \left(\frac{\text{ص}_۱}{\text{ص}_۱} + \frac{\text{ص}_۲}{\text{ص}_۲} \right) \dots\dots\dots (۷)$$

اسی طرح شکل ۱ پر غور کرتے ہیں عہ = $\frac{\text{عہ}(\text{ص}_۱ + \text{فرما})}{\text{ص}_۱}$

اور بہ = $\frac{\text{بہ}(\text{ص}_۲ - \text{فرما})}{\text{ص}_۲}$ حاصل ہوتے ہیں

$$\text{چنانچہ} \text{عہ} = \text{عہ} \text{بہ} \left\{ \frac{\text{فرما}}{\text{ص}_۱} + \frac{\text{فرما}}{\text{ص}_۲} - ۱ \right\}$$

اب مساوات (۱) میں درج کرنے سے :-

د = $\left[\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2} \right] \dots \dots \dots (۴)$
 اگر نصف قطر انحنائے مثبت اُس صورت میں فرض کیا جائے جبکہ انحنائے کا متناظر مرکز، مانع کی سطح کے اس جانب ہو جہاں دباؤ زیادہ ہے، اور منفی اس صورت میں جبکہ انحنائے کا مرکز سطح کے اس جانب ہو جہاں دباؤ کم ہے، تو دونوں صورتوں میں عام مساوات حسب ذیل ہوگی۔

$$د = \left(\frac{1}{ص_1} + \frac{1}{ص_2} \right) \dots \dots \dots (۵)$$

یہ مساوات عملی مسائل کے حل کرنے میں نہایت اہم ہے۔

اگر سطح کروی ہو تو $ص_1 = ص_2 =$

$$\text{یعنی اس صورت میں } د = \frac{۲}{ص_1}$$

اگر سطح استوائی نہ ہو تو $ص_2 = \infty$

$$\text{یعنی اس صورت میں } د = \frac{1}{ص_1}$$

اگر $د = ۰$ صفر یعنی جھلی کے دونوں رخوں کے درمیان دباؤ میں کوئی فرق نہ ہو تو $ص_1 = ص_2$ اس کی عملی طور پر تصدیق کرنے کے لئے دو



مساوی تاپ کی قیفیں لو اور ان کے چوڑے کناروں کے درمیان صابون کی ایک جھلی اس طرح بناؤ کہ دونوں قیفوں کے کنارے ایک دوسرے کے متوازی اور ان کے مستوی ان کے مرکوزوں کو ملانے والے خط کے علی القیاس رہیں (جس طرح کہ شکل ۱۳ میں دکھایا گیا ہے)

چونکہ قیفوں کے سرے کمرہ ہوائی کے دباؤ کے لئے کھلے ہوئے ہیں لہذا قیفوں کے اندرونی اور بیرونی دباؤ یکساں ہوں گے۔

شکل ۱۳

∴ ص = - ص = شکل میں نقطہ دار خطوط سے واضح طور پر بتایا گیا ہے۔

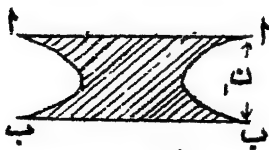
اب ایک قیف کی نلی کو بند کر دو اور دوسری قیف کی نلی سے دباؤ کو اس طرح ترتیب دو کہ چھلی اسطوانہ نما ہو جائے۔ دونوں قیفوں کو علیحدہ کر دو لیکن اس امر کا خیال رکھو کہ چھلی کی شکل ہر حالت میں اسطوانہ نما رہے۔ اس طرح اس اسطوانہ کا اعظم طول دریافت کرو جو بغیر ٹوٹے قائم رہ سکتا ہے، اس سے یہ ثابت ہو گا کہ اسطوانہ کا یہ اعظم طول قیف کے کنارے کے دور یا اس اسطوانہ کے محیط سے کسی حالت میں بھی بڑھ نہیں سکتا، اگر ذرا سا بھی زیادہ کر دیا جائے تو اسطوانہ نما چھلی فوراً پھٹ جائے گی۔

پروفیسر بائرنز اور پروفیسر کرکٹ نے نہایت ہی عمدگی سے اس تجربہ کو دکھا یا تھا۔

اسی طرح یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ مختلف شکلوں کی جھلیاں چند خاص خاص شرائط کے تحت قائم رہ سکتی ہیں۔

سطحی تناؤ کے باعث دو متوازی تختیوں کے درمیان قوت ۵ :-

شکل ۱۴ میں ۲ اور ۱ دو متوازی تختیاں ہیں، ان کے درمیان ایسا مائع موجود ہے جس سے تختیاں بھیک جاتی ہیں، اگر تختیوں کے درمیان فاصلہ ۱ اور مائع سے بھیکے ہوئے حصہ کے رقبہ کا



شکل ۱۴

قطر ۱ ہو تو مائع کی آزاد سطح پر نصف قطر انحناء + $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ہونگے
لہذا مساوات (۷) سے کرہ ہوائی کے دباؤ اور چھلی کے اندر کے دباؤ میں فرق ذیل کی مساوات کے مطابق ہو گا :-

$$d = 2 \text{ سی } \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'} \right)$$

اگر ن کی قیمت ن م کے مقابلہ میں بہت چھوٹی ہو

$$\frac{ن م}{۲} = د$$

اگر چھلی سے بھیگے ہوئے حصہ کا رقبہ م ہو تو قوت جو ۱ کو ب کی طرف دبا ئے گی حسب ذیل ہوگی۔

$$قوت = د م = \frac{ن م}{۲} \dots \dots \dots (۸)$$

اس سے ظاہر ہے کہ قوت تختیوں کے درمیانی فاصلہ سے معکوس اور تختیوں کے رقبہ سے راست تناسب رکھتی ہے۔ لہذا شیشہ کی دو متوازی تختیوں کے درمیان پانی کا قطرہ رکھا جائے تو چونکہ ن کی قیمت گھٹ جاتی ہے اور م کی قیمت بڑھ جاتی ہے اس لئے تختیاں زیادہ قوت سے ایک دوسرے کی طرف کھینچ آئیں گی۔

مثال :- پانی کے ایک قطرہ کو جس کا وزن ۱ گرام ہے دو متوازی متوازی تختیوں کے درمیان داخل کیا جاتا ہے۔ اگر دونوں تختیوں کے درمیان فاصلہ ۱۰۰۰ م ہو تو کتنی قوت عمل کرے گی ؟

چونکہ پانی کا قطرہ تختیوں کے درمیان ایک خاص رقبہ والے مدور قرص کی شکل میں پھیل جاتا ہے اس لئے فرض کرو کہ پانی سے تختیوں کا جو حصہ بھیگتا ہے اس مدور قرص کا رقبہ م ہے۔ فرض کرو کہ اُس قرص کا نصف قطر ص ہے۔

$$\therefore م = \pi ص^۲$$

$$یعنی قوت = \frac{ن م}{۲} = \frac{ن \pi ص^۲}{۲}$$

چونکہ پانی کی کثافت اسے لہذا قطرہ کا حجم = ۱ م . مکعب سم جبکہ دونوں تختیوں کے درمیان فاصلہ = ن م تو قطرہ کا حجم =

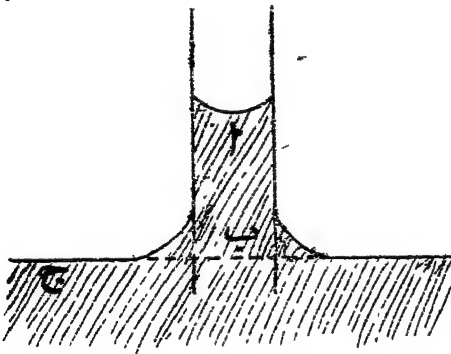
$$= \frac{ن \pi ص^۲}{۲} = ۱ م . مکعب سم$$

$$یعنی \pi ص^۲ = \frac{۱ م}{ن} = \frac{۱ م}{۱۰۰۰ م} = مربع سم$$

$$\therefore \text{قوت} = \frac{45 \times 2}{.5} \times \frac{.5}{.1} =$$

$$= 90 \times 15 \text{ ڈائین}$$

متوازی تختیوں کے درمیان جذب یا دفع کا عمل ③ :-
 چھوٹے اجسام مثلاً لکڑے یا لکڑی کے چھوٹے ٹکڑے
 جب کسی مائع کی سطح پر تیرتے ہیں تو ایک دوسرے کو جذب کرتے ہوئے
 ایک جگہ جمع ہو جاتے ہیں۔ یہ اس وقت ہوتا ہے جبکہ تمام اجسام یا تو
 مائع سے بھیگے ہوئے ہوتے ہیں یا بالکل خشک ہوتے ہیں۔ اگر ان میں سے
 ایک خشک اور دوسرا بھیگتا ہوا ہو تو ایک دوسرے کو دفع کرتا ہے۔ اس کی
 توجیہ یہاں کی جائے گی۔



شکل ۱۵

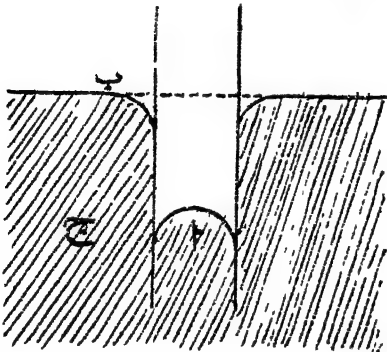
شکل ۱۵ پر غور کرو۔ یہاں
 دو متوازی شیشے کی تختیاں ایک
 ایسے مائع میں رکھی ہوئی دکھائی
 گئی ہیں جو ان کی سطح کو بھگوتا
 ہے۔ ان دونوں تختیوں کے
 درمیان مائع اپنی سطح سے اونچا
 رہتا ہے۔

ج پر دباؤ = ب پر کے دباؤ کے (مسطح ہونے کی وجہ سے)
 = کرہ ہوائی کا دباؤ

اور ب پر دباؤ = ا پر دباؤ ہلالی سطح کے ٹھیک نیچے + ب گہرائی
 کی وجہ دباؤ اس سے ظاہر ہے کہ ا پر کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے کم
 ہے۔ لہذا کرہ ہوائی کا دباؤ دونوں تختیوں کو ایک دوسرے کے قریب
 لانے کا قضا کرے گا۔ اس کے علاوہ تختیوں کے درمیان جو مائع موجود

ہے ایک منفی دباؤ ڈالے گا یعنی ایک تناؤ کی قوت ڈالے گا جس کے تحت تختیاں ایک دوسرے کو جذب کریں گی۔

اگر مائع تختیوں کو نہیں بھگو تا تو مائع کے اسطوانہ کا سر اپنی سطح سے نیچے رہتا ہے۔ دیکھو شکل ۱۳۔ نتیجہ بھر ہی دہی رہتا ہے۔
مائع کی ہلانی سطح ۱ کے اوپر، کردہ ہوائی کا دباؤ ہو گا اور چپ مائع



کا دباؤ (جو ۲ کے ہم سطح نقطہ ہے)
= کردہ ہوائی کا دباؤ + ب ج گہرائی
کی وجہ دباؤ۔

یعنی ج پر دباؤ ۱ پر کے دباؤ سے زیادہ ہے۔ لہذا مائع کا دباؤ جو تختیوں کو ایک دوسرے کے قریب دھکیلنے کی کوشش

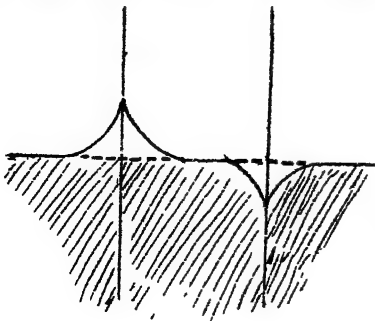
شکل ۱۳

کرتا ہے، کردہ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ

ہوتا ہے اور اس لئے تختیوں کو ایک دوسرے

سے علیحدہ کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ اس وجہ سے تختیاں ایک دوسرے کو جذب کریں گی۔

فرض کرو کہ دونوں تختیوں میں سے ہر ایک مختلف مادہ کی بنی ہوئی ہو



شکل ۱۴

اور اس میں سے ایک کو مائع بھگو سکتا

ہے اور دوسری کو نہیں بھگو سکتا اور یہ

بالکل خشک رہتی ہے اور تیز یہ بھی

فرض کرو کہ دونوں تختیوں کے درمیان

فاصلہ بہت زیادہ ہے۔ مائع کی سطح

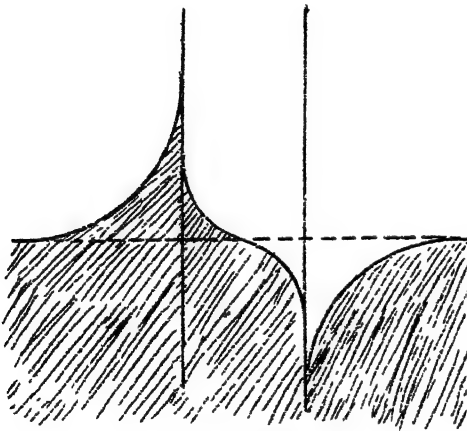
کی تراش شکل ۱۴ کے مطابق ہوگی۔

ایک تختی کے لئے سطح کے انحناء کی علامت

ایک ہوگی اور دوسری تختی کے لئے اس کے متضاد ہوگی۔ تختیوں کے درمیان مائع کی افقی سطح، بیرونی سطح کے برابر رہتی ہے۔ لہذا تختیوں کے درمیان نہ تو جذب کا عمل ہوتا ہے اور نہ تو دفع کا۔

فرض کرو کہ تختیاں ایک دوسرے کے قریب لائی جاتی ہیں۔ ان کے درمیان افقی سطح اب بدل جائے گی اور شکل ۱۸ کے مطابق ہوگی۔ اس صورت میں تختیاں ایک دوسرے

سے علیحدہ ہونے لگیں گی۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ بھگوئی ہوئی تختی میں اندر کی جانب مائع جس بلندی تک پہنچے گا وہ بیرونی جانب کی بلندی سے کم ہوگا اور خشک تختی سے اندرونی جانب مائع کی سطح جتنی نیچے اترے گی وہ بیرونی سطح سے کم ہوگی۔ بھگی ہوئی تختی، خشک تختی سے



شکل ۱۸

سطحی تناؤ کی وجہ سے علیحدہ ہونے کی کوشش کرتی ہے۔ البتہ خشک تختی کی طرف بھگی ہوئی تختی کو پہنچنے کا عمل سطحی تناؤ کا صرف افقی جز کرتا ہے جو خود سطحی تناؤ سے کم ہوتا ہے۔ لہذا علیحدہ کرنے والی قوت کا عمل قریب ڈھکیلنے والی قوت کے عکس سے زیادہ ہوتا ہے جس کی وجہ سے دونوں تختیوں میں دفع کا عمل ہوتا ہے۔

اگر دونوں تختیاں ایک دوسرے کے بالکل قریب رہی جائیں تو دونوں کے درمیان مائع اوپر چڑھے گا اور دفع کے بجائے پھر جذب کا عمل ہونے لگے گا۔

سطحی تناؤ معلوم کرنے کے طریقے

(۱) شعری نلی میں مائع کو چڑھا کر سطحی تناؤ کی دریافت۔ فرض کرو کہ شکل ۱۹ میں ایک شعری نلی کسی برتن میں مائع کے اندر انتصابی وضع میں رکھی ہوئی ہے اور سطحی تناؤ کی وجہ سے مائع نلی میں اوپر چڑھ گیا ہے اور شعری نلی کا نصف قطر = r اور چڑھے ہوئے مائع کی بلندی = h شعری نلی میں مائع کے اوپر کی سطح ایک منحنی شکل اختیار کرے گی جو شکل میں بتلائی گئی ہے۔

دراصل $h =$ منحنی کے نچلے حصہ سے برتن میں مائع کی مستوی سطح تک طول سطحی تناؤ کی سمت شکل ۲۰ میں بتلائی گئی ہے۔

انتصابی وضع میں سطحی تناؤ = σ سی جم فہ

لیکن منحنی کا طول = $2\pi r$ سی

بقوت کا انتصابی جز = $2\pi r \sigma$ سی جم فہ

= پورے چڑھے ہوئے مائع کا

وزن جو تعادل کی حالت پیدا کرتا ہے۔

اس چڑھے ہوئے مائع کا حجم

= $\pi r^2 h$ اسلئے کیت = $\pi r^2 h$ سی سی

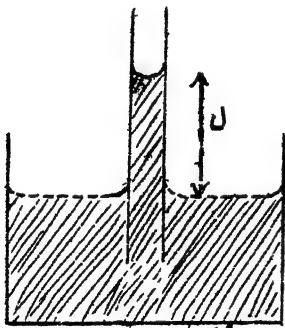
جہاں $h =$ کثافت

اسلئے وزن = $\pi r^2 h$ سی سی ج

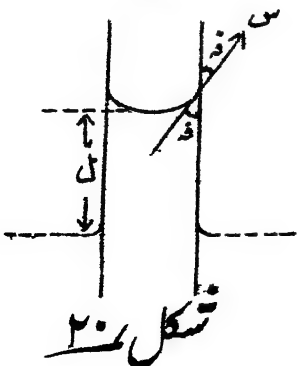
∴ $2\pi r \sigma = \pi r^2 h$ سی سی ج

پارے کی صورت میں فہ ۰ سے زائد ہے

اس لئے جم فہ نفی ہوگا یعنی نفی ہوگا اس کا



شکل ۱۹



شکل ۲۰

مطلب یہ ہے کہ نلی میں اوپر چڑھنے کے بجائے پارہ نیچے کی جانب اوسط سطح سے زیادہ اتر آئے گا۔

اگر مائع نلی کو بھگو دے تو $\text{فہ} = \text{صفر یعنی حجم فہ} = ۱$

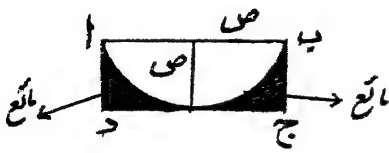
$\therefore ۲ \text{ ص س} = \pi \text{ ص ل ج}$

یعنی $\text{س} = \frac{\pi \text{ ص ل ج}}{۲}$ اگر پانی ہو تو $\text{ش} = ۱$

$\therefore \text{س} = \frac{\pi \text{ ص ل ج}}{۲} \dots\dots\dots (۹)$

تجربہ میں ل خورد بین سے ناپا جاتا ہے۔ عملی کام میں ل کو ہمیشہ نلی سے دور ہٹ کر ناپنا چاہیے چونکہ مائع کی سطح نلی کے قریب کچھ اٹھی ہوئی ہوتی ہے اسلئے مستوی سطح سے ناپنا ہوتا ہے (

ل منحنی کے نچلے حصہ سے ناپا جاتا ہے۔ چونکہ منحنی کے نیچے دونوں جانب بھی تھوڑا سا کچھ مائع ہوتا ہے جیسا کہ شکل ۱۱ میں دکھایا گیا ہے اس لئے جواب صحیح حاصل ہونے کے لئے اس مائع کے وزن کا تعین بھی ضروری ہے۔ اس وزن کو دریافت کرنے کے بعد نلی میں چڑھے ہوئے مائع کے وزن کو اس میں جمع کر لینا چاہیئے۔



شکل ۱۱

اسطوانے ۱ ب ج د کا حجم

$$= \pi \text{ ص}^۲ \times \text{ص} = \pi \text{ ص}^۳$$

اور نصف کردہ کا حجم $= \frac{۲}{۳} \pi \text{ ص}^۳$

اس لئے ان ٹکڑوں کا حجم جس میں مائع

$$\text{موجود ہے} = \pi \text{ ص}^۳ - \frac{۲}{۳} \pi \text{ ص}^۳$$

$$= \frac{۱}{۳} \pi \text{ ص}^۳$$

\therefore اس مائع کا وزن $= \frac{۱}{۳} \pi \text{ ص}^۳ \text{ ج ش}$

\therefore کل چڑھے ہوئے مائع کا وزن $= \pi \text{ ص}^۳ \text{ ج ش} + \frac{۱}{۳} \pi \text{ ص}^۳ \text{ ج ش}$

$$= \pi \text{ ص ج نہ } \left(\frac{\text{ص}}{\pi} + \text{ل} \right)$$

$$= 2 \pi \text{ ص س جم نہ}$$

اگر مائع نلی کو بھگو دے تو نہ = صفر

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{ص ج نہ } \left(\frac{\text{ص}}{\pi} + \text{ل} \right)}{2} \dots\dots\dots (10)$$

یہ صحیح ضابطہ ہے۔

(۱) ب۔ متوازی تختیوں کے ذریعہ سطحی تناؤ کی دریافت :-

شعری نلی کے بجائے شیشہ کی دو متوازی تختیوں کو تصور کرو جن کا عرض اکائی ہے۔

فرض کرو کہ پہلے کی طرح مائع کے چڑھاؤ کی قیمت ل ہے۔ اگر دونوں تختیوں کے درمیان فاصلہ ل ہو تو چڑھے ہوئے مائع کا وزن = ج ل نہ ل

ایک جانب سے انتصابی وضع میں جو قوت عمل کرتی ہے وہ = س جم نہ

اسی طرح دوسری طرف سے بھی قوت س جم نہ عمل کرتی ہے۔ لہذا سطحی

تناؤ کی وجہ سے پوری قوت جو کہ مائع کو تعادل کی حالت میں قائم رکھتی ہے

$$= 2 \text{ س جم نہ} = \text{ج ل نہ ل}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{ج ل نہ ل}}{2 \text{ جم نہ}} \dots\dots\dots (11)$$

(۲) مائع کے قطرے کے اہتر از سے سطحی تناؤ کی دریافت :- سطحی تناؤ کی

قوت کے زیر اثر اگر قطرہ تعادل کی حالت میں ہو تو اس کی شکل کر دی ہوگی۔

(دیکھو شکل ۲۲)۔ اگر قطرے کو ابتدا میں کسی قوت سے اس کی کر دی شکل

کو میل کر چھوڑ دیا جائے تو سطحی تناؤ کی وجہ سے تھوڑی دیر میں پھر وہ کر دی وضع

اختیار کر لے گا۔ لیکن قطرہ کے اندر اس وقت چونکہ مائع حرکت کرتا رہتا ہے اس

لئے جمود کی وجہ سے قطرہ کی شکل بھر بدل جاتی ہے جیسا کہ شکل (ع^۲) سے ظاہر ہے۔ شکل کی تبدیلیج تبدیلی اس وقت تک ہوتی رہتی ہے جب تک کہ سطحی تناؤ کی قوت اس کے مائع کے جمود پر غالب نہ آجائے۔ جب یہ قوت غالب ہو جاتی ہے تو پھر قطرہ کر دی شکل اختیار کرنے لگتا ہے جیسا کہ شکل (ع^۳)

میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے بعد فوراً پھر مائع کے جمود کی وجہ سے قطرہ کی شکل کوئی دوسری ہو جائے گی۔ پھر سطحی تناؤ کی قوت جب غالب ہوگی تو اپنی اصلی کر دی حالت میں قطرہ عود کر آئے گا۔ اس کی مثال رقص کی سی ہے۔ شکل ع^۳

جب یہ ایک دفعہ کسی قوت کے ساتھ حرکت میں لایا جاتا ہے تو وہ بہتر انداز کرتا رہتا ہے۔ اس کو اپنی تعادل کی وضع پر آنے کے بعد رک جانا چاہئے تھا لیکن رقص کے جمود کے معیار اثر کی وجہ سے وہ ٹہرنے کے بجائے بہتر انداز کرتا رہتا ہے۔ اسی طرح کر دی وضع میں قطرہ کو جو اس کی تعادل کی وضع تھی ٹہر جانا چاہئے تھا لیکن جمود کی وجہ سے اس کی شکل میں تبدیلی ہونے لگتی ہے اور اس طرح وہ کر دی اور غیر کر دی وضع میں بتدریج گردش کرتا رہے گا۔ وقت کا وہ وقفہ جو مائع کے قطرہ کو اپنی پہلی کر دی وضع سے پھر دوسری مرتبہ اسی کر دی وضع میں آنے کے لئے درکار ہوتا ہے وقت دوران یا وقت ارتعاش کہلاتا ہے جیسا کہ پہلے بیان کیا جا چکا ہے۔ شکل ع^۴ پر غور کرو۔ مقام ۱ میں پہلے قطرہ کر دی وضع میں تھا۔ ایک خاص وقفہ کے بعد مقام ۲ پر پھر وہ کر دی وضع اختیار کر لیتا ہے۔ اس خاص وقفہ کو وقت ارتعاش یا وقت دوران سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

چونکہ متناسب ہے مائع کی کثافت کے سطحی تناؤ اور قطرے کے نصف قطر کے اس لئے بعد کے ذریعہ سے ہم ایک ضابطہ حاصل کر سکتے ہیں :-

$$D \propto \left[\frac{\text{کثافت}}{\text{سطحی تناؤ}} \right] \left[\frac{\text{نصف قطر}}{\text{یا}} \right]$$

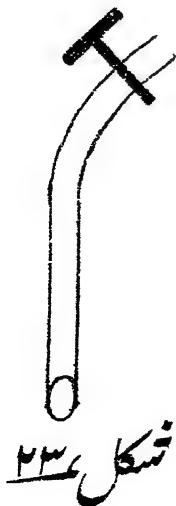
ہو تو وہ ایک ٹامیہ میں ۱۰ مرتبہ ارتعاش کرے گا۔

اگر پانی کے قطرہ کو کاربن ڈائسلفائیڈ (CS_2) اور پٹرولیم کے آمیزہ میں جس کی کثافت پانی کی کثافت کے مساوی ہو ڈال دیا جائے تو صرف آئینہ کے ذریعہ ہم وقت ارتعاش معلوم کر سکتے ہیں۔ اسی طرح زیتون کے تیل کے قطرہ کو الکوہل اور پانی کے ایسے آمیزہ میں جس کی کثافت زیتون کے تیل کی کثافت کے مساوی ہو ڈالنے سے بھی وقت ارتعاش معلوم کیا جاسکتا ہے۔

لینا رڈ نے قطروں کی عکسی تصویریں آنا فانا کینسج کرو کی قیمت معلوم کی۔ اور اس کی مدد سے اس کی قیمت دریافت کی۔ قطرہ کا نصف قطر خوردبین سے ناپا جاسکتا ہے۔

(۳) قطروں کی جسامت سے سطحی تناؤ کی دریافت :- فرض کرو کہ شکل ۲۳ میں ایک شعری نلی سے مائع کے قطرے گر رہے ہیں کسی قطرہ پر سطحی تناؤ کی وجہ سے جو قوت اوپر عمل کرتی ہے وہ $= 2\pi r \text{ صی}$ صی

جہاں صی = قطرہ کا نصف قطر یا شعری نلی کا نصف قطر اور دوسری قوت جو نیچے کی طرف عمل کرتی ہے = قطرہ کا وزن $M +$ دباؤ کی وجہ سے قطرہ میں قوت $= M + \frac{\pi r^2 \text{ صی}}{\text{صی}}$



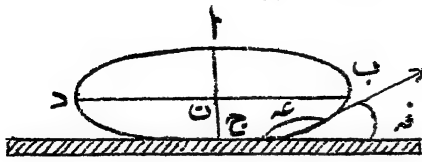
$$\therefore 2\pi r \text{ صی} = M + \pi r^2 \text{ صی}$$

$$\therefore \pi r^2 \text{ صی} = (1 - 2) = M$$

$$\therefore \text{صی} = \frac{M}{\pi r^2} \dots \dots \dots (۱۳)$$

م کی قیمت معلوم کرنے کے لئے کئی قطروں کو ایک ہی رفتار کے ساتھ آہستہ آہستہ ایک برتن میں گرنے دیا جاتا ہے۔ ان سب کا وزن معلوم کرنے کے بعد ایک قطرہ کا وزن دریافت کیا جاتا ہے۔

لاڈلے نے ۸ قیمت ۸ رس رکھی تھی۔
(۴) کوپنگے کے طریقے سے سطحی تناؤ کی دریافت :-



شکل ۲۴

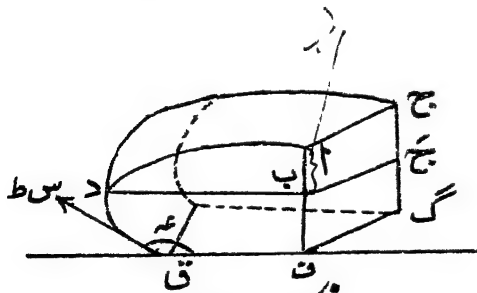
اگر پارہ کو بیشہ کی تختی پر رکھا جائے
تو جیسا کہ پہلے ذکر ہو چکا ہے وہ ایک
خاص طریقہ سے پھیل کر تختی سے تماس
کرے گا۔ شکل ۲۴ میں زاویہ

تماس زاویہ عہ ہے جو (۱۸۰ - فہ)

کے مساوی ہے۔ فرض کرو کہ قطرہ بہت بڑا ہے اور ب اور د قطرے کے بائیں
اور دائیں جانب کے درمیانی حصہ میں۔ اگر قطرہ چوڑا ہو تو ظاہر ہے کہ ا ن <
ن ج ہے جو کہ انہما اوپر ہو گا۔

اگر قطرہ کافی بڑا ہو تو اوپر کی سطح مستوی تصور کی جاسکتی ہے۔

اس بڑے قطرے کو اس کے درمیان میں سے ایک ایسا ٹکڑا بناتے ہوئے
کاٹو جس کے دو متوازی انتصابی مستویوں ج گ اور ا ف میں کوئی فاصلہ
'ط' رہے۔ یعنی گ ف = ط



شکل ۲۵

اس ٹکڑے کے دو حصے اس
طرح کرو کہ کٹے ہوئے ٹکڑے
کو پھر اس کے طول کی سمت
کے علی القوا تم درمیان میں سے
کاٹا جائے تو شکل ۲۵ کے

مطابق ہو۔

شکل ۲۴ سے مقابلہ کر نیسے ا ب = ا ن = ل (فرض کرو)

ب د کے اوپر کے حصہ والے افقی مستوی میں سطحی تناؤ کی وجہ سے قوت

= س ط

اور اوسط دیاؤ = $\frac{1}{2}$ (ا ب) ج ثہ (کیونکہ آدھا ٹکڑا کاٹ دیا گیا ہے)
جہاں ثہ = کثافت

لہذا اوسط قوت انتصابی دیوار ا ج ج ب پر دائیں جانب سے بائیں
جانب = $\frac{1}{2}$ (ا ب) ج ثہ \times (ا ب) ط = س ط

∴ س = $\frac{1}{2}$ (ا ب) ج ثہ (۱۴)
یعنی شکل ۱۵ میں ۱ ب یا شکل ۱۴ میں ۱ ن معلوم ہو جائے تو
س کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے اگر ہم پورے ٹکڑے ا د ق ف گ ج
پر غور کریں

تو اس صورت میں سطحی تناؤ کی قوتیں = س ط + س ط حجم عہ

∴ س ط (ا + حجم عہ) = $\frac{1}{2}$ (ا ف) ج ثہ \times (ا ف) ط

= اوسط قوت دیوار ا ج گ ف پر دائیں جانب سے بائیں جانب

∴ س (ا + حجم عہ) = $\frac{1}{2}$ (ا ف) ج ثہ (۱۵)

جہاں (ا ف) = قطرے کی پوری گہرائی جو خوردبین کے ذریعے ناپ لی
جاتی ہے۔

(۱ ب یا ۱ ن ناپنے کے لئے خوردبین کو د پر اس طرح ماسک میں لٹاؤ کہ

اس کا انتصابی صلیبی تار اس حصہ کو مس کرے اور افقی صلیبی تار د پر منطبق

ہو جائے۔ اسی طرح ۱ پر بھی ماسک میں لٹاؤ اور فاصلہ ا ب یا ۱ ن ناپ لو۔ اسی

طرح ۱ ن میں ڈوبے ہوئے مقعر عدسہ کی سطح کے نیچے ہوا کا ایک بلبلا بنا کر سطحی

تناؤ کی قیمت ان ہی اصول پر دریافت کی جاسکتی ہے [

اگر س کی قیمت مساوات (۱۴) سے حاصل ہو جائے تو زاویہ عہ مساوات

(۱۵) سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

۱۵ قوت کی سمت شکل میں بتائی گئی ہے۔

۱۵ قوت افقی وضع میں چونکہ نیچے کا ٹکڑا ہی لیا گیا ہے۔

سطحی تناؤ کی ان دونوں مساواتوں کو ایک دوسرے سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$\frac{(1) \text{ (ب)}}{(2) \text{ (ا)}} = \frac{1}{1 + \text{جم}} \\ \text{یعنی جم} = 1 - \frac{(2) \text{ (ا)}}{(1) \text{ (ب)}}$$

میگی نے اس طریقہ سے مختلف مائع کے لئے شیشہ کے ساتھ زاویہ تماس کی قیمتیں معلوم کیں۔

(۵) ولیمس کے طریقہ سے سطحی تناؤ کی دریافت ⑤۔ ایک صاف پلاٹینم کے تار کے ٹکڑے کو مستطیل کی شکل میں سوڑ دو۔ فرنس کریو کہ اس کا عرض = ۱۔۱۔ اس تار کو ترازو کے ایک سرے پر لٹکا دو اور اس کو مائع میں اس طرح ڈبو دو کہ اس کے اوپر کی سطح مائع کی سطح کے قریب ہو جائے۔ اب ترازو کے دوسرے پلڑے میں اتنے باٹ ڈالو کہ تعادل قائم ہو جائے۔ اس کے بعد تار کو مائع میں پوری طرح ڈوبنے دو۔ مائع کی ایک جھلی تار پر قائم ہو جائے گی جبکہ تار اوپر کی طرف اٹھنے کا (دیکھو شکل ۲۶)۔ چونکہ جھلی کی وجہ سے سطحی تناؤ والی قوتیں نیچے کی طرف عمل کرتی ہیں اس لئے باٹوں میں اضافہ کرنا چاہئے تاکہ تعادل قائم ہو جائے۔

اگر تعادل قائم کرنے کے لئے اضافہ کمیت ک ہو تو

قوت = ک ج

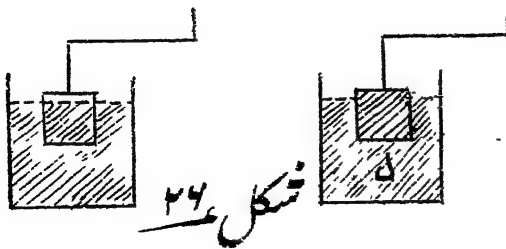
اور دوسری قوت سطحی تناؤ

کی وجہ سے = س ل

= ک ج

ک ج

∴ س = $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل}}$ (۱۶)



اس طرح تجربہ کو کئی بار دہرانا چاہیئے اور کک کی اوسط قیمت لینی چاہئے۔

[نوٹ۔ تار کو ابتدا میں ریگھال کاغذ سے خوب صاف کر لو اور پھر ہنسی

شعلہ میں اچھی طرح گرم کرو۔ تجربہ کے دوران میں تار کے ٹکڑے کو دونوں

سورتوں میں مائع کی سطح سے ایک ہی بلندی پر رکھنا چاہیئے۔]

(۶) سنٹیس کے طریقے سے سطحی تناؤ کی دریافت:۔

اس طریقہ میں شکل ۲ کے مطابق شعلہ پر ایک پتلی نلی کو گرم کرنے

کے بعد کھینچ کر چھوٹے سوراخ والی بنالیا جاتا ہے اور پھر اس مائع میں جس کا

کہ سطحی تناؤ دریافت کرنا مطلوب ہوتا ہے اس پتلی نلی کو ڈبو کر نکال لینے

کے بعد ایک لوہے کے اسادہ کے ذریعہ انتصابی دھبے میں جکڑ دیا جاتا ہے۔

چونکہ مائع کی سطح نیچے اترنے لگتی ہے اس لئے ایک قطرہ ق ب د آخر کا

نلی کے سرے پر بننے لگتا ہے۔

قطرہ کی شکل کو کروی تصور کرتے ہوئے فرض کرو کہ اس کا نصف قطر = ص

اور شعری نلی میں مائع کی دوری کا

سرا ۲ اور قطرہ کے سب سے نیچے نقطہ

ب کے درمیان فاصلہ = ل

شعری نلی کو حرکت دیتے بغیر یہ

فرض کرو کہ اس کا نیچلا سر ایک برتن

ن میں رکھا جاتا ہے جس میں وہی

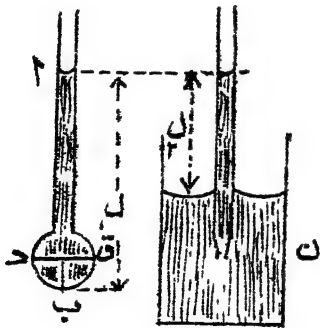
مائع بھرا ہوا ہے۔ شعری نلی میں مائع

کی ڈوری کی بلندی نیچے اتر آئے گی

لیکن برتن ن کو اوپر اٹھانے سے شعری نلی میں مائع کی ڈوری کا سر ابھر اس

بلندی پر لایا جاسکتا ہے جتنا کہ پہلے تھا۔ فرض کرو کہ برتن میں مائع کی آزاد سطح

اور شعری نلی میں مائع کی ڈوری کے سرے کے درمیان فاصلہ = ل



شکل ۲

قطرہ میں ایک افقی مستوی ق د، ایسی کہنچ جو قطرہ کے مرکز میں سے گزرے تاکہ ب اور ق د کے مرکز کے درمیان فاصلہ ص ہو جائے۔

ق د سے ایک (جو شعری نلی میں مانع کی ڈوری کا سرا ہے) فاصلہ =
 = (ل - ص) اس مستوی ق د پر عمل کرنے والی قوتوں پر غور کرنے سے یہ معلوم ہو گا کہ (ل - ص) طول میں سے ل طول کو وہ قوتیں سہارتی ہیں جو سطحی تناؤ کی وجہ سے اوپر کی جانب عمل کرتی ہیں۔

لہذا ق د پر دباؤ ڈالنے والا حاصل استوائی = (ل - ص - ل)
 ق د پر دباؤ = ج ث (ل - ص - ل) جہاں ث مانع کی کشافنت ہے۔
 اس لئے ق د پر نیچے کی جانب عمل کرنے والی قوت =

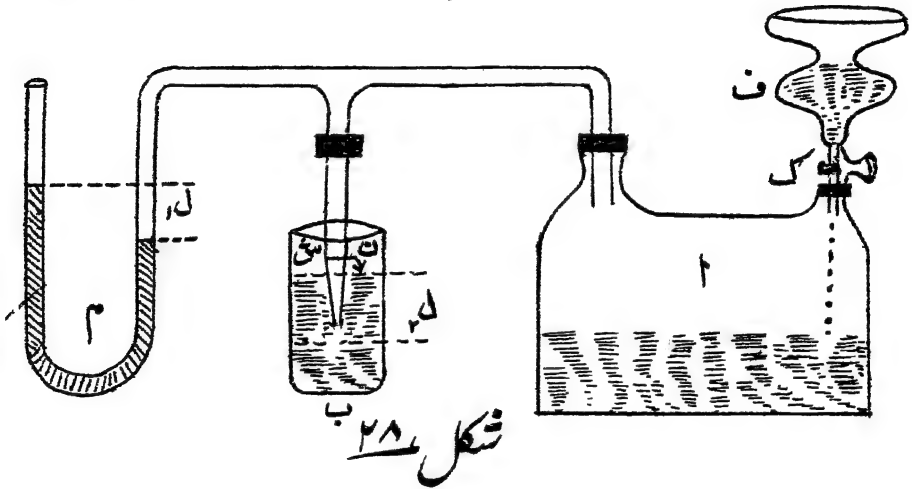
= ج ث (ل - ص - ل) ص ۱
 لیکن ق د پر کردہ نصف وزن بھی نیچے کی جانب عمل کرتا ہے اور یہ
 = ص ۲ ص ۱ ج ث
 لہذا نیچے کی جانب مجموعی قوت =

ج ث (ل - ص - ل) ص ۱ + ص ۲ ص ۱ ج ث
 سطحی تناؤ کی وجہ قوت = ص ۲ ص ۱
 لہذا تعادل کے لئے :- ص ۲ ص ۱ =

ج ث ص ۱ { (ل - ص - ل) + ص ۲ ص ۱ }
 ∴ ص ۱ = ج ث ص ۱ { (ل - ص - ل) - ص ۲ ص ۱ } (۱۷)

متحرک خوردبین سے ل، ل، اور ق د = ۲ ص ۱ ان سب کی قیمتیں ناپ لی جائیں تو س کی قیمت حسابی عمل سے دریافت کی جاسکتی ہے۔
 (۱۷) ایسکر کے طریقہ سے سطحی تناؤ کی دریافت :- شکل ۱۸ میں ب ایک برتن ہے جس میں وہ مانع رکھا جاتا ہے جس کا سطحی تناؤ مطلوب ہوتا ہے۔

مش ایک سیدھی پتلی نلی ہے جس کا سر اشعری نلی کی طرح بنایا گیا ہے اور اس سرے کا قطر تقریباً ۳ یا ۴ دھڑ ہے۔ ک ایک نمائندہ ہے جو مانع کی سطح کو بتاتا ہے۔ ۴ ایک داب پیا ہے جس میں ذیال یا اور کوئی مانع جس کی کثافت معلوم ہو، ڈال دیا جاتا ہے۔ ۱ ایک بوتل ہے جس میں ابتداً گرہوا کرہ ہوائی کے دباؤ پر رہتی ہے۔ ف ایک قیف ہے جس میں پانی بھر دیا جاتا ہے اور ک کاک کے ذریعہ تہایت ہی آہستہ آہستہ ۱ میں گرنا ہے۔



اس طریقے میں ہوا کے بلبلے اس مانع میں بنائے جاتے ہیں جس کا کہ سطحی تناؤ دریافت کرنا مطلوب ہوتا ہے۔ ظاہر ہے کہ جوں جوں پانی ف میں سے گرتا جائے گا اے اندر ہوا کے دباؤ میں اضافہ ہوگا جس کی وجہ سے شعری نلی کے سرے پر ہوا کا بلبلہ بنے گا اور یہ ایک خاص کروی جسامت تک پہنچنے کے بعد ٹوٹ جائے گا اس کے ٹوٹنے کا سبب یہ ہے کہ اس کا اندر دنی دباؤ بیرونی دباؤ سے بڑھ جاتا ہے جب یہ بلبلہ ٹوٹے گا ہوتا ہے تو اس کا قطر اعظم قیمت پر پہنچ جاتا ہے اور اس قیمت سے کسی طرح بڑھ نہیں سکتا۔ اس کے ٹوٹنے کے لمحے میں اس کے اندر کے دباؤ کی قیمت ظاہر ہے کہ ا کے اندر کے دباؤ کے مساوی ہوگی،

اور یہ دباؤ م میں مائع کی بند یوں کا فرق پڑھ لینے سے معلوم کیا جاسکتا ہے اور جب بلبلا ٹوٹتا ہے تو اس وقت ۱ میں کا دباؤ پھر کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہو جاتا ہے اور م میں کے مائع کی سطح ایک ہی بندی پر آ جاتی ہے۔ اس کے بعد یہی عمل پھر اسی طرح دہرایا جاتا ہے۔ دوبارہ جب بلبلا ٹوٹتا ہے تو داب پیما میں بندیوں کے فرق کے مختلف مشاہدات لئے جاتے ہیں۔

فرض کرو کہ جوں ہی بلبلا ٹوٹتا ہے م کے مائع کی بندیوں میں فرق = ل_۱
 بیلے کے اندر دباؤ = $\pi + \theta$ ج ل_۱
 جہاں π = کرہ ہوائی کا دباؤ

ج = اسراع بوجہ جاذبہ زمین
 اور θ = م کے مائع کی کشافت

اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ بیلے کے ٹوٹتے ہی شعری نلی مش کا سرا مائع کی سطح سے ل_۲ فاصلہ نیچے رہتا ہے۔ دیکھو شکل ۲۸
 تب بیلے کے باہر دباؤ = $\pi + \theta$ ج ل_۲
 جہاں θ = اس مائع کی کشافت جس کا سطحی تناؤ دریافت طلب ہے۔
 اب چونکہ بلبلا ٹوٹ گیا ہے اس کی وجہ یہ ہوئی کہ اندر کا دباؤ باہر کے دباؤ سے بڑھ گیا۔

لہذا بیلے کے اندر اضافہ دباؤ = $(\pi + \theta$ ج ل_۱) - $(\pi + \theta$ ج ل_۲)
 = ج (ل_۱ - ل_۲)
 بیلے کے لئے لا پلاس کے ضابطہ سے اندرونی دباؤ میں بیرونی دباؤ سے اضافہ د = $\frac{2\sigma}{r} + \frac{\sigma}{r}$

اگر بلبلا کو ی شکل کا ہو تو $\sigma = \sigma$

$\therefore د = \frac{2\sigma}{r}$ جہاں σ = بیلے کا نصف قطر

= تقریباً شعری نلی کے سرے کا نصف قطر
 $\therefore د = \frac{۲ص}{ص} = ج (ش ل - ش ل)$

$\therefore س = ج ص \frac{۱}{۲} (ش ل - ش ل) \dots\dots\dots (۱۸)$

تجربہ میں ل ل اور ص متحرک خوردبین کے ذریعہ ناپ لئے جاتے ہیں۔ پس ان سے سطحی تناؤس کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے۔
 اس طرح ب میں کے مائع کو مختلف پتھروں پر گرم کر کے اس مائع کے سطحی تناؤ کی قیمت معلوم کی جاتی ہے اور تپش کی وجہ سے اس پر جو اثرات ہوتے ہیں وہ دریافت کئے جاسکتے ہیں۔

کسی نمک کے مختلف ارتکاز کے محلول لئے ہوئے ہوں تو ان کے سطحی تناؤ بھی معلوم کئے جاسکتے ہیں اور ارتکاز کے جو اثرات سطحی تناؤ پر ہوتے ہیں وہ بھی دریافت کئے جاسکتے ہیں۔

اس تجربہ میں نقص یہ ہے کہ ہم بلبے کو کروئی وضع کا تصور کرتے ہوئے
 $ص = ص$ مانتے ہیں لیکن ٹھیک طور پر یہ کہا نہیں جاسکتا کہ ہمارا یہ
 معروضہ صحیح ہے۔

اس میں ایک اور نقص یہ ہے کہ بلبے کے نصف قطر کو ہم تقریباً شعری
 نلی کے سرے کے نصف قطر کے مساوی لیتے ہیں لیکن بلبے کا نصف قطر اس
 کے ٹوٹتے وقت شعری نلی کے نصف قطر سے بڑا ہوتا ہے۔ اس کی تصحیح
 کے لئے دیکھو مساوات (۲۷)

اے فرگو سن نے کروئی شکل وغیرہ فرض کرنے کے بغیر ایک صحیح ضابطہ
 اخذ کیا جو اوپر کے تقاضوں سے پاک ^(۱۵) ہے۔

$$س = ج گ + \left[\frac{ص^۳}{۲ ل گ} \right]$$

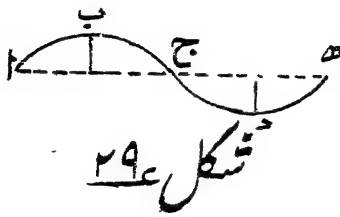
جہاں ص = شعری نلی کا نصف قطر
اور گ = $\frac{1}{2}$ [$\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$] $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$) $\frac{1}{2}$)

(۸) شعری موجوں کے ذریعہ سطحی تناؤ کی دریافت :- پانی کی سطح پر کی موجیں دو قسم کی ہوتی ہیں، ایک کو شعری موج یا لہر کہتے ہیں جو کہ ہلکی ہلکی ہوا کے چلنے سے پیدا ہوتی ہیں، اور دوسری جو بڑی دکھائی دیتی ہیں، ان کو ارضی تجاذبی موجوں سے موسوم کیا جاتا ہے۔ شعری موجوں کا طول تقریباً ۱۰۰ سے ۱۰۰۰ میٹر ہوتا ہے اور ان کا محیط ارتعاش بھی اسی طرح بہت کم ہوتا ہے۔ ذرات کی حرکت چونکہ سادہ موسیقی ہوتی ہے اس لئے ایسی موجوں کی تعبیر جیسی منحنی کی شکل سے ہوتی ہے۔ یہ موجیں پانی کے سطحی تناؤ کی وجہ سے پیدا ہوتی ہیں۔ جاذبہ ارض کا اثر ان پر بالکل خفیف سا ہوتا ہے جو قابل نظر انداز ہے۔ ارضی تجاذبی موجوں کا طول اور محیط ارتعاش کافی بڑا ہوتا ہے۔ ایسی موج میں ذرات کی حرکت کی سمت، موج کی روانی کی سمت کے علی القوائم ہونے کے علاوہ اس کے متوازی بھی ہوتی ہے۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ عمودی اور افقی حرکتوں کے ملنے سے ہر ایک ذرہ ایک خاص وضع کے ناقص کی شکل میں حرکت کرتا ہے گہرے پانی میں ان دونوں عمودی اور افقی حرکتوں کے محیط ارتعاش مساوی ہوتے ہیں۔

چنانچہ موج سے راستہ میں ہر ایک ذرہ مساوی نصف قطر کے دائروں میں حرکت کرتا ہے۔ ذرات کی اس قسم کی حرکت سے پانی کی سطح پر شکل اختیار کرتی ہے وہ سائیکلوئڈ کی سی ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۲۹ میں ۱ ب ج د ایک ایسی موج ہے جو جاذبہ ارض کے باعث گہرے پانی میں پیدا ہوئی ہے۔ سہولت کی غرض سے منحنی کی شکل جیسی بنائی گئی ہے۔

موج سے پہلے پانی کی سطح ۱ ج تھی۔ فرض کرو کہ موج کی رفتار سا ہے اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ پانی کو اس کے مساوی رفتار مخالف سمت میں (یعنی - سا) دے کر موجوں کو قائم کر دیا گیا ہے۔ اب حضیض اور اوج اپنے ابتدائی مقامات پر قائم رہیں گے



صرف پانی بہ کر چلا جائے گا۔ ب پر کے ذرات کی رفتار $\frac{1}{2} \pi \omega$ + سا جہاں ۱ = ذرات کے دائروں کا نصف قطر

اور ω = موج کا وقت دوران

لہذا ان ذرات کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} k \left(\frac{1}{2} \pi \omega + sa \right)^2$

جہاں ک = اس پانی کی کمیت جو ب پر ہے۔

اب چونکہ د پر کے ذرات ب پر کے ذرات کے مخالف سمت میں حرکت

کر رہے ہیں۔

اس لئے اس کمیت کا پانی جب ب سے د پہنچے گا تو اس کی توانائی بالفعل

$$= \frac{1}{2} k \left(\frac{1}{2} \pi \omega - sa \right)^2$$

لہذا ب سے د پہنچنے میں توانائی بالفعل کی کمی =

$$= \frac{1}{2} k \left\{ \left(\frac{1}{2} \pi \omega + sa \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \pi \omega - sa \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} k \pi^2 sa^2$$

اور توانائی بالقوہ میں اضافہ = $2k$ جہاں ج = اسراع بوجہ جاذبہ

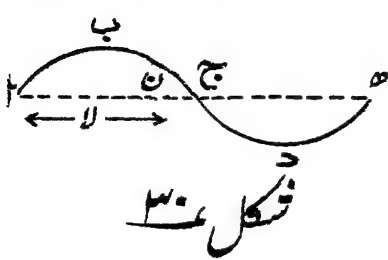
$$\therefore \text{بقائے توانائی کے کلیہ سے } 2k \text{ ج} = \frac{1}{2} k \pi^2 sa^2$$

$$\text{یعنی } sa = \frac{\text{ج لہ}}{\pi^2} = \frac{\text{ج لہ}}{\pi^2} \text{ جہاں لہ = طول موج}$$

∴ $\frac{\text{ج لہ}}{\text{س}} = \dots\dots\dots (۱۹)$

اب ہم شعری موجوں کی رفتار دریافت کریں گے جو کہ سطحی تناؤ کی وجہ سے پیدا ہوئی ہے جیسا کہ اوپر بیان ہو چکا ہے ان موجوں کو جیبی مخنی کی شکل سے تعبیر کر سکتے ہیں

فرض کرو کہ شکل ۳ میں ۱ ب ج د وہ ایک شعری موج ہے جس میں



۱ ج د پانی کی ابتدائی سطح ہے۔ ۱ سے لا فاصلہ پر کوئی ایک ذرہ ن سطح پر تصور کرو۔ تب ذرہ کا نقل مکان ما کسی ایک خاص وقت ت میں:۔

ما = ۱ جب س ت

جہاں ۱ = محیط ارتعاش اور س = زاویائی رفتار

یعنی ما = ۱ جب $\frac{\pi}{2}$ لہ

یعنی $\frac{\text{فر}}{\text{لا}} = \frac{\pi^2}{2} \frac{\text{ما}}{\text{لہ}}$ (۲۰)

اب اگر موج کا محیط ارتعاش ذرا سا زیادہ ہو جائے تو نقطہ ن ایک چھوٹا فاصلہ بقدر ف ا اوپر کی طرف چڑھے گا۔ اس لئے ن کے قریب ایک چھوٹا سا پانی کا رقبہ تصور کیا جاسکتا ہے۔

سطح پر دباؤ کی مقدار = $\frac{\text{سی}}{\text{سی}}$ جہاں سی = سطح کا نصف قطر انحن
∴ قوت = $\frac{\text{سی ع}}{\text{سی}}$ یعنی ن کے اوپر چڑھنے کی وجہ سے کام = $\frac{\text{سی ع ف}}{\text{سی}}$

جا ذبہ ارض کی وجہ سے جو کام عمل میں آیا = ع ف نہ ج ما جہاں نہ = پانی کی کثافت

پس ان دونوں کی وجہ حاصل کام = ع ف نہ ج ما۔ $\frac{\text{سی ع ف}}{\text{سی}}$ (۲۱)

$$\frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲}$$

$$\text{لیکن ص} = \frac{۱}{۳} \left\{ \left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}} \right)^۲ + ۱ \right\}$$

$$\text{اگر فرما بہت چھوٹا ہو تو ص} = \frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}^۲} = \frac{\frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲}}{\frac{\text{فرلا}^۲}{۲}} =$$

اب مساوات (۲۱) میں ص کی قیمت درج کرنے سے حاصل کام یا حاصل توانائی بالقود = عہ ف (ث ج ص + $\frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲}$ ص)

$$= \text{عہ ف ص ث ج} + \left(\frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲} \text{ ص} \right)$$

اس سے ظاہر ہے کہ سطحی تناؤ کی وجہ سے ج میں جو اضافہ ہوا وہ $\frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲}$ ص کے مساوی ہے۔ صرف جاذبہ زمین کے اثر کی وجہ سے کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

لہذا جاذبہ زمین اور سطحی تناؤ کے مشترکہ عمل سے جو موجیں بنیں گی ان کی رفتار مساوات (۱۹) میں ج کے بجائے $\left(\text{ج} + \frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲} \text{ ص} \right)$ لکھنے سے حاصل ہوگی۔

$$\therefore \text{س} = \left(\text{ج} + \frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲} \text{ ص} \right) \cdot \frac{\text{ل}}{\pi ۲}$$

$$\therefore \text{س} = \sqrt{\left\{ \frac{\text{ج ل}}{\pi ۲} + \frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲} \text{ ص} \right\}} \quad (۲۲)$$

جاذبہ ارض کی موجوں میں ل کے اضافہ سے س کی قیمت بڑھ جائے گی لیکن شعری موجوں میں ل کے بڑھنے سے س میں کمی واقع ہوگی۔

$$\text{س کا اقل ہونے کے لئے } \frac{\text{ج ل}}{\pi ۲} = \frac{۲۲۱}{\text{فرلا}^۲} \text{ ص}$$

لیکن شعری موجوں کے لئے صاحبِ اقل ہو گا کہ اعظم ہو گا۔

∴ شعری موجوں کے لئے لم = $\frac{2\pi}{\text{ج ش}}$

اور ارضی موجوں کیلئے لم = شعری موجوں کے لئے لم اعظم

مساوات ۲۲ کے استعمال سے سب سے پہلے لارڈ ریلے نے مائع کا سطحی

تناؤ کا میابی کے ساتھ معلوم کیا ^(۱۱) اور اس کے بعد ڈاکٹر ڈار سے نے بھی اسی طریقہ سے مختلف محلولوں کے سطحی تناؤ کی قیمتیں معلوم کیں۔ ^(۱۲)

جس مائع کا سطحی تناؤ دریافت کرنا مطلوب ہوتا ہے اس کو ایک بڑے چمچے برتن میں رکھا جاتا ہے۔ دو شاخے کی ایک شاخ سے ٹین یا الومینیم کی ایک پتلی دھبی باندھ دی جاتی ہے جس کا کچھ حصہ مائع میں اس طرح ڈوبا رہتا ہے کہ جب دو شاخہ مُرُتعش کیا جاتا ہے تو شعری موجیں بننے لگتی ہیں، دو شاخہ کا تعدد ۶۰ کے قریب ہوتا ہے اور اس کو برقی طریقہ سے مُرُتعش کیا جاتا ہے۔ چونکہ ان موجوں کی رفتار بہت تیز ہوتی ہے اس وجہ سے وہ بالراست نظر نہیں آ سکتیں لیکن غیر مسلسل نور کی شعاعوں سے (جن کی تنویری چمک کا تعدد شعری موجوں کے پیدا کرنے والے مبدع کے تعدد کے مساوی ہو) ان کو دیکھا جائے تو یہ قائم موجوں کی طرح نظر آ سکتی ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ جب شاخہ مائع کی سطح کو غیر مسلسل طریقہ پر اس طرح سے دیکھتا ہے کہ اس کے دیکھنے کا تعدد شعری موجوں کو پیدا کرنے والے دو شاخہ کے تعدد کے مساوی ہو، تو ایک مرتبہ دیکھنے کے بعد پھر جب وہ دوسری مرتبہ دیکھے گا تو اس کے وقفہ میں موجیں ایک طول موج کے مساوی فاصلہ آگے بڑھیں گی اور اس طرح یہ اس مقام پر ہوں گی جہاں ان سے پہلے کی موجیں تھیں۔ اس طرح موجیں ساکن نظر آئیں گی۔

اس غیر مسلسل طریقہ سے مانع کی سطح کو دیکھنے کا انتظام یوں کیا جاتا ہے کہ ایک اور دو شاخ جس کا تعدد پہلے دو شاخ کے تعدد کے مساوی ہو لے کر اُسی برقی دور کے ذریعہ چلایا جاتا ہے جو پہلے دو شاخ کو متعش کرتا ہے۔ اس دوسرے دو شاخ کے دونوں شاخوں کے ساتھ الومینیم کے دو پتلے لکڑے اس طرح باندھ دیئے جاتے ہیں کہ ان ٹکڑوں کی وجہ سے مانع کی سطح جگہ دو شاخ ساکن ہوتا ہے بالراست نہیں نظر آ سکتی، لیکن جب شاخیں انتہائی علیحدگی کے مقام پر ہوتی ہیں تو ان میں سے مانع کی سطح نظر آتی ہے۔ لہذا دو شاخ کے ہر مکمل ارتعاش پر سطح کو دیکھا جائے تو موجیں ساکن نظر آتی ہیں۔ یہ اسی طرح کا عمل ہے جیسا کہ گردش نمائی طریقے سے دو شاخ کا تعدد دریافت کرنے میں تیزی سے کھوینے والے قرص کے سوراخ، ساکن نظر آتے ہیں۔

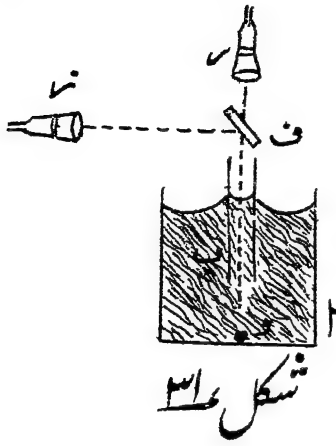
طول موج تقبسی پر کارایا ایسے ایک پیمانہ کے ذریعہ جو سطح پر ترتیب دیا جاسکتا ہے دریافت کیا جاتا ہے۔ پانی یا کسی دوسرے ہلکے مانع کی صورت میں اچھے نتائج حاصل کرنا ہو تو ایک برقی گولہ سطح سے دو یا تین گز اوپر رکھا جاتا ہے تاکہ موجیں واضح طور پر نظر آسکیں اگر دو شاخ کا تعدد ع کے مساوی ہو تو مساوات (۲۲) سے

$$\left[\frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{g}{\pi^2} \right] = \frac{m^2}{\lambda^2} = \frac{m^2}{\lambda^2} \quad \therefore \frac{m^2}{\lambda^2} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{g}{\pi^2} \quad \{ \pi^2 - g - \lambda^2 \} \dots \dots \dots (23)$$

اس ضابطہ سے m کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔

یہ طریقہ مختلف نمکوں کے محلول کے سطحی تناؤ، متفرق ارتکازوں پر، دریافت کرنے میں نہایت کارآمد ہوتا ہے۔

(۹) اینڈرسن اور پوینن کا طریقہ :- شکل ۳۱ پر غور کرو۔ اس میں
 ۱ ایک مستطیل شیشہ کا برتن ہے جس کے پینڈے میں ایک نشان و کیا گیا ہے۔
 شیشہ کی ایک نلی ب عموداً اس میں اس
 طرح رکھی گئی ہے کہ اس کے محور پر
 (بشرطیکہ یہ خارج کیا جائے) واقع ہوتا
 ہے۔



۱۔ ایک خوردبین ہے جو افقی یا
 انتصابی سمتوں میں ہٹائی جاسکتی ہے۔
 تجربہ میں خوردبین کو اس طرح ترتیب
 دیا جاتا ہے کہ اس میں ماسکہ پر ہو

اور اس کے کسریہ کو بڑھ لیا جاتا ہے۔ جس مانع کا سطحی تناؤ دریافت کرتا
 ہو اس کو برتن ۱ میں ڈال دیا جاتا ہے۔ نلی ب میں مانع شکل ۳۱ کے
 مطابق ہوگا۔ خوردبین میں اب و کے خیال کو جو ہلالی سطح میں منعطف
 ہو کر بنتا ہے ماسکہ پر لایا جاتا ہے اور پھر کسریہ کو بڑھ لیا جاتا ہے۔ اس کے
 بعد خوردبین میں نلی میں کے مانع کی اوپر کی ہلالی سطح کے مرکز کو ماسکہ پر لاکر
 کسریہ کو آخری دفعہ بڑھ لیا جاتا ہے۔ کسریہ کے ان مشاہدات سے نش
 اور خ یعنی شخص کے اور خیال کے فاصلے ہلالی سطح کے مرکز سے معلوم ہو جاتے
 ہیں۔ علم ہندسی مناظر سے $\frac{1}{\text{حج}} - \frac{\text{ب}}{\text{نش}} = \frac{\text{ا}}{\text{ص}}$ (۲۴)

جہاں ص = ہلالی سطح کا نصف قطر انحناء

اور ک = مانع کا انعطاف نما

اب اگر یہ فرض کیا جائے کہ کسی تراش عمودی پر ہلالی سطح کا انحناء ایک ہی

رہتا ہے تو اسکے دونوں رخوں پر فرق دباؤ = $\frac{2}{ص} =$ ج ثل (۲۵)

جہاں ث = مائع کی کثافت

اور ل = برتن ۲ میں مائع کی آزاد سطح سے ہلالی سطح کے مرکز کی بلند سی۔

ان دونوں مساواتوں (۲۴) اور (۲۵) سے :-

$$مس = \frac{ج ث ل}{2} \left\{ \frac{(1-ن)}{\left(\frac{1}{ن} - \frac{1}{نخ}\right)} \right\} \dots\dots\dots (۲۶)$$

اس سے مس کی قیمت حسابی طریقہ سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

اس طریقہ میں بعض مائعیات کے ہلالی سطحوں (مثلاً تارپین وغیرہ) کے

مرکز کو خوردبین میں ماسکہ پر لانا بے حد دشوار ہوتا ہے۔ اس سے بچنے

کے لئے انعکاس سے ایک اور خیال بنایا جاتا ہے بمشکل ۱۳ میں نما

ایک توازی گرہے جس میں سے نور کی متوازی شعاعیں شیشہ کی ایک چھوٹی تختی

ف پر واقع ہوتی ہیں، (ف تلی کے محور سے ۴۵° کا زاویہ بناتے ہوئے

رکھا جاتا ہے) جہاں سے وہ ہلالی سطح کی جانب نیچے منعکس ہوتی ہیں اور

ہلالی سطح کے مرکز سے ۲ فاصلہ پر نلی کے نیچے ایک خیال بناتی ہیں۔

یہاں چونکہ شعاعیں لامتناہی فاصلے سے (متوازی ہونے کی وجہ سے) آرہی ہیں۔

$$لہذا ل = \frac{ص}{2} + \frac{ص}{1-ن}$$

$$یعنی ص = \frac{(1-ن) 2}{(1+ن)} ل \dots\dots\dots (۲۷)$$

جہاں ل = منعطف اور منعکس خیالوں کے متناظر، خوردبین کے کسرویہ

والے مشاہدات میں فرقی

اسلئے مساوات (۲۵) اور (۲۷) سے :-

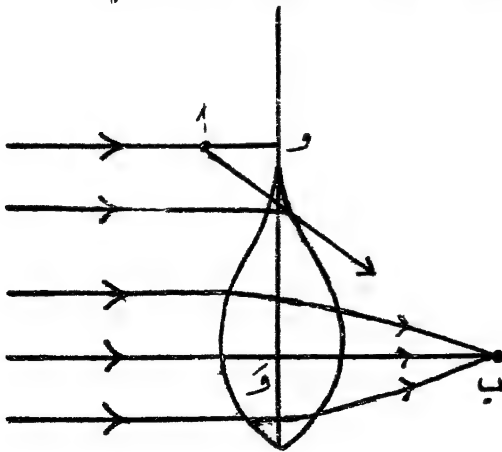
س = ج مثل $\left\{ \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} \right\}$ ل (۲۸)

اس صورت میں خوردبین میں مائع کی ہلالی سطح کو اسکہ پر لانے کی ضرورت

باقی نہیں رہتی اور ضابطہ بھی پہلے سے زیادہ آسان ہے۔

کچھ دنوں بعد اینڈرسن اور بوسن نے ایک دوسرا طریقہ ان مائع کے سطحی تناؤ کو معلوم کرنے کا دریافت کیا جو شیشہ کے ساتھ صفر زاویہ تماس بناتے ہیں۔

اگر تیلے شیشہ کا ایک صاف مستطیلی شکل کا ٹکڑا لیکر کسی مائع میں ڈبوایا جائے اور انتصابی مستوی میں اس طرح رکھا جائے کہ اس کے دو کنارے افقی رہیں، تو اس کے ساتھ ایک لمبا اسطوانہ نما مائع کا قطرہ چپٹ جائیگا۔ اس کے تراش عمودی کی شکل، شکل ۳۲ میں دکھائی گئی ہے۔



شکل ۳۲

قطرہ دو اسطوانہ نما ہے
بناتا ہے جن میں سے
ایک محدب (و مرکز)
اور دوسرا مقعر (و مرکز)
ہوتا ہے۔ عملاً مقعر عدسے
کا صرف نچلا نصف
حصہ موجود ہوتا ہے۔
اگر ایک توازی گرا یا لیا
جائے کہ اس کا محور بھی
افقی اور چھری بھی افقی

ہو اور قطرہ کے بائیں طرف اس کو رکھا جائے تو شیشہ کی تختی پر توازی شعاعیں عموداً اُس سمت میں واقع ہوں گی جیسا کہ پیکان کے نشانوں سے شکل ۳۲

لیکن ج نہ ل = د - د

$$\therefore \text{مس} = \frac{(1-n) \text{ ج نہ ل}}{\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)} \dots (۲۹)$$

اگر شیشہ کی تختی کا صرف ایک ہی رخ بھیکا ہوا ہو تو

$$\text{مس} = \frac{(1-n) \text{ ج نہ ل}}{\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)} \dots (۳۰)$$

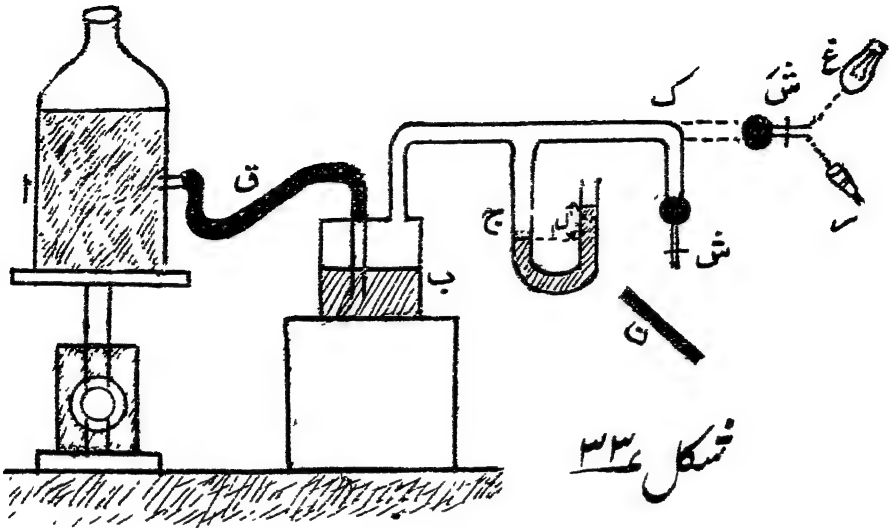
یہ طریقہ، تیخیر کی وجہ سے قطرہ کی شکل میں تغیرات ہونے سے زیادہ صحیح نہیں ہے خصوصاً طیران پر برائعات کے لئے اس سے صحیح نتائج نہیں حاصل ہوتے اس لئے بہتر یہ ہے کہ مشاہدات بہت ہی تیزی کے ساتھ لئے جائیں۔

زیادہ لزج مائع کے لئے بہی نتائج صحیح نہیں حاصل ہوتے چونکہ اس صورت میں قطرے زیادہ موٹے ہوتے ہیں اور پتلے عدسوں کا یہ ضابطہ ان پر صادق نہیں آتا۔

(۱۰) اسے فرگوسن کے طریقہ سے سطحی تناؤ کی دریافت :۔

اس طریقہ میں مائع کی بہت کم مقدار کی ضرورت ہوتی ہے یعنی تقریباً ایک مکعب ملی میٹر مائع بالکل کافی ہو جاتا ہے۔ آلات کی ترتیب بہت ہی سادہ ہوتی ہے جو شکل ۳۳ میں دکھائی گئی ہے۔ ۲ ایک شیشہ کی بوتل ہے جس میں پانی رکھا جاتا ہے۔ ق ایک برکی نلی ہے جو ایک برتن ب سے ملی ہوئی ہے۔ ۲ کو اونچا یا نیچا کرنے سے ب میں دباؤ بڑھایا یا گھٹایا جاسکتا ہے۔ ج ایک لٹمانی کی شکل کا داب پیما ہے۔ شش ایک شعری نلی ہے جو انتصافاً رکھی ہوئی ہوتی ہے اور اس میں مائع کی ایک ڈوری لی جاتی ہے جس کا سطحی تناؤ مطلوب ہوتا ہے۔ سن ایک مستوی آئینہ ہے جو شعری نلی کے نچلے سرے

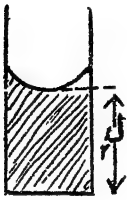
کے قریب ۴۵° درجہ کا زاویہ بناتے ہوئے اس طرح رکھا جاتا ہے کہ شعری نلی کو آئینہ میں دیکھا جائے تو وہ افقی نظر آتی ہے (نوٹ۔ سر دست شکل کی دہنچی



جانب جو نقطہ داخلہ و دکھائے گئے ہیں ان پر کوئی غور نہ کیا جائے۔ تجربہ میں بوتل کو اتنا اونچا رکھا جاتا ہے کہ مائع کی ڈوری شعری نلی میں نیچے ہٹائی جا کر اس کے کھلے سرے پر ہلالی سطح کا انحناء ٹھیک طور پر مستوی ہو جائے۔ ہلالی سطح کے مستوی ہونے کو جانچنے کے لئے ایک محدب عدسہ کے ذریعہ دس وولٹ کے ایک چھوٹے برقی لیمپ کے ریشہ کے خیال کو ہلالی سطح میں دیکھا جاتا ہے۔ لیمپ کو ترجیحی وضع میں نلی کے نیچے کسی مناسب فاصلہ پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کے ریشوں کا خیال آئینہ ن میں نظر آنے لگے۔ جب ہلالی سطح مستوی ہوتی ہے تو ریشوں کا خیال چڑا ہو کر نور کا ایک چھوٹا سا بقیعہ بن جاتا ہے لیکن جب وہ محدب یا مقعر رہتی ہے تو ریشے واضح طور پر نظر آتے ہیں، یہ ایک بہت حساس طریقہ ہے اور دباؤ کے اُن مشاہدات سے جو ہلالی سطح کو مستوی کرنے کے لئے درکار ہوتے ہیں، مائع کے سطحی تناؤ کی

قیمت معلوم ہو جاتی ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۳۴ کے مطابق، مانع کا ایک چھوٹا طول $ل$ ایک ایسی شعری نلی میں رکھا ہوا ہے جس کا نصف قطر $ص$ ہے۔



اوپر بیان ہو چکا ہے کہ کردہ ہوائی کبا دباؤ اگر π ہو تو

\Rightarrow دباؤ جو مانع کی ہلالی سطح کے عین نیچے واقع ہوتا ہے
حسب ذیل ہے :-

$$\Rightarrow \pi - ج \text{ ثقل ل}$$

جہاں $\text{ثقل ل} = \text{مانع کی کثافت}$

اگر مانع کی ہلالی سطح کے ٹھیک اوپر دباؤ $ج$ ہو تو
ہلالی سطح کے دونوں جانب فرق دباؤ لائپلاس کی مساوات سے حسب ذیل ہو گا :-

$$ج - ج = \frac{\pi}{ص}$$

جہاں $ص = \text{ہلالی سطح کا نصف قطر انحناء}$

لیکن ہم کو یہ معلوم ہے کہ $ج = \pi + ج \text{ ثقل ل}$

جہاں $\text{ثقل ل} = \text{دباؤ پیمائش کے مانع کی کثافت}$

اور $ل = \text{جب ہلالی سطح مستوی ہوتی ہے تو دباؤ پیمائش کے مانع کی بلندی}$

$$\therefore (\pi + ج \text{ ثقل ل}) - (\pi - ج \text{ ثقل ل}) = \frac{\pi}{ص}$$

$$\text{یعنی } ص = \frac{ج \text{ ثقل ل} + ج \text{ ثقل ل}}{\pi} \dots (۳۱)$$

ایسے مانع کے لئے جس کا زاویہ تماس صفر ہوتا ہے مساوات (۳۱) میں یہ

$$\text{ثابت کیا جائے گا کہ } ص = (۱ + \frac{ص}{۴}) \text{ جہاں } \frac{ص}{۴} = \frac{ج \text{ ثقل ل}}{\pi}$$

ہم اگر $ص$ کی قیمت مساوات (۳۱) میں لکھیں تو

$$ص = \frac{ج \text{ ثقل ل}}{\pi} (۱ + \frac{ص}{۴}) + \frac{ج \text{ ثقل ل}}{۴} \dots (۳۲)$$

اس مساوات سے ہم آسانی کے ساتھ دئے ہوئے مانع کے لئے س کی قیمت دریافت کر سکتے ہیں بشرطیکہ ہمیں مانع کی کثافت نہ معلوم ہو۔ لیکن چونکہ مانع کی مقدار بہت تھوڑی سی ہے نہ کی قیمت علیحدہ دریافت کرنا بچہ دشوار ہوتا ہے اس کے لئے دو راستے اختیار کئے جاسکتے ہیں یا تو دوری ل کا طول کم کرنا ہو گا حتیٰ کہ نہ ل کی قیمت مساوات (۳۳) میں نہ ل کے مقابلہ میں نظر انداز کرنے کے قابل ہو جائے یا ل کو بدل بدل کر متعدد شہادت لینے ہوں گے۔

مساوات (۳۲) کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:-

$$۲س = ج ص \{ \text{نہ ل} + \text{نہ ل} + \frac{\text{نہ ل}}{س} \} \dots\dots\dots (۳۳)$$

$$\text{یعنی ل} = \frac{\text{نہ ل}}{س} - (\text{ل} + \frac{\text{ص}}{س}) + \frac{۲س}{ج ص} \dots\dots\dots (۳۴)$$

ہم اگر ل کی (ل + $\frac{\text{ص}}{س}$) کے مقابلہ میں ترسیم کریں تو س کی قیمت بغیر نہ کی قیمت معلوم کرنے کے منحنی سے آسانی کے ساتھ حاصل ہو جاسکتی ہے۔ اس کے بعد فرگوسن اور کنیڈی نے ایک تباہ طریقہ اختیار کیا جو اس سے بہت آسان ہے اور نیز اس میں نہ نظر انداز بھی کیا جاسکتا ہے^(۱۵):-

پھر شکل ۳ پر غور کرو۔ اب ک مشی کو چھوڑ دو اور شکل میں ک مشی کو شامل کر لو۔ مشی کو ہی اگلی شعری نلی ہے جس میں مانع کی ایک چوٹی سی ڈوری افقی حالت میں رکھی ہوئی ہے۔ سا ایک خوردبین ہے اور غ ایک چھوٹے ”اوڈولٹ“ کی پرتی لمپ کا ریشہ یا سوت ہے۔

ابتداء میں مانع کی ہلالی سطح مقعر رہتی ہے اور جیسا اوپر بیان ہو چکا ہے دباؤ کے اضافہ سے یہ مستوی ہونے لگتی ہے اور پھر محدب۔ پہلے کی طرح دباؤ کو اس طرح ترتیب دو کہ ہلالی سطح مستوی ہو جائے۔ اس تجربہ میں شعری نلی کا نصف قطر بالکل چھوٹا ہونا چاہیئے ورنہ جاذبہ ارض کی وجہ سے ہلالی سطح کی

خسٹل میں تبدیلی ہو جائے گی۔
 مساوات (۳۳) سے انتصابی شعری تلی کی صورت میں ہم دیکھ چکے ہیں کہ

$$\frac{۲}{\text{ج ص}} = \text{ث ل} + \text{ث م} \left(\frac{\text{ص ا}}{۳} + \text{ل م} \right)$$

اب اتفاقی شعری تلی کی صورت میں یہ فرض کرتے ہوئے کہ اس کا نصف قطر بہت چھوٹا ہے اور سطحی تناؤ کی قوت کے مقابلہ میں جاذبہ ارض کی قوتوں کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے :-

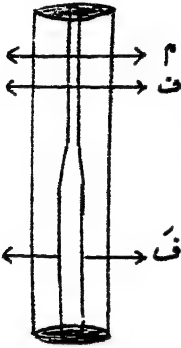
$$\frac{۲}{\text{ج ص}} = \text{ث ل} \dots\dots\dots (۳۵)$$

علماء تجربہ کے اغراض کے لئے یہ سادہ ضابطہ پیچیدہ مفید ہوتا ہے۔ اس میں مائع کی کثافت ث م کے معلوم ہونے کی کوئی ضرورت نہیں ہے۔
 اس طریقہ سے مختلف مائعیات کے سطحی تناؤ کی قیمتیں دریافت کی گئی ہیں جن میں سے چند حسب ذیل ہیں :-

مائع	نپیش درجہ مئی	سطحی تناؤ ڈائین فی سمر
ایتھر	۱۶۵۰	۱۷۵۴۱
کاربن ٹیٹرا کلورائیڈ	۱۶۵۵	۲۷۵۰۵
بنزین	۱۵۵۰	۲۹۵۱۴
کلوروفارم	۱۵۵۰	۲۷۵۵۰
ٹولوین	۱۶۵۰	۲۸۵۸۴
ایتھل برومائید	۱۷۵۰	۲۴۵۵۲

(۱۱) ہسی سٹن کے طریقہ سے سطحی تناؤ کی دریافت :-

اس طریقہ میں بھی مائع زیر تجربہ کا حجم بہت چھوٹا ہوتا ہے اور نیز مائع کی کثافت کے جاننے کی بھی ضرورت باقی نہیں رہتی۔ شکل ۳۵ میں دو شعری تلیاں جن کے قطر مختلف ہوتے ہیں گرم کر کے ایک دوسرے کے ساتھ جوڑ دئے گئے ہیں۔ ان میں اتنا مائع داخل کیا جاتا ہے کہ جوڑ میں پہنچنے کے علاوہ نلی کے یکساں حصوں تک پھیل جائے۔ اس صورت



میں مائع میں تقاضا یہ ہوتا ہے کہ چھوٹے قطر کی نلی میں چلا جائے۔ اگر چھوٹی قطر کی نلی کو اوپر کی جانب رکھا جائے تو مائع کے استواء کا وزن اس تقاضے کو تعادل میں رکھتا ہے۔

$$\text{تعادل کے لئے} = \frac{\text{سی}}{\text{صی} \pi r_1^2} - \frac{\text{سی}}{\text{صی} \pi r_2^2}$$

شکل ۳۵

= ث ج ل (۳۶)

جہاں ص_۱ اور ص_۲ دونوں شعری ثقیوں نصف قطر ہیں۔ ث مائع کی کثافت اور ل مائع کی بلندی ہے۔ اس مساوات سے سی کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔ مائع کا اگر زاویہ تماس طہ ہو تو اوپر کی مساوات میں سی کے بجائے سی حجم طہ لکھنا ہوگا۔

لیکن اس صورت میں طہ کی قیمت صفر فرض کی گئی ہے۔ فرض کر دو کہ نلی کا سر اس کی گیس کے خزانہ سے جوڑا جاتا ہے جس میں فرگوسن کے طریقہ کی طرح ایک داب پیا بھی شامل ہے۔

دباؤ کو اب اس طرح ترتیب دو کہ مائع کی ہلالی سطح چھوٹی قطر کی نلی میں نشان ف تک پہنچ جائے۔ اس صورت میں تعادل کے لئے :-

$$(۳۶) \dots\dots\dots = \frac{\text{سی}}{\text{صی} \pi r_1^2} - \frac{\text{سی}}{\text{صی} \pi r_2^2} - \text{ث ج ل} = \text{د}$$

جہاں $L =$ مانع کے استوانہ کی بلندی

اور $D =$ داب پیماکا دیاؤ

اب نئی کوائٹ دو تاکہ چوٹی قطر کی نئی نیچے آجائے۔ ایسی حالت میں سطحی تناؤ کی قوت اور مانع کے استوانہ کا وزن دونوں ملکر مانع کو نیچے ڈھکیلنے کی کوشش کرتے ہیں۔ دیاؤ کو اتنا رکھو کہ مانع پھر نشان ف تا تک پہنچ کر قائم رہے۔ تعادل کے لئے :-

$$(38) \quad \left(\frac{S}{\pi r_1^2} - \frac{S}{\pi r_2^2} \right) + \text{نہ ج} = \text{ج} \dots \dots \dots (38)$$

جہاں $D =$ داب پیماکا دیاؤ

اب فرض کر دو کہ $\left(\frac{1}{\pi r_2^2} - \frac{1}{\pi r_1^2} \right) = \frac{1}{S} =$ کوئی مستقل

$$\text{ساوات (38) اور (39) سے } \frac{S}{S} = \text{ج} + \text{ج}$$

$$\therefore S = \frac{g}{2} (\text{ج} + \text{ج}) \dots \dots \dots (39)$$

$$\text{اور نیز نہ } = \frac{D_2 - D_1}{2JL} \dots \dots \dots (40)$$

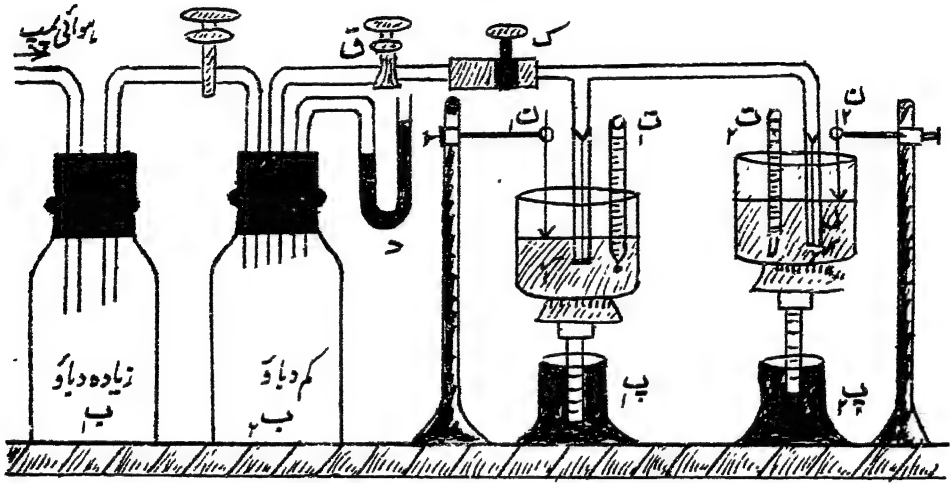
لہذا اس طریقہ سے نہ صرف ایک بالکل کم مقدار مانع کا سطحی تناؤ دریافت کیا جاسکتا ہے بلکہ اس کی شناخت بھی علیحدہ طور پر معلوم کی جاسکتی ہے۔ یہ

طریقہ دو مختلف مانعات کے سطحی تناؤ کے مقابلہ کے لئے بھی بہت کارآمد ہوتا ہے۔ اسکے لئے حسب ذیل ضابطہ مساوات (39) کی مدد سے حاصل ہوتا ہے :-

$$(41) \quad \frac{S}{S} = \frac{D_2 + D_1}{2JL} \dots \dots \dots$$

سطحی تناؤ کا میزبان ⁽¹⁵⁾ :- یہاں جس طریقہ سے بحث کی جائے گی وہ خاص

طور پر سطحی تناؤ کی تشبیہ کی دریافت کے لئے مرتب کیا گیا ہے۔
اور نیز مختلف نمکوں کے محلولوں اور آمیزوں کا بھی سطحی تناؤ خواہ وہ کسی
ارتکاز کے ہوں



شکل ۳۴

اس کی مدد سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔ تمام ضروری پیمائشیں مستقل تشبیہ
پر کسی معیاری مائع (مثلاً خالص پانی) کے سطحی تناؤ کی رقوم میں ظاہر کی گئی ہیں۔
شکل ۳۴ میں پ اور پ دو چھوٹی تپائیوں پر دو منقرعے رکھے
ہوئے ہیں جن میں مائع ڈالے جاتے ہیں، اور ہر ایک ہی تراش عمودی
کی دو شعری نلیاں ہیں جو مائعوں میں ڈوبی رہتی ہیں اور ان کی گہرائیوں
کو چھوٹے گھائی کے پیچ سے جو پ اور پ میں ہوتے ہیں حسب ضرورت
بدلا جاسکتا ہے۔ ت اور ت دو تپائیاں ہیں جو دونوں منقروں میں کے
مائع کی تشبیہ بتلاتے ہیں۔ ک ایک چٹکی اور ق ایک ٹونٹی ہے۔
د ایک لٹرا داب پیمائش ہے۔ شعری نلیاں ایک دوسرے کے ساتھ ملی ہوئی

ہوتی ہیں۔ دو بوتلیں بیا اور بیا بھی ان شعری تلیوں سے ملے ہوتے ہیں اور ان بوتلوں میں ہوا کا دباؤ بدلنا جاسکتا ہے۔ بوتل بیا کے ذریعہ جس میں دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے کسی قدر زیادہ ہوتا ہے ہوا کے بلیے شعری تلیوں کے نچلے سروں کے پاس بنائے جاسکتے ہیں۔

یہ پورا انتظام بے حد حساس ہے۔ دونوں شعری تلیوں کی (مائع کے اندر) گہرائیاں ابتدا میں پیا اور پیا پچوں کی مدد سے اس طرح ترتیب دی جاتی ہیں کہ ہوا کے بلیے دونوں شعری تلیوں سے ایک ہی وقت میں ساتھ ساتھ پیدا ہوتے ہیں۔ بلبوں کی حساس ترتیب کے لئے چٹکی کا استعمال (دباؤ میں کسی قدر تبدیلی کرنے کے لئے) کیا جاتا ہے۔ ارتفاع پیمائے کے ذریعہ شعری تلیوں کے ڈوپے ہوئے حصوں کی گہرائی دریافت کر لی جاتی ہے۔ اگر بلیا کر دی ہو تو تعادل کے لئے :-

$$د = \frac{۲ س}{ص} = ج - ج$$

جہاں ص = بلیے کا نصف قطر انحناء

$$ج = بلیے کا اندرونی دباؤ$$

$$ج = بلیے کا بیرونی دباؤ = \pi + ج \text{ ث ل}$$

ث = اس مائع کی کثافت جس میں شعری نلی ل گہرائی تک ڈوبی ہوئی ہوتی ہے۔

$$\pi = \text{کرہ ہوائی کا دباؤ}$$

$$\therefore \frac{۲ س}{ص} = ج - (ج + ج \text{ ث ل}) \dots \dots (۴۲)$$

اگر اسی شعری نلی میں مائع کے چڑھاؤ کی بلندی ل ہو تو ہم جانتے ہیں کہ

$$س = \frac{ص (ج \text{ ث ل} + \frac{ص}{\pi})}{۲} \quad \text{جہاں ص} = \text{شعری نلی کا نصف قطر}$$

اب فرض کر دو کہ $\frac{س_۱}{ج_۱} = \frac{۲}{۱}$
 اس $\frac{۲}{۱}$ کو نوعی اتصال سے تغیر کیا جاتا ہے۔

اس صورت میں :-

$$\frac{۲}{۱} = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) \dots\dots\dots (۴۳)$$

لاپلاس کی مساوات سے اس پر :-

$$\frac{۲}{ص_۱} = \frac{ج_۱}{ل_۱} \text{ یعنی } \frac{۲}{۱} = \frac{ص_۱}{ل_۱} \dots\dots\dots (۴۴)$$

مساوات (۴۳) اور (۴۴) سے :-

$$ص_۱ = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) \dots\dots\dots (۴۵)$$

مساوات (۴۳) سے اگر پہلی تقریبی قیمت لی جائے تو

$$ل_۱ = \frac{۲}{ص_۱} \dots\dots\dots (۴۶)$$

مساوات (۴۶) والی $ل_۱$ کی قیمت کو مساوات (۴۵) میں لکھنے سے :-

$$ص_۱ = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) \dots\dots\dots (۴۷)$$

لہذا مساوات (۴۶) کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں :-

$$\frac{۲}{ص_۱} = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(\frac{ل_۱ + ص_۱}{ل_۱} \right)$$

اس کو پھیلا کر $\frac{۲}{ص_۱}$ کی اونچی طاقت والی رتبوں کو نظر انداز کرنے سے :-

$$\frac{۲}{ص_۱} = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(\frac{ل_۱ + ص_۱}{ل_۱} \right)$$

یعنی $\frac{۲}{ص_۱} = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(۱ + \frac{ص_۱}{ل_۱} \right) = \frac{ص_۱}{ل_۱} \left(\frac{ل_۱ + ص_۱}{ل_۱} \right)$

جہاں $لا =$ پہلے کے اندر کردہ ہوائی کے دباؤ سے جتنا دباؤ زیادہ ہو

$$= (\pi - \frac{ج_۱}{ل_۱})$$

$$\therefore س = \frac{ص_۱}{۲} (لا - ج ث ل) + \frac{ص_۲}{۴} (ج ث ل) \dots \dots (۲۸)$$

یہ مساوات دو نوں شعری نلیوں پر جن کے تراش مساوی ہیں صادق آتی ہے۔
فرض کرو کہ ص_۱ سطحی تناؤ و ث_۱ کثافت اور ل_۱ زیر امتحان مائع کے اندر
ڈوبی ہوئی شعری نلی کی گہرائی ہے۔

$$تب ص_۲ = \frac{ص_۱}{۲} (لا - ج ث ل) + \frac{ص_۳}{۴} (ج ث ل) \dots \dots (۲۹)$$

اگر مساوات (۲۸) معیاری مائع کی تعبیر کرتا ہو جس کا سطحی تناؤ ص_۳ ہو تو
مساوات (۲۸) اور (۲۹) سے :-

$$س - س_۱ = س_۲ = \frac{ج ص_۱}{۲} (ث ل - ل) +$$

$$+ \frac{ج ص_۲}{۴} (ث - ث ل) \dots \dots (۵۰)$$

یہ مساوات اوپر کے عملی انتظام پر صادق آتی ہے۔

اس میزان کو بعض مائعات کی مثلاً بنزین، ایتھیر وغیرہ کی پیش فاصل
(و دپیش جس پر سطحی تناؤ غائب ہو جاتا ہے) کی دریافت میں استعمال کیا جاتا ہے
اور نیز مختلف ارتکاز کے محلولوں میں سطحی تناؤ کے تغیرات بھی اس سے معلوم
کئے جاسکتے ہیں۔

اوپر جو نظریہ بیان کیا گیا ہے اس میں یہ فرض کیا گیا ہے کہ دونوں شعری
تلیاں بالکل ناپ وغیرہ میں ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔ یہ ظاہر ہے کہ ایسی
تلیاں ایک بڑی نلی کو دو ٹکڑوں میں تقسیم کرنے سے حاصل کی جاسکتی ہیں۔
اس کی جانچ یوں کی جاسکتی ہے کہ دونوں متفرقوں میں ایک ہی مائع استعمال
کر کے تجربہ کیا جائے تاکہ ل_۱ اور ل_۲ بلبوں کی ترتیب کے بعد مساوی ہو جائیں۔
اس تجربہ میں یہ بے حاضوری ہے کہ شعری نلیوں کو معمولی طریقوں سے
نہایت احتیاط کے ساتھ پاک کر لیا جائے اور معیاری مائع کو مستقل نپش پر
رکھا جائے۔

اس طریقہ کو ڈاکٹر وارن نے پیش کیا تھا۔ نمک کے محلولوں کا سطحی تناؤ عموماً خاص پانی سے زیادہ ہوتا ہے۔ اگر کسی محلول کا سطحی تناؤ جبکہ اس کے محلول کے ایک لیٹر میں ن گرام سالمات نمک موجود ہو، می ہے تو

می = می + گ ن (۵۱)

جہاں می = خالص پانی کا سطحی تناؤ اسی پیش پر
اور گ = ہر ایک خاص نمک کے لئے ایک مستقل اس کی قیمت ذیل کی جدول میں دی گئی ہے :-

گ	نمک کا نام
۱۵۳	سودیم کلورائیڈ NaCl
۱۶۱	پوٹاشیم کلورائیڈ KCl
۲۵۰	$\frac{1}{2}(\text{Na}_2\text{CO}_3)$ سودیم کاربونیٹ
۱۶۶	$\frac{1}{2}(\text{K}_2\text{CO}_3)$ پوٹاشیم کاربونیٹ
۱۸۶	$\frac{1}{4}(\text{ZnSO}_4)$ $\frac{1}{4}$ زنک سلفیٹ

مائع کے سطحی تناؤ پر تپش کا اثر: تپش بڑھتی ہے تو تمام مائعات کے سطحی تناؤ گھٹنے لگتا ہے اور ایک خاص تپش پر صفر ہو جاتا ہے۔ اس تپش کو ”تپش فاصل“ سے موسوم کیا جاتا ہے۔

پانی کا ایک اٹھارہ پرت چھٹے پینے کے برتن میں لو اور اس کی سطح پر تھوڑا سا کونے کا سفوف چھڑک دو۔ اس کی سطح کے کسی مقام کو اس کے قریب گرم دھات کا کوئی ٹکڑا لاکر گرم کرو۔ اس مقام کا پانی گرم ہو گا اور اس کا سطحی تناؤ کم ہونے لگے گا۔ اطراف کے ٹھنڈے پانی کی سطح سکڑنے لگتی ہے جس کی وجہ سے کونے کا سفوف برتن کے کناروں کی طرف حرکت کرتے لگتا ہے۔ بجائے گرم

دھات کے 'محدب' عدد میں سے سورج کی شعاعوں کو پانی کی سطح کے کسی نقطہ پر مستقیم کیا جائے تو اس نقطہ کے پاس پانی گرم ہو جائے گا۔

بعض مائع کے سطحی تناؤ میں تدریجی تبدیلی کا حساب ذیل ضابطہ سے ظاہر کیا جاتا ہے:—

میں = میں (۱۸) (۵۲)
 جہاں میں = صفر درجہ میں پر سطحی تناؤ
 اور گہ = سطحی تناؤ کی تبدیلی قدر

ذیل کی جدول میں چند مائعات کے لئے گہ کی قیمتیں دی گئی ہیں:—

مائع	میں صفر	گہ
ایتھر ($C_4H_{10}O$)	۱۹.۳	۰.۱۱۵
الکوحل (C_2H_6O)	۲۵.۳	۰.۰۸۷
بنزین (C_6H_6)	۳۰.۶	۰.۱۳۲
پانی (H_2O)	۷۵.۸	۰.۱۵۲
پارہ (Hg)	۵۲۷.۲	۰.۳۷۹

ایتھاس نے متعدد مائعات کے لئے 'س' ح $\frac{1}{2}$ کے حاصل ضرب کی قیمت دریافت کی ہے جہاں ح = سالمی حجم = $\frac{\text{سالمی وزن}}{\text{کثافت}}$

اس نے دریافت کیا کہ اس حاصل ضرب کی تبدیلی کی شرح لمباظ 'تیش' تمام مائعات کے لئے جن پر اس نے تجربہ کیا مستقل رہتی ہے اور اس مستقل کی قیمت ۱۰۰ ہے۔ پانی کی صورت میں ایتھاس کا قاعدہ صادق نہیں آتا۔ اس واسطے کہ ۱۰۰ اور ۲۰۰ کے درمیان اس قاعدے کا صرف اتنی وقت

اطلاق ہوتا ہے جبکہ پانی کے سالمی وزن کو ہم بجائے ۱۰ کے ۴۴۳ لیں۔
اس سے ہمیں یہ ماننا ہو گا کہ ۱۰۰ منی سے زائد پیش پر پانی کی ترکیب (۲ H₂O)
ہوتی ہے اور اس پیش سے نیچے (۲۰ H₂O) جہاں (۲۰) کوئی عدد ہے جس کی
قیمت ۲ سے زیادہ ہے۔

ایتوا اس کے قاعدے سے :-

س ح $\frac{1}{2}$ = ۱۰۰ (تہ - ت) (۵۳)

جہاں تہ = کوئی مستقل پیش

ت = مائع کی پیش منی درجوں میں

اگر ت = تہ تو س = صفر
لہذا تہ کی یہ قیمت مائع کی پیش فاصل ہوگی۔

مائع	تہ کی قیمت تجربہ سے	فائدہ وال کی پیش فاصل کی قیمتیں
ایتھر	۱۸۰° م	۱۹۰° م
الکولہل	۲۹۵° م	۲۵۶° م
پانی	۵۶۰° م	۳۹۰° م

کسی مائع کی جھلی کے پھیلنے سے پیش میں تغیرات :-
یہ چونکہ کسی مائع کا سطحی تناؤ پیش کے ساتھ ساتھ بدلتا ہے لہذا حرانگرا حالت
کے تحت اگر جھلی کے رقبہ میں کوئی تبدیلی ہو تو یہ ضروری ہے کہ اس کے ساتھ
پیش بھی متبدل ہو جائے۔

حرارت کی وہ مقدار جو جذب یا خارج ہوتی ہے حرر کی اصول کی مدد سے
دریافت کی جاسکتی ہے :-

فرض کر دو کہ کسی مائع کی ایک جھلی جس کی کمیت اکائی ہے مستقل مطلق

تپش ت پر رکھی جاتی ہے اور اسکا رقبہ ۱ ہے۔ جب جھلی کا رقبہ ۲ سے
 ۱+ فرما تک ذرا سا کہنچ کر بڑھایا جائے تو جھلی پر کام کیا جائے گا اور اسکے
 لئے باہر سے حرارت لینے کی ضرورت ہوتی ہے۔ چونکہ تپش مستقل رکھی
 جاتی ہے اس وجہ سے جھلی میں تیرید واقع ہوگی۔
 (سطح کے دونوں رخوں پر غور کرتے ہوئے) جھلی کے رقبہ کو ”فرما“ بڑھانے
 کے لئے کام = ۲ سے فرما

حرکیات کے پہلے کلیہ سے [پانچواں باب مساوات (۱)]
 فرحہ = فرہ + فرکا

= فرہ - ۲ سے فرما (۵۴)
 چونکہ یہ عمل اٹایا جاسکتا ہے، حرکیات کے دوسرے کلیہ سے :-

فرحہ = ت فرہ (۵۵)
 جہاں فرہ = ناکارگی میں تبدیلی
 ان دونوں مساواتوں سے :-

فرہ = ت فرہ + ۲ سے فرما
 یعنی فر (ہ - ۲ سے ۱) = ت فرہ - ۲۲ فرس
 چونکہ یہ کامل تفرق ہے

∴ (فرہ سے ۱) = - ۲ (فرہ سے ۱) (۵۶)

مساوات (۵۵) اور (۵۶) سے :-

(فرحہ) ت = - ۲ ت (فرہ سے ۱) فرما

اگر کہ سطحی تناؤ کی تپشی قدر ہو تو
 $\frac{\text{فرس}}{\text{فرت}} = \text{گہ}$

∴ (فرحہ) = ۲ - ت گہ فر ۱ (۵۷)

چونکہ تپش کے اضافہ سے تمام مائعیات کا سطحی تناؤ کم ہوتا ہے اس لئے کہ منفی ہے، لہذا اوپر کی مساوات میں بائیں جانب کی رقم مثبت ہوگی، یعنی (فرحہ) مثبت ہے۔ لہذا جھلی کو حرارت پہنچانی ہوگی جبکہ کھینچ کر ٹا کر نئے کی صورت میں اس کی تپش کو مستقل رکھنا منظور ہو۔

اگر جھلی کے پھیلنے کی وجہ سے تپش میں کمی = فرت تو

(فرحہ) = فرت \times ΔT جو $\times 1$

جہاں ΔT = حرارت نوعی مائع کی

جو = حرارت کا معادل حلی

∴ فرت = $\frac{2 - ت گہ فر ۱}{\Delta T جو}$ (۵۸)

کسی مائع کی منحنی سطح پر بخار کا دباؤ:۔ نظریہ تحرک کی رو سے، کسی مائع کی تغیر کا عمل، مائع کی سطح سے اسکے سالمات کے بتدریج باہر نکل جانے کا دوسرا نام ہے، مائع کی سطح کے کسی دئے ہوئے رقبہ سے اکائی وقت میں سالمات کی جو تعداد نکلے گی وہ سطح کے انحناء پر منحصر ہوگی۔ اگر سطح مقعر ہو جیسی کہ شکل ۳۷ (۱) میں دکھائی گئی ہے تو ایک پیکان کی سمت میں، سطح میں سے گزرنے والا تیز رفتار سالمہ سالمی کشش کی حد کے باہر نکلنے میں کامیاب ہوتے ہوئے رہ جائے گا۔

لہذا اس قسم کا سالمہ پھر مائع میں واپس ہو جائے گا۔

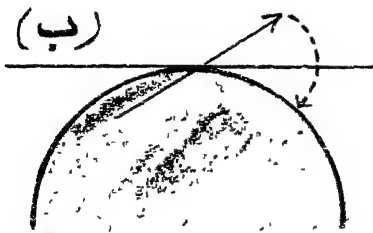
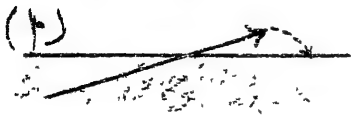
لیکن یہی سالمہ فضا میں باہر نکل سکتا ہے بشرطیکہ مائع کی سطح شکل ۳۷

(ب) کی طرح مستوی ہو۔ اگر سطح شکل ۳۷ (ج) کی طرح محدب ہو

تو پیکان کے نشان کی سمت میں سالمہ کا باہر نکل جانا ناممکن ہے لیکن اس

بات کا بھی امکان ہے کہ مستوی سطح والے مائع میں سے یہ نکلنے نہ پائے۔

اس سے ظاہر ہے کہ کسی خاص پیش پر ایسے سالمات کی تعداد جو فی ثانیہ کسی محدب سطح کے مانع سے باہر نکلے ہوں زیادہ ہوتی ہے بہ نسبت ان سالمات کی تعداد کے جو فی ثانیہ کسی مستوی سطح طے مانع سے باہر نکلتے ہیں اور کسی مقعر سطح سے سالمات کے باہر نکلنے کی شرح بلحاظ وقت مستوی سطح سے نکلنے والے سالمات کی شرح سے کم ہوتی ہے۔



(ج)

شکل ۳۷

اگر ذیل کے وجوہات پر غور کریں

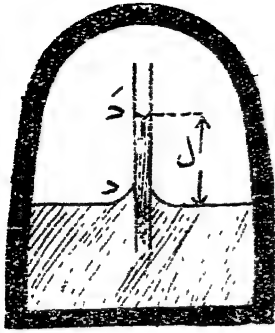
تو ہم اسی نتیجہ پر پہنچتے ہیں :-

کسی مانع میں جب اس کی مستوی سطح سے تبخیر کا عمل ہوتا ہے تو سطح کے رقبہ میں کوئی تبدیلی نہیں واقع ہوتی اور اسی لئے سطحی تناؤ کی وجہ سے توانائی بالقوہ میں کوئی تغیر نہیں ہوتا۔ کسی مخنی سطح (مثلاً گروی قطرہ) کی صورت میں جب مانع میں تبخیر کا عمل ہوتا ہے تو سطح کے رقبہ میں کمی ہو جاتی ہے جس کی باعث سطحی تناؤ سے توانائی بالقوہ میں کمی ہونے لگتی ہے۔ لہذا چونکہ تبخیر کے ساتھ توانائی بالقوہ میں کمی واقع ہونا ضروری ہے اس لئے سالمات کے باہر نکل جانے کی شرح، یعنی تبخیر، گروی قطرے میں، مستوی سطح کی بہ نسبت بڑھ جاتی ہے۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ گروی قطرہ کے ساتھ جو بخاری دباؤ تعادل میں رہتا ہے وہ مستوی سطح کی بہ نسبت زیادہ ہوتا ہے۔

لاہڈ کلون پہلا شخص ہے جس نے بخاری دباؤ پر سطح کے انحناء کے اثر کو حسب

ذیل طریقہ سے ظاہر کیا :-

شکل ۳۸ میں ایک شعری نلی دکھائی گئی ہے یہ ایسے مانع میں رکھی ہوئی ہے جو شیشہ کو جھٹکتا ہے۔ فرض کریں کہ اس پورے انتظام کو ایک بند برتن میں رکھ دیا جاتا ہے اور یہ بھی فرض کرو کہ شعری نلی کا اندرونی نصف قطر ص ہے اور شعری نلی میں مانع کی سمج آزاد مستوی سطح سے ل بلندی پر واقع ہے۔



شکل ۳۸

اگر مستوی سطح کے عین اوپر بخاری دیاؤ د اور اس سے ل بلندی پر بخاری دیاؤ د ہو تو

$$د = د + ج ث ل \dots\dots\dots (۵۹)$$

جہاں ث = بخار کی کثافت

لیکن لاپلاس کی مساوات سے ہم کو یہ معلوم ہے کہ

شعری نلی میں کے مانع کی نصف کردی سطح کے دونوں جانب کا فرق دیاؤ =

$$= \frac{۲ ص}{ص}$$

$$= ج (ث - ث ل)$$

جہاں ث = مانع کی کثافت۔

(یہ یاد رہے کہ ہم نے اس سے پہلے ث کو مقابلہ ث نظر انداز کر دیا تھا)

$$\text{یعنی ج ث ل} = \frac{۲ ص}{ص} \left(\frac{ث}{ث} \right)$$

∴ مساوات (۵۹) سے

$$د = د - \frac{۲ ص}{ص} \left(\frac{ث}{ث} \right) \dots\dots\dots (۶۰)$$

لہذا متعرج سطح پر بخاری دیاؤ مستوی سطح کے مقابلہ میں (ایک ہی تپش پر) بمقدار

۲ ص (۱۵ - ۱۴ ث) کم ہوتا ہے۔ اس لئے مقعر سطح پر لگی نسبت مستوی سطح کے زیادہ تیزی کے ساتھ واقع ہوتی ہے (یہ مانتے ہوئے کہ دونوں صورتوں میں پیش ایک ہی ہے) اگر مائع کی سطح محراب ہو جیسا کہ کسی شعری نالی کو پارہ میں ڈبوئے کی صورت میں ہوتی ہے تو بھی اسی طریقہ سے ہم یہ ثابت کر سکتے ہیں کہ محراب سطح پر بخاری دباؤ ۵، مستوی سطح کے بخاری دباؤ سے بالکل اتنا ہی زیادہ ہوتا ہے جتنا کہ اوپر بتایا گیا ہے۔

لہذا عام مساوات :-

$$5 = 3 + 2 \text{ ص} \left(\frac{\text{ث}}{\text{ث}} \right) - \dots (41)$$

(مقعر سطح کیلئے منفی علامت اور محراب سطح کیلئے مثبت علامت استعمال ہوتی ہو)

لہذا محراب سطح کی صورت میں لگی نسبت مستوی سطح کے آہستہ واقع ہوتی ہو (یعنی تیز زیادہ تیزی کے ساتھ واقع ہوتی ہے)

اب پانی کے ایک قطرہ پر غور کرو جبکہ نصف قطر صفردرجہ سی پر ۱۰ سمر ہے۔

سیر شدہ بخار کی کثافت ۱۴ ص ۸ = ۱۰ سمر درجہ سی پر ۱۰ گرام فی مکعب سمر

چونکہ ۴ = ۱۰ ڈائین فی سمر صفردرجہ سی پر اور ۱ = ۱۰ ڈائین فی مربع سمر

۲ ص (۱۵ - ۱۴ ث) ۳ = ۱۰ ڈائین فی مربع سمر

لہذا بخاری دباؤ اس صورت میں، نسبت مستوی سطح کے ۳ ڈائین فی مربع سمر زیادہ ہے۔

لیکن صفردرجہ سی پر ۳ = ۱۰ ڈائین فی مربع سمر

لہذا ۵ = (۱۰ ڈائین فی مربع سمر + ۳)

$$\therefore 5 = 10 + 3$$

اگر قطرہ کا نصف قطر ۱۰ سمر (۱۱ مل) صفردرجہ سی پر ہو تو

اس صورت میں ۲ ص (۱۵ - ۱۴ ث) ۳ = ۱۰ ڈائین فی مربع سمر

اور $\frac{1}{2} = ۰.۵$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر قطرے بہت چھوٹے ہوں تو بخار ہی دباؤ پر انخفا کا اثر کافی بڑا ہوتا ہے۔ چونکہ ص. جوں جوں کم ہوتا ہے، یہ اثر بڑھتا ہے اس لئے بالکل چھوٹے ٹپ کے قطرے بہت تیزی کے ساتھ بخاریں متبدل ہو جائیں گے اگر ان کو ایسی فضا میں رکھا جائے جو بخار سے سیر شدہ ہو۔

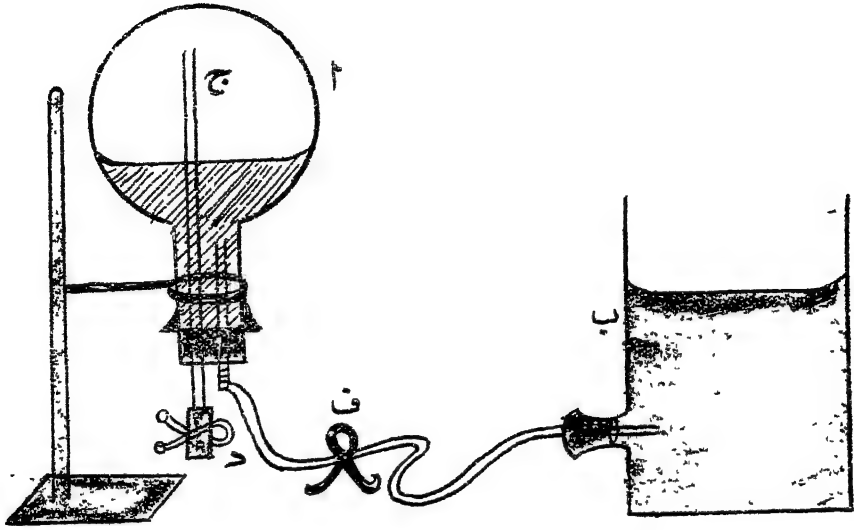
بادلوں کی ساخت :- فرض کرو کہ آبی بخار کی بستگی سے جو ایک بے انتہا چھوٹے قطرہ آب کی سطح پر واقع ہوتی ہے یہ بے انتہا چھوٹا قطرہ بڑھنے لگتا ہے۔ اس صورت میں یہ ایک ایسی فضا میں واقع ہو گا جس میں آبی بخار مزید سیر شدہ حالت میں ہے ورنہ بستگی کا مرکزہ ہونے کے بجائے بخاریں متبدل ہو جائے گی سے اس کا ٹپ کم ہونے لگے گا۔

اس سے عموماً یہ ظاہر ہوتا ہے کہ بہت چھوٹے قطرے قائم نہیں رہ سکتے اور بہت جلد غائب ہو جاتے ہیں۔ لہذا بارش کے قطروں یا بادل کی ساخت کا بڑا دشوار مسئلہ معلوم ہوتا ہے جبکہ یہ قطرے ابتدائی حالت میں بہت چھوٹے ہیں۔
۱۸۸۷ء میں ایٹکن نے یہ ثابت کیا کہ معمولی حالات میں جبکہ پانی اور آبی بخار زائد سیر شدہ حالت میں موجود ہوں تو یہ قطرے نہیں بنتے۔ بارش اور کھرب کے لئے گرد کے ذرات کی موجودگی لازماًت سے ہے۔ گرد کے ذرات پر پانی جمع ہونے لگتا ہے اور اس طرح سے قطرہ کا ابتدائی نصف قطر مقابلاً بڑا رہتا ہے اور وہ دشواری جاتی رہتی ہے جو قطرہ کے ابتدائی حالت میں درپیش تھی۔

کسی بڑے شہر میں جہاں کارخانے، دودکش اور گاڑیوں وغیرہ کی آمد و رفت کافی رہتی ہے دھوئیں اور گرد و غبار کے ذرات بیشمار تعداد میں ہوا میں موجود ہوتے ہیں جن پر آبی رطوبت جم سکتی ہے اور چنانچہ ان کی وجہ سے تاریک کھرب واقع ہوتا ہے۔

بادل کے بننے میں گرد کے ذرات کے اثر کو حسب ذیل تجربہ سے ثابت کیا

جاسکتا ہے۔ شکل ۳۹۔ میں ایک پگھلا رہی ف کے ذریعہ ۱ اور ب دو تین ایک دوسرے سے ملے ہوئے ہیں۔ ب میں پانی رکھا جاتا ہے اور اس کو جب اوپر اٹھایا جاتا ہے تو ۱ کا کچھ حصہ پانی سے بھر جاتا ہے، جب ب کو

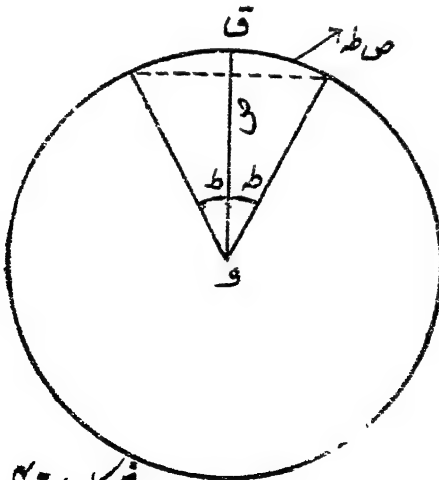


شکل ۳۹

نیچے اتارا جاتا ہے تو پانی ۱ کے باہر نکل جاتا ہے اور ۱ میں ہوا کا حجم بڑھ جاتا ہے اس طرح ہوا کے پھیلنے کی وجہ تبرید کا عمل شروع ہوتا ہے، حتیٰ کہ ۱ میں آبی بخار زیادہ سیر شدہ ہونے لگتا ہے۔ اگر ۱ میں گرد آلود ہوا بھر دی جائے تو ب کو نیچے کرنے سے ۱ میں دھندلا سا بادل بننے لگتا ہے۔ یہ بادل ۱ کے پانی میں گرد کے چند ذرات اپنے ساتھ لیکر گر جاتا ہے۔ اسی عمل کو دوبارہ دہرانے سے پانی میں گرد کی زیادہ مقدار گر جاتی ہے اور ۱ کی ہوا میں پہلے کی نسبت گرد کے کم ذرات موجود رہتے ہیں۔ اسی طرح متعدد دفعہ تجربہ کو دہرانے سے ۱ میں کی ہوا بالکل گرد سے پاک ہو جاتی ہے اور اس نسبت پر پھر کوئی بادل ۱ میں ہوا

کے پھیلاؤ سے نمودار نہیں ہوتا۔ اگر اس وقت \angle کے ذریعہ ذرا سی گرد \angle میں داخل کر دی جائے تو تبرد سے فوراً بادل بننے لگتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ بادل کے نمودار ہوتے کے لئے گرد کے ذرات کا موجود ہونا لازمی ہے۔
۱۸۹ء میں ولسن نے یہ ثابت کیا کہ گرد کے ذرات کے بغیر بھی گیسوں کے ردیاں کو مرکزے قرار دیکر بادل نمودار ہو سکتے ہیں بشرطیکہ بخار ایک خاص قیمت سے زیادہ ”زاید سیر شدہ“ ہو۔

برقایا ہوا صابون کا بلبلہ :- صابون کے ایک ایسے بند بلبلے پر غور کرو جس کا نصف قطر ص ہے۔ اگر کہ ہوائی کا دباؤ \angle ہو تو بلبلے کے اندر دباؤ \angle سے کسی قدر زیادہ ہو گا پتا نہی بیرونی حاصل قوت، بلبلے کے سطحی تناؤ سے توازن میں رہے گی۔ اگر اس بلبلے کو بڑا یا چھوٹا کر دیا جائے تو ایک مزید قوت بلبلے کی سطح پر باہر کی جانب عمود وار عمل کرنے لگتی ہے جس کی وجہ سے بلبلہ اتنا پھیلتا ہے کہ توازن قائم ہو جائے۔ چونکہ نصف قطر میں تبدیلی واقع ہوتی ہے



شکل ۴۰

اس وجہ سے اس کا اندرونی دباؤ حجم کے لحاظ سے معکوس بدلتا ہے۔ کلیہ باتیں کی رو سے دباؤ $\frac{1}{V}$ کے مساوی ہو گا جہاں V = مستقل۔

بلبلے کی سطح پر ایک ایسے بالکل چھوٹے عنصر کے تعادل پر غور کرو جو ایک مدور مخروط کے ذریعہ نیم اتصالی زاویہ θ مرکز سے بناتے ہوئے قطع کیا گیا ہو [دیکھو شکل ۴۱]

اس پر حسب ذیل قوتیں عمل کرتی ہیں :-

(۱) کرہ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے جو قوت اندر کی جانب عمود وار عمل کرتی ہے = $\pi \cdot d \cdot \text{ط}^2$

(۲) سطحی تناؤ کی وجہ سے جو قوت بلبیلے کی سطح پر عمل کرتی ہے۔ اس قوت کے اجزاء کو ایک حاسی مستوی میں اور دوسرا وقتا کی سمت میں تحلیل کیا جاسکتا ہے۔ حاسی مستوی کے اجزائے تحلیل ایک دوسرے کو ذائل کر دیتے ہیں لیکن وقتا کی سمت میں عمل کرنے والے اجزاء جو اندر کی جانب عمل کرتے ہیں۔

$$= \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \text{ منہا حسب طہ}$$

$$= \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \text{ منہا کیونکہ طہ چھوٹا ہے۔}$$

(۳) اندرونی دباؤ کی وجہ سے جو قوت باہر کی جانب عمود وار عمل کرتی ہے

$$= \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4}$$

(۴) برقی قوت کی وجہ سے جیلی قوت جو باہر کی طرف عمود وار عمل کرتی ہے =

$$= \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \cdot \text{تہ} \cdot \text{ط}^2$$

جہاں تہ = برقی بھرن فی اکائی رقبہ

تبادل کے لئے ایسی تمام قوتیں جو عمود وار اندر کی جانب عمل کرتی ہیں اُن تمام قوتوں کے مساوی ہونی چاہئیں جو باہر کی جانب عمود وار عمل کرتی ہیں۔

$$\therefore \pi \cdot d \cdot \text{ط}^2 + \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \cdot \text{تہ} \cdot \text{ط}^2 =$$

$$= \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4} + \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \cdot \text{تہ} \cdot \text{ط}^2$$

$$\text{یعنی } d + \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4} = \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4} + \pi \cdot 2 \cdot \text{ط}^2 \cdot \text{تہ} \cdot \text{ط}^2 \dots \dots \dots (۶۲)$$

فرض کرو کہ بلبیلے کا نصف قطر برقی قوت کے قبل = ط^2

اور جب بھرن سے برقی قوت جانے کے بعد بلبیلے کا نصف قطر = ط^2

$$\text{پہلی صورت میں } d + \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4} = \frac{\pi \cdot \text{ط}^2}{4} \dots \dots \dots (۶۳)$$

دوسری صورت میں چونکہ $\frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} =$ اور یہ فرض کرتے ہوئے کہ سطحی تناؤ میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی :-

$$۵ + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} = \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} \quad (۶۴)$$

ان دونوں مساواتوں سے π کو سا قسط کرنے سے :-

$$۵(ص ۱ - ص ۲) - ۲۵۶(ص ۱ - ص ۲) = \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸}$$

اگر بلبے کو ایسی نئی پرچونک کر بنایا جائے جو ہوا کے لئے کھلی ہوئی ہو تو مساوات (۶۴) کو یوں لکھا جاسکتا ہے :-

$$\frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} =$$

اگر ہم بلبے کو یکساں طور پر برقیابا ہوا کرہ فرض کریں تو اس کا قوتہ تو =

$$۲۵۶\pi ص ۸ =$$

$$\text{ایسی صورت میں } \pi = \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸}$$

مثال :- کسی صابون کے بلبے کا نصف قطر اور سطحی تناؤ علی الترتیب $ص$ اور $س$ ہو تو ثابت کرو اس کے نصف قطر کو دو گنا کرنے کے لئے جو برقی بھرن درکار

$$۲ = \left[\pi ص (۶ + ۴ ص) \right]$$

جہاں $د$ کرہ ہوائی کا دباؤ ہے -

پہلی صورت میں مساوات (۶۴) سے چونکہ $ص = ص$

$$\therefore ۵ = ۵ + ۲۵۶\pi ص ۸$$

دوسری صورت میں مساوات (۶۴) سے چونکہ $ص = ۲ص$

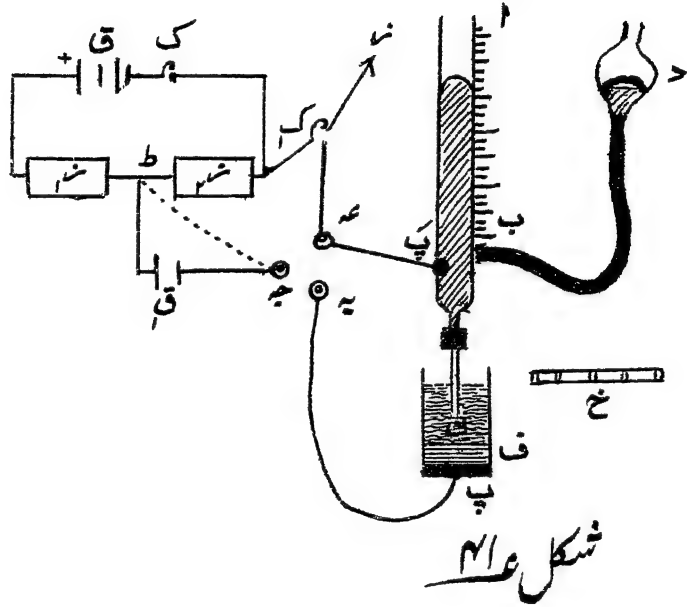
$$\therefore ۵ + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} = \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸}$$

$$\text{یعنی } ۵ + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} = \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸} + \frac{۲۵۶}{۸\pi ص ۸}$$

یعنی بجھ = 14π ص (۷ د ص + ۷ س) $\frac{1}{2}$
 ∴ بجھ = 2π ص (۷ س + ۷ د ص) $\frac{1}{2}$

شعری برقی پیمائش :-

مائعات کے سطحی تناؤ پر جو برقی اثرات مرتب ہوتے ہیں ان کو مد نظر رکھ کر شعری برق پیمائش بنایا گیا ہے۔ شکل ۷۱ میں ۱ ب ایک لمبی



شیشہ کی نلی ہے جس کے ایک سرے پر تیلی شعری نلی تار برقی نلی کے ذریعہ جوڑ دی گئی ہے۔ ۱ ب کے عقب میں ٹکڑی کا ایک پیمانہ نصب کیا گیا ہے۔ ۲ پارہ سے بھرا ہوا برتن ہے جو ب پر برقی نلی سے جوڑ دیا گیا ہے۔ ۳ کو ادھی نیچا کر کے شعری نلی پر کے دباؤ کو کم و بیش کیا جاسکتا ہے۔ شعری نلی میں پارہ کی سطح، ۱ ب میں پارہ کی بلندی پر منحصر ہوتی ہے۔ ایک پلاٹینم کا تار پ، نلی ف کے پینڈے میں لگھلا کر جوڑ دیا جاتا ہے اور اس میں (یعنی ف میں) شعری نلی کا کچھ حصہ نکل آتا ہے۔ ف کے پینڈے میں

کچھ پارہ ڈال دیا جاتا ہے اور اس پرفا کے اوپر کے سرے تک سلفورک ترشہ اور پانی کا ہلکا یا ہوا محلول جس کو ”مرکیورس سلفیٹ“ سے سیر شدہ بنا کر بھرا جاتا ہے۔ لمبی نیلی ا ب میں پلاٹینم کا ایک دوسرا تار پ گچھل کر جوڑ دیا جاتا ہے۔ شعری نیلی میں پارہ کی ہلالی سطح کو خوردبین سے دیکھا جاتا ہے۔

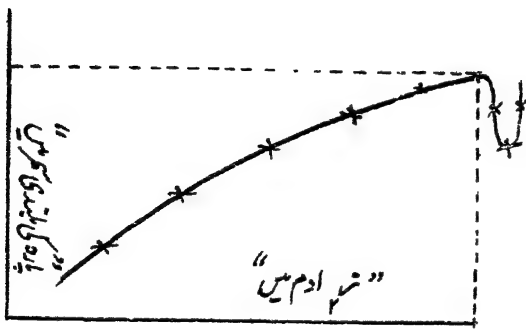
نہ اور نہ دو مزاحمتوں کے بکس ہیں اور نہ بہ، جبہ پیرافن موم کے کندے میں سوراخ ہیں جن میں پارہ بھر دیا جاتا ہے ق ایک ذخیرہ خانہ ہے، کم اور کم دو کنجیاں ہیں اور نہ کا زمین کے ساتھ تعلق کر دیا جاتا ہے۔ شکل ۱۱ کے مطابق اس میں دکھائے ہوئے ضروری چیزوں کو جوڑ دینے کے بعد، ا ب میں دباؤ کو اس طرح بڑھاؤ کہ پارہ شعری نیلی میں سے باہر نکلنے لگے اور پھر دباؤ کو اتنا کم کر دو کہ نیلی ا ب میں پارہ کسی موزوں مقام پر ٹھہر جائے۔ اس طرح کرنے سے برق پیدا کی حساسیت بڑھ جاتی ہے۔ شعری نیلی میں پارہ کا سطحی تناؤ، عہ اور بہ کے درمیان فرق قوہ کا کوئی تفاعل ہے۔ تجربہ میں، عہ اور بہ کو ملاؤ، اس طرح کہ پ اور پ کے درمیان فرق قوہ صفر ہو جائے اس حالت میں د کو اس طرح ترتیب دو کہ شعری نیلی میں پارہ کی ہلالی سطح، خوردبین کے چشمہ کے پیمانہ پر کسی موزوں مقام پر ٹھہر جائے۔ نہ اور نہ مزاحمتوں کو اب اس طرح ترتیب دو کہ ان کا مجموعہ ہمیشہ دس ہزار اوم کے مساوی ہو۔

ق خانہ کو علیحدہ کر دو اور ط اور جبہ کو ملاؤ (جس طرح کہ نقطہ دار خط سے شکل میں دکھایا گیا ہے) کم اور کم کنجیوں کو دباؤ۔ جب بہ، جبہ کے ساتھ جوڑ دیا جائے تو شعری نیلی میں پارہ کی ہلالی سطح کی حرکت، خوردبین میں نظر آئے گی، اب د کو اتنا اونچا کر دو کہ پارہ کی ہلالی سطح پھر خوردبین کے پیمانہ میں اسی شان پر آجائے جس پر پہلے تھی۔ ا ب میں پارہ کی سطح کے نشانات پیمانہ پر پڑھ لو۔ اس طرح نہ اور نہ مزاحمتوں کو بدل

بدل کر لیکن ہر صورت میں ان دونوں کی حاصل جمع مزاحمت دس ہزار اوم کے مساوی ہونی ضروری ہے) ۱۔ ب میں پارہ کی اوپر کی سطح جن درجوں کے مقابل رہے ان کے مشابہات اس وقت حاصل کر لو جبکہ خوردبین والے چشمے کے سپانہ پر پارہ کی ہلالی سطح اپنے ابتدائی نشان پر آجائے۔

نہ کی مزاحمتوں کو ۲۔ ب میں متناظر درجوں کی قیمتوں کے مقابلہ میں مرتسم کرو۔ شکل ۴۲ کے مطابق ایک منحنی حاصل ہوگی۔

اگر ق ذخیرہ خانہ کا ق۔ ۴۔ ب، نہ، یکس نہ کی مزاحمت اور برق پیمائے سروں کے درمیان فرق توہ ق ہو تو ق = $\frac{ق نہ}{۱۰۰۰۰}$



شکل ۴۲

ترسیم سے نہ کی وہ قیمت حاصل کرو جو ۲۔ ب میں پارہ کی اعظم بندی کے متناظر ہوتی ہے۔ پھر نہ کی اس قیمت سے ق کی قیمت دریافت کرو۔

دو خالوں کے برقی محرکوں

کے مقابلہ میں، روپیہ کے بجائے یہ برق پیمائے استعمال کیا جاسکتا ہے اس غرض کے لئے کہ کنبی کو کھول دو اور ط اور جہ کے درمیان ایک خانہ ق (جس کے ق۔ ۴۔ ب کا مقابلہ معیاری خانہ کے ساتھ کرنا ہو) جوڑ دو۔ نہ کی مزاحمت کو اب اس طرح ترتیب دو کہ شعری نلی والے پارے کی ہلالی سطح میں، نہ کو جہ یا عہ کے ساتھ جوڑنے سے کوئی حرکت نہ ہونے پائے۔ فرض کرو کہ یکس نہ کی مزاحمت، تعادل کی صورت میں نہ ہے۔ اس کے بعد بجائے ق کے معیاری خانہ کو، ق کی جگہ جوڑ دو۔ تعادل کے لئے پھر تجربہ کو اس طرح دہراؤ کہ نہ اور نہ کا مجموعہ

ہر حالت میں دس ہزار روپے کے مساوی ہے۔
اگر خیمہ، بکس، منہا کی فراہمیت اس صورت میں ہو تو

$$\frac{\text{ق}1}{\text{ق}2} = \frac{\text{س}1}{\text{س}2}$$

اس ترتیب کو ریپے کے قوت پر مبنی سے مومن کیا جاتا ہے۔

لا پلاس والا سطحی تناؤ کا سالمی نظریہ (۲۲) :-

کسی شے کے بین الساماتی فاصلے جب ایک خاص حد سے (جو بہت چھوٹی ہوتی ہے) بڑھ جاتے ہیں تو کسی دو سالمات کے درمیان قوت جاذبہ بالکل کم ہو جاتی ہے۔

ہر سالمہ کے گرد اگر ہم کرے اس طرح کہنچیں کہ ان کا نصف قطر ایسے اعظم ممکن فاصلہ کے مساوی ہو جہاں سے دوسرے سالمہ پر قابل لحاظ قوت جاذبہ عمل کر سکے تو ایسے کروں کو ”سالمی کشش کے کروں“ سے مومن کیا جاتا ہے۔ گیس کی حالت کے برخلاف، مائع کی حالت میں کسی شے کے سالمات ایک دوسرے کے بالکل قریب رہتے ہیں۔ یعنی اس صورت میں سالمی کشش کا کردہ سالمات کی ایک کثیر تعداد کو اپنے گرفت میں رکھتا ہے جن میں سے ہر ایک پر ایک خاص کششی قوت عمل کرتی ہے۔ نیوٹن کے تیسرے کلیہ قوت کی رو سے عمل اور رد عمل ہمیشہ مساوی اور متضاد ہوتے ہیں۔ لہذا مائع کے اندر ہر سالمہ کو اس کے قریب کے دیگر سالمات مساوی قوت سے مختلف سمتوں میں جذب کرتے رہتے ہیں جس سے سالمہ اپنے ابتدائی مقام پر قائم رہتا ہے۔

ایک ایسے سالمہ پر اگر غور کیا جائے جو مائع کی آزاد سطح سے قریب ہوتا ہے تو ظاہر ہے کہ یہ بالکل مختلف حالات کے تحت رہتا ہے۔

سالمات گیس کی یا بخار کی حالت میں جو مائع کی سطح کے اوپر رہتے ہیں چونکہ ان کے درمیانی فاصلے بہت زیادہ ہوتے ہیں اس لئے مائع کی سطح پر کے سالمات

وائے سالمی کشش کے کردوں کے اثر سے باہر ہوتے ہیں جس سے سطح پر کاکوئی سالمہ صرف اپنے گرد کے سطحی سالمات اور دیگر ایسے سالمات کی کشش سے جو سطح کے نیچے اس کے قریب میں واقع ہوتے ہیں متاثر ہوتا ہے۔ لہذا جب کوئی سالمہ مانع کے اندر سے سطح تک پہنچتا ہے تو اس کا مطلب یہ ہے کہ اسے حاصل کشش کو جو مانع کے اندر اس کو واپس کھینچ لیجانے کا تقاضا کرتی ہے مغلوب کر لیا اور ظاہر ہے کہ اس طرح مانع کے اندر سے سطح تک پہنچنے میں سالمہ کو کام کرنا ہو گا جو اس کی توانائی بالفعل کے خرچ سے کیا جاتا ہے۔ لیکن مانع کی تیش کا انحصار اس کے سالمات کی توانائی بالفعل پر ہوتا ہے اور چونکہ مانع کی سطح کی تیش بھی وہی ہوتی ہے جو اس کے اندرونی حصص کی ہے لہذا ایک سالمہ جو سطح تک پہنچتا ہو توانائی بالفعل میں اضافہ کے ساتھ مانع کی سطحی تیش میں بھی بیرونی مبداء سے حرارت حاصل کر کے اضافہ کرتا ہے۔

جب کسی مانع کی سطح پھیلتی ہے تو اس کا رقبہ بڑھتا ہے جس کی وجہ سے سالمات کی ایک بڑی تعداد جو پہلے مانع کے اندر تھی اب مانع کی سطح پر آ جاتی ہے۔ ان سالمات کی توانائی بالفعل وہی ہونے کے لئے جو مانع کے اندرونی سالمات کی ہے بیرونی ذرائع سے حرارت کا داخل ہونا ضروری ہے تاکہ تعادل قائم رہے۔ اس طرح جب حرارت گزار حالات کے تحت کسی مانع کی سطح پھیلتی ہے تو ہمیشہ تبرید کے اثرات ظاہر ہوتے ہیں۔ سالمات جو مانع کی سطح پر ایک دوسرے کے بالکل قریب قریب واقع ہوتے ہیں آپس میں ایک خاص قوت سے چپٹ جاتے ہیں۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ مانع کی سطح کھینچی ہوئی لچک دار جھلی کی طرح عمل کرتی ہے جس سے سطحی تناؤ کے وجود کا پتہ چلتا ہے۔

جب کوئی سالمہ مانع کی سطح سے باہر فضا میں نکل جاتا ہے تو مانع کے اندر ہی سے اس کی رفتار اتنی تیز ہوتی ہے کہ سطحی سالمات کی کشش اس کو روک کر قابو میں نہیں رکھ سکتی۔ لہذا جب کسی مانع میں تبخیر کا عمل ہوتا ہے تو صرف

زیادہ تیز حرکت والے سالمات مائع سے باہر کی فضا میں نکل جاتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ اسکا اثر ہمیشہ تیرید ہوتا ہے جو مائع کے تجزیر کا نتیجہ ہے کیونکہ تجزیر کے عمل کو جاری رکھنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ سالمات بیرونی ذرائع سے حرارت حاصل کرتے ہیں کسی مائع کے ایک گرام کو بخار میں تبدیل کرنے کے لئے اسکی مخفی حرارت کے مساوی مقدار حرارت اس میں داخل کرنی ہوتی ہے۔ حرارت کی یہ مقدار اس کام کے مساوی ہوتی ہے جو ایک گرام مائع کے سالمات کو اس کی اندرونی سطح سے آزاد سطح تک اور پھر آزاد سطح سے سطحی سالمات کے کششی اثر کے باہر فضا میں پہنچانے کے لئے درکار ہوتا ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ سطحی تناؤ اور مائع کے بخار کی حرارت مخفی میں ضرور کوئی خاص تعلق ہے۔ تجزیر کی پیش جب بڑھتی ہے تو کسی مائع کے بخار کی حرارت مخفی گھٹنے لگتی ہے، اس لئے پیش کے اضافہ سے سطحی تناؤ کی قیمت کو بھی گھٹنا چاہیئے۔

اوپر بیان کیا گیا ہے کہ تیل کی ایک پتلی جھلی اگر پانی پر موجود ہو، تو پانی کا سطحی تناؤ کم ہو جاتا ہے، اس کی وجہ غالباً یہ ہے کہ پانی اور تیل کے سالمات میں قوت کشش بالکل کم ہوتی ہے اس لئے سطح پر پانی کے سالمات کی درمیانی فضا میں جب تیل کے سالمات گھس جاتے ہیں تو پانی کے سالمات کے لئے ایمر بہت دشوار ہو جاتا ہے کہ اس پہلی بڑی قوت کے آپس میں سطح چپٹ جائیں جیسا کہ تیل کی عمودگی میں وہ چپٹ جایا کرتے تھے۔ اس وجہ سے پانی کے سطحی تناؤ میں کمی واقع ہوتی ہے۔

اب ہم یہاں ایک ایسے نظریہ کو عام فہم شکل میں بیان کرنا چاہتے ہیں جو لایلاس اور اس کے ساتھیوں نے پہلے پہل دُنیا کے سامنے پیش کیا ہے۔

بخار کی حرارت مخفی :- فرض کرو کہ ک ک گیت کا ایک سالمہ کسی مائع کی سطح سے چلکر او سکے اوپر کی خالی فضا میں ایک ایسے فاصلہ پر پہنچ جاتا ہے جو سالمی کشتی کڑے کے نصف قطر سے زیادہ ہے۔ ظاہر ہے کہ سالمہ پر کام صرف اس وقت کیا

جائے گا جب کہ وہ سطح سے سالمی کشش کے نصف قطر کے فاصلے کی حد سے باہر ہوگا۔ سالمی کشش کی قوتوں کے کلیہ کو فرض کرنے کے بغیر یہ تصور کرنا کہ سالمی کشش کے نصف قطر ص کو عین سطح مائع کے اوپر ہم طول کے ناچھوٹے چھوٹے ٹکڑوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ اس طرح ہر چھوٹے ٹکڑے یا عنصر کا طول $\frac{V}{n}$ کے مساوی ہوگا۔ فرض کرو کہ سالمہ پر قوت جبکہ وہ ان عناصر کے پہلے عنصر میں گزرتا ہے کثرت Q کے مساوی اور جبکہ وہ دوسرے عنصر میں سے گزرتا ہے کثرت Q' کے مساوی ہے۔ علیٰ ہذا القیاس آخری عنصر میں جب سالمہ گزرتا ہے تو قوت

کثرت Q ہوگی جہاں $Q = \text{مائع کی کثافت اور } Q' = \text{کثرت}$ ۔
 وغیرہ سطح سے فاصلوں پر منحصر ہوں گے اور ان کی قیمتیں بتدیج ٹھہرتی جائیں گی۔

پہلے عنصر کو طے کرنے میں کام ہو کیا گیا = کثرت Q ۔
 دوسرے " " " = کثرت Q' ۔

اسی طرح مجموعی کام جو سالمہ پر ان عنصروں میں گزرتے، یعنی فاصلہ ص طے کرنے میں کیا گیا

$$= \frac{Q}{V} \{ k \cdot Q + k \cdot Q' + k \cdot Q'' + \dots \}$$

$$= k \cdot Q \cdot \left\{ \frac{Q + Q' + Q'' + \dots}{Q} \right\}$$

$$= k \cdot Q \cdot \left(\frac{Q + Q' + Q'' + \dots}{Q} \right) = k \cdot Q \cdot \left(\frac{Q + Q' + Q'' + \dots}{Q} \right)$$

”لیکن کسی سالمہ کو مائع کے اندر سے مستوی سطح تک لانے میں جو کام کیا جاتا ہے وہ اس کام کے مساوی ہوتا جو سالمہ کو مائع کی سطح سے مائع کی اوپر کی فضا میں ایسے فاصلے تک لیجانے میں کرنا ہوتا ہے جو سالمہ کے کششی قوت کی حد سے باہر ہو“

لہذا ایک سالمہ کو مائع کے اندر سے مستوی سطح تک لانے اور پھر یہاں سے

سطح کی اوپر کی فضا میں، ساہی کششی قوت کی حد سے باہر لے جانے میں جو کام کیا جائے گا وہ = ۲ ک ثہ ص ق

فرض کر دو کہ مائع کے اکائی حجم میں سالمات کی تعداد = ع

تب اکائی حجم مائع کی کمیت = ک ع = ثہ

لہذا ع سالمات کو مائع کی سطح سے اوپر کی فضا میں لے جانے کے لئے کام

= ع ک ثہ ص ق = ثہ ص ق = گٹ (فرض کرو)

اکائی حجم کے مائع کی تجزیر کی صورت میں، اکائی حجم میں جو سالمات موجود ہوتے

ہیں، وہ سطح کے اندر سے کششی کڑے کی حد کے باہر تک فاصلہ طے کرتے

ہیں اور چونکہ اکائی حجم کے سالمات کی کمیت = ثہ لہذا کام جو اس صورت میں کیا جائے گا

= ۲ ثہ ص ق = ۲ گٹ

اگر مائع کی فی اکائی کمیت حرارت مخفی μ ہو تو

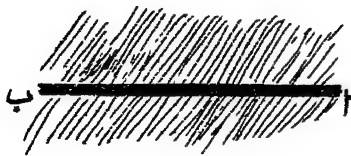
ثہ μ ج = ۲ گٹ (۶۵)

جہاں جو = حرارت کی اکائی مقدار کا معادل حلی۔

کسی مائع کی تمدیدی طاقت :-

فرض کر دو کہ ۱ ب (شکل ۴۳) کسی مائع کی سطح کے اندر کہنچے ہوئے ایک

فرضی مستوی کی تراش کو تعبیر کرتا ہے۔



مائع کی تمدیدی طاقت سے ۱ ب

کے فی مربع سمر پر عمل کرنے والی وہ قوت

مراد ہے (مثلاً ثہ ڈائین فی مربع سمر)

جو ۱ ب کے اوپر کے مائع کو نیچے کے

مائع سے علیحدہ کرنے کے لئے درکار ہوگی۔

شکل ۴۳

۱ ب کے نیچے کا مائع ان تمام سالمات کو جذب کرے گا جو ۱ ب کے اوپر فاصلہ

ص کے اندر واقع ہوں۔

چونکہ ۱ باب کے فی مربع سمر پنجویں قوت تہ عمل کرتی ہے لہذا ۱ باب کے اوپر اگر مائع میں ایک چھوٹا سا فاصلہ فہ ہٹاؤ واقع ہو تو فی اکائی رقبہ جو کام کیا جائے گا تہ فہ ہوگا، یہ کام اس قوت کشش کو مغلوب کرنے کے کام کے مساوی ہوگا جس قوت سے ۱ باب کے نیچے کا مائع ۲ باب کے اُن اوپر کے سالمات پر عمل کرتا ہے (جو کہ صی موٹائی اور اکائی رقبہ والے مائع کی ایک پرت میں واقع ہوتے ہیں) فرض کرو کہ صی موٹائی کی اس پرت کو ہم سالمات کے ن پرتوں میں تقسیم کرتے ہیں اور ان میں سے ہر ایک پرت میں فی اکائی رقبہ ع سالمات ہیں۔ اس صورت میں صی موٹائی اور اکائی رقبہ والی پوری پرت کی کیت ع کے مساوی ہوگی جہاں کہ ایک سالمہ کی کمیت ہے۔

$$\text{لہذا کمیت فی اکائی حجم} = \frac{\text{ن ع ک}}{\text{ص}} = \text{تہ} = \text{مائع کی کثافت}$$

$$\therefore \text{ن ع ک} = \text{تہ صی}$$

فرض کرو کہ ۱ باب کے نیچے کا مائع جس قوت سے ۲ باب کی اوپر والی پہلی پرت کے ہر سالمہ پر عمل کرتا ہے وہ ک تہ ق کے مساوی ہے اور دوسرے تیسرے ن دیں پرت تک قوتیں بالترتیب ک تہ ق، ک تہ ق، ک تہ ق کے مساوی ہیں۔ جب ۱ باب کے اوپر اور عین نیچے کے مائع کے درمیان چھوٹا سا نقل مکان فہ واقع ہو تو سالمات کی ہر پرت میں بھی یکساں فاصلہ فہ کا نقل مکان اس قوت کے مقابلہ میں واقع ہوگا جو ۲ باب کی طرف اُن کو کھینچتی ہو۔

مائع جس قوت سے پہلی پرت کے تمام سالمات کو جذب کرتا ہے وہ ک ع تہ ق کے مساوی ہے۔ لہذا فہ نقل مکان کی وجہ سے جو کام ہوا = ک ع تہ ق فہ

اسی طرح دوسری پرت کے لئے کام = ک ع تہ ق فہ

لہذا مجموعی کام جو تمام پرتوں کی کشش کو مغلوب کرنے میں کیا گیا

$$= ک ع ث ق فہ + ک ع ث ق فہ + + ک ع ث ق فہ$$

$$= ک ع ث ق فہ + ق + ق + ق + + ق + ق + ق + ق$$

$$= ث ا ص ف ق = گ ف = ت ف$$

∴ گ = ت (۶۶)

لہذا مساوات (۶۵) اور (۶۶) سے ملح اور ت کے درمیان ہمیں ایک راست تعلق حاصل ہو جاتا ہے۔ لیکن اس نظریہ میں مانع کے سالمات کی حرکت کا کوئی لحاظ نہیں رکھا گیا، اس کی وجہ یہ ہے کہ داپلاس کا یہ نظریہ اس وقت پیش کیا گیا تھا جبکہ گیسوں اور مائعات کے نظریہ متحرک کی بنیاد قائم نہیں ہوئی تھی۔ ہمیں اب اس بات کا علم ہے کہ جیسے پیش بڑھتی ہے، سالمات کی رفتار بھی بڑھنے لگتی ہے لہذا گ کی قیمت کم ہونے لگتی ہے۔ یعنی اسکا مطلب یہ ہے کہ مانع کی تمدیدی طاقت کم ہونے لگتی ہے۔

اب فائڈروال کی مساوات پر غور کرو جس سے کسی مائع کے دباؤ D اور حجم H کے درمیان تعلق ظاہر ہوتا ہے۔

$$(D + \frac{1}{H}) (H - B) = C \text{ (۶۷)}$$

جہاں B اور C مستقل ہیں اور T مطلق درجوں میں پیش ہے۔

حرارت کی کتابوں سے یہ ظاہر ہے کہ اس مساوات میں $\frac{1}{H}$ اس قوت کشش کو تعبیر کرتا ہے جو ایک مربع سمرقہ کے مستوی پر مقابل کے رُج کے سالمات لگاتے ہیں۔ پس جب کوئی شے مانع کی حالت میں ہوتی ہے تو $\frac{1}{H}$ کی قیمت وہی ہوتی ہے جو گ کی ہے۔

اگر اوپر کی مساوات کسی شے کے ایک گرام پر صادق آتی ہے تو $\frac{1}{H}$ اس شے کی کثافت D ہو جاتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ گ = $\frac{1}{H}$ کے

یا نہ ۲ کے متناسب ہے۔
پانی کے لئے تجربہ سے، گٹ کی قیمت بھی ۱ کے رتبہ کی حاصل ہوئی ہو۔
اس سے لاپلاس کے نظریہ کی تصدیق عجیب طرح سے ہوتی ہے۔

سطحی تناؤ :- شکل ۲۳ میں مستوی ۱ ب کے اوپر کے مائع کو، ۱ ب کے نیچے کے مائع سے اس طرح علیحدہ کریں کہ درمیانی فاصلہ ص سے زیادہ ہو جائے تو مائع کی دونوں سطحیں سہیں حاصل ہوں گی۔ چونکہ کسی مائع کا سطحی تناؤ اس کام کے مساوی ہے جو مائع کی سطح میں اکائی رقبہ کا اضافہ کرنے کے لئے درکار ہوتا ہے لہذا ۱ ب کے ہر اکائی رقبہ کے لئے کام جو کرنا ہو گا وہ زیر بحث دو سطحوں کی وجہ سے مائع کے سطحی تناؤ کا دوگنا ہو گا۔

ہم یہاں یہ فرض کر لیتے ہیں کہ قوت کشش اس وقت تک مستقل رہتی ہے جب تک کہ سالمہ سطح ۱ ب سے فاصلہ ص طے نہیں کرتا اور اس کے بعد وہ بالکل صفر ہو جاتی ہے۔

یہ اگرچہ کہ غیر تشفی بخش مفروضہ ہو لیکن اس سے ہمیں بہت سے قیمتی معلومات حاصل ہوں گے۔

جب ۱ ب کے اوپر کا مائع، اس مستوی کے علی القوائم ہٹایا جاتا ہے تو سالمات کے پرت یکے بعد دیگرے ۱ ب کے نیچے کے مائع کی سالمی کششی قوت کے حد سے باہر گزرتے ہیں، حتیٰ کہ تمام پرتیں اس حد کے باہر ہو جاتے ہیں جبکہ نقل مکان ص ہوتا ہے۔ لہذا ص نقل مکان کے دوران میں ۱ ب کے نیچے کے مائع سے سالمات کے جن پرتوں پر قوت کشش عمل کرتی ہے، ان پرتوں کی اوسط تعداد $\frac{n}{2}$ ہوگی۔

جہاں ن سالمات کے پرتوں کی وہ مجموعی تعداد ہے جس میں ص پہلے کی طرح تقسیم کیا جاتا ہے لہذا مساوات (۶) کے حاصل کرنے میں جو طریق عمل اختیار کیا گیا تھا اسی طرح یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ کام جو کیا جاتا ہے وہ

(گ) $\frac{x}{2}$ ص کے مساوی ہے۔
لیکن یہ کام جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے مانع کے سطحی تناؤ کا دو گنا ہوتا ہے۔

$$\frac{\text{گ} \text{ ص}}{2} = ۲۰ \text{ ص}$$

یعنی $۲۰ \text{ ص} = \frac{\text{گ} \text{ ص}}{2}$ (۶۸)
اس مساوات سے ص کی کم از کم ممکن قیمت حاصل ہوتی ہے جو سالی کشش کا نصف قطر ہے۔ پانی کے لئے صفر درجہ میسری پر $۲۰ \text{ ص} =$

$$۷۶ \text{ گ} \text{ سم} = ۲۰ \times ۱۰ \frac{\text{ڈائین}}{\text{مریخ سم}}$$

لہذا پانی کے لئے ص کی کم از کم قیمت $۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$ سم حاصل ہوتی ہے نیگ نے ص کی کمترین قیمت دریافت کرنے کے لئے اس طریقہ کو استعمال کیا تھا۔

اوپر جو مساوات (۶۸) حاصل کی گئی ہے یہ کچھ زیادہ اطمینان کے قابل نہیں ہے۔ بعد میں یہ فرض کرنے کے بعد کہ دو مساوات ایک دوسرے کو ایسی قوت سے جذب کرتے ہیں جو ان کے مرکوزوں کے درمیانی فاصلہ کی تاویں طاقت سے متناسب معکوس رکھتی ہے ص اور گ کے درمیان حسب ذیل تعلق دریافت کیا گیا ہے۔

$$\frac{\text{ص}}{\text{گ}} = \frac{۳}{۱۶} \cdot \frac{(۴-ن)}{(۵-ن)} \cdot \text{ف}$$

جہاں $\text{ف} = \text{سالمی قطر}$

اس مساوات سے ظاہر ہے کہ ن کی قیمت ۵ سے زیادہ ہونی چاہئے۔ اکثر مائع کے لئے تجربہ سے تصدیق کے بعد یہ دریافت کیا گیا ہے کہ

$$\frac{ف}{۴} = \frac{س}{۸}$$

اس مساوات سے ن کی قیمت ۸ ہونی چاہیے۔ لہذا اس سے ظاہر ہے کہ سالمی کششی قوت فاصلہ کی ۸ ویں طاقت سے تناسب معکوس رکھتی ہے۔

مانع کی سطح سے نکل کر باہر جانے والے سالمہ کی رفتار :-

ایک ایسے سالمہ کے لئے جو مانع کی سطح کے نیچے ص فاصلہ پر ہو اس بات کا امکان ہے کہ سطح کو پہنچنے تک یہ دوسرے سالمات کے ساتھ متعدد دفعہ متصادم ہو۔ ہر تصادم کے ساتھ سالمہ کی رفتار میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ اس لئے مانع کی سطح کے نیچے کسی سالمہ کی رفتار کا تعین ناممکن ہے اور یہ بھی یقین کے ساتھ نہیں کہا جاسکتا کہ آیا اس کی کوئی خاص رفتار سطح کے باہر اس کو لے جائے گی یا نہیں۔ اگر کوئی سالمہ مانع کی سطح کو انتصافاً مسا رفتار سے چھوڑتا ہو تو وہ اس صورت میں باہر بج نکلے گا جبکہ اس کی توانائی بالفعل اس کام سے زیادہ ہو جو اس کو مانع کے سالمی کشش کی حد سے باہر لے جانے کے لئے درکار ہوتا ہے۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ ع سالمات کو مانع کی سطح سے اوپر کی فضا میں لے جانے کے لئے گئے کام درکار ہوتا ہے جہاں ع مانع کے اکائی حجم میں سالمات کی تعداد ہے۔

چونکہ $\theta = k \times$ لہذا کمیت کے ہر سالمہ کو لے جانے

میں کام جو کرنا ہوتا ہے

$$= \frac{گ}{ع} = \frac{ک}{۴}$$

لہذا ایک سالمہ باہر نکل جائے گا اگر

۱ ک مٹا کے ک گٹ

یعنی اگر مٹا کے ۲ گٹ

پانی کے لئے سفرد درجہ مٹی پر چونکہ نہ کی قیمت ۱ ہوتی ہے اور گٹ =

$$= 10 \times 1524 \frac{\text{ڈالین}}{\text{مرلج سمر}}$$

لہذا مٹا کی قیمت ۱۰ × ۱۵۲۵ = ۱۵۲۵۰ سے زیادہ ہونی چاہیے۔

لیکن بنجار کی حالت میں پانی کے سالمہ کی اوسط رفتار صفرد درجہ مٹی پر

$$= 10 \times 4 \text{ سمر فی ثانیہ}$$

لہذا اس سے ظاہر ہے کہ ایک سالمہ، مائع کی سطح کے باہر نہیں نکل

سکتا جب تک کہ اس کی رفتار اس کے ہمسایہ سالمات کی اوسط رفتار سے

زیادہ نہ ہو۔



Chapter VII.

- (١) Properties of Matter "Wagstaff" P237, (1924)
- (٢) " " " " P233, (1924)
- (٣) General Physics for Students "Edser," P305 (1926)
- (٤) Properties of Matter "McEwen" P214 (1923)
- (٥) Properties of Matter "Poynting & Thomson", P152 (1922)
- (٦) " " " " P154, (1922)
- (٧) Wiedemann's Annalen, 30 P209
- (٨) Pogg Annalen, 119, 176 (1863) or
Advanced Practical Physics "Worsnop & Flint" P125 (1927)
- (٩) Advanced Practical Physics "Worsnop & Flint" P143, (1927)
- (١٠) " " " " P142, (1927)
- (١١) Phil Mag; 30, 386, (1890)
- (١٢) Phil Mag. 44, 369 (1897)
- (١٣) Phil. Mag. Feb. & April (1916)
- (١٤) Proc Phys. Soc. 36, 73 (1923)
- (١٥) " " 44, 511, (1932)
- (١٦) " " 45 88 (1933)
- (١٧) Phil. Mag. 4, 358 (1927)
- (١٨) Properties of Matter "Newman & Searle" P171 (1928)
- (١٩) Wiedemann's Annalen, 27, 448 (1886)
- (٢٠) Properties of Matter "Poynting & Thomson", P167 (1922)
- (٢١) Electricity and Magnetism "J. H Jeans" P81 (1925)
- (٢٢) General Physics for students "Edser" P289, P351 (1926)

آٹھواں باب

لزوجت

مائع اگر کسی نالی میں سے بہہ رہا ہو تو اس کے مختلف پرت مختلف رفتاروں کے ساتھ ایک دوسرے پر سے پھسلتے ہوئے حرکت کرتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ اوپر کے پرت کی رفتار، نچلے پرتوں کی رفتار سے اس وجہ سے زیادہ ہوگی کہ نچلے پرت نالی کی سطح سے چٹے ہوئے ہوتے ہیں۔ نالی کی نچلی سطح پر مائع کی رفتار اسی لئے صفر تصور کی جاتی ہے۔ کناروں پر بھی درمیانی حصوں کی بنسبت مائع کی رفتار بہت کم ہوا کرتی ہے۔

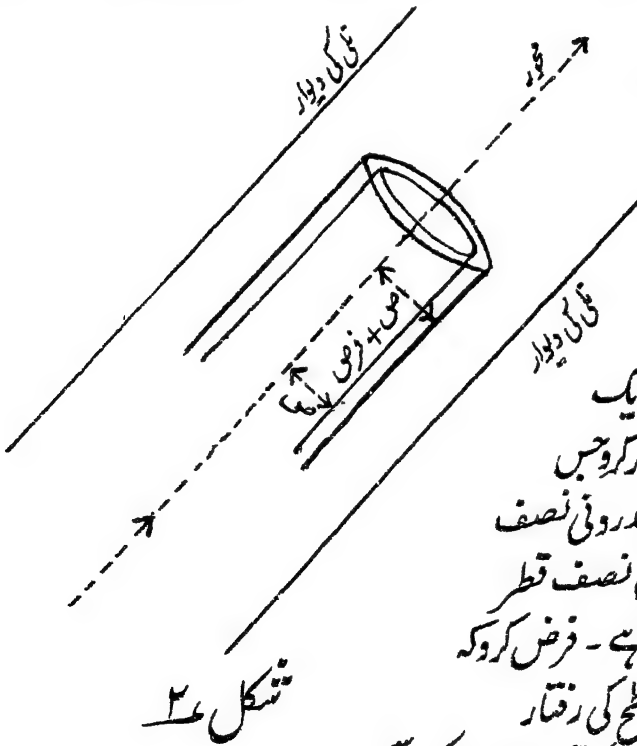
اگر کسی شعری نالی میں سے مائع بہہ رہا ہو تو نالی کی سطح کے قریب رفتار بہت کم اور محور پر بہت زیادہ ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں مائع کے پرتوں کی رفتار میں ان کے درمیانی فاصلوں اور مائع کی لزوجت کے لحاظ سے تبدیلی ہوتی رہتی ہے۔ ٹھوس اشیا میں استواری کے معیار سے بخت کی گئی تھی لیکن مائع حالت اور گیسوں میں استواری کے معیار کے بجائے ”لزوجت“ سے بخت کی جاتی ہے۔ میکسول کے کہنے کے مطابق قدر لزوجت اس قوت کو کہتے ہیں

جس کی وجہ سے یکائی رقبہ والی دو ایسی سطحوں کے درمیان جو ایک دوسرے سے یکائی فاصلہ پر ہوں یکائی تفاوت رفتار پیدا ہوتی ہے۔

$$\frac{ق لا}{س۲} = \frac{ق}{س} = \frac{\frac{قوت}{رقتہ}}{\frac{تفاوت رقتار}{سطحوں کا درمیانی فاصلہ}} = چنانچہ لزوجت لہ =$$

اس سے لہ کی تعریف کی جاسکتی ہے۔

(۱) شعری نلی میں سے مانع کا بہنا:۔ مانع کو ہم چونکہ بچکا نہیں سکتے لہذا کسی نلی میں جتنے حجم کا مانع داخل ہوگا اتنا ہی اس میں سے خارج بھی ہوگا۔



شکل ۱ میں

ایک شعری نلی

بڑے پیمانہ پر دکھائی

گئی ہے جس میں

مانع بہہ رہا ہے۔

اس مانع کے ایک

ایسے اسطوانہ پر غور کرو جس

کا طول یکائی اور اندرونی نصف

قطر ص اور بیرونی نصف قطر

ص + فرض ہے۔ فرض کرو کہ

مانع کی اندرونی سطح کی رقتار

س + فرض (محور کے قریب ہونے کی وجہ)

اور بیرونی سطح کی س ہے۔

میکسول کے کلیہ کی رو سے اس اسطوانہ کی اندرونی سطح پر حماسی قوت

$$= \pi ۲ ص لہ = \frac{فرض س}{فرض ص} = ص کا کوئی تفاعل = ف (ص)$$

اور ماسی قوت اس اسطوانہ کی بیرونی سطح پر = ف (ص + فرض) =

$$= \text{ف (ص)} + \text{فرض ف (ص)}$$

لہذا حاصل قوت مائع کے اسطوانہ پر = ف (ص + فرض) - ف (ص)

$$= \text{فرض ف (ص)}$$

$$= \text{فرض } \pi r^2 \text{ لہ فرض (ص فرض)}$$

فرض کرو کہ نلی کا طول = ل اور اسکے دونوں سروں کا فرق دباؤ = د

$$\text{اس صورت میں دباؤ فی اکائی طول} = \frac{د}{ل}$$

اس اسطوانہ پر دباؤ کی وجہ سے حاصل قوت = $\pi r^2 \text{ ص فرض} \frac{د}{ل}$

اب چونکہ مائع کی حرکت یکساں ہے اسوجہ سے کہ وہ پچکا یا نہیں جا رہا ہے۔

$$\therefore \pi r^2 \text{ ص فرض} \frac{د}{ل} + \text{فرض } \pi r^2 \text{ لہ فرض (ص فرض)}$$

$$= \text{صفر لہ فرض (ص فرض)} = \frac{د}{ل} \text{ ص}$$

$$\therefore \text{لہ فرض (ص فرض)} = \frac{د}{ل} \text{ ص فرض}$$

اس کو تکملاتے سے لہ فرض =

$$= \frac{د}{ل} \cdot \frac{\text{ص}^2}{۲} + \text{گ}$$

جہاں گ = مستقل

$$\text{یعنی لہ فرض} = \frac{د}{ل} \cdot \frac{\text{ص}^2}{۲} + \text{گ} \frac{\text{فرض}}{\text{ص}}$$

اس کو دوبارہ تکملاتے سے لہ مر =

$$+ \text{گ} \frac{\text{لوک ص}}{۲} + \text{گ}$$

جہاں گ = دوسرا مستقل

اب جبکہ ص = صفر یعنی محور پر رقتار سا جیسا کہ ضابطہ میں اندراج سے حاصل ہوتا ہے۔ ∞ کے مساوی نہیں ہے (بلکہ صرف اعظم ہے) اس لئے گ کو صفر ہونا چاہیے۔

$$\therefore \text{سا} = - \frac{\text{گ}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ص}^1}{\text{م}} + \text{گ}^2$$

اب جبکہ ص = ف = نلی کا نصف قطر
تو سا = صفر (کیونکہ نلی کی دیوار پر رقتار صفر ہے)
ان کا اندراج کرنے سے :-

$$\text{گ}^2 = \frac{\text{د}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ف}^1}{\text{م}}$$

$$\therefore \text{سا} = \frac{\text{د}}{\text{ل}} (\text{ف}^1 - \text{ص}^1)$$

$$\text{یعنی سا} = \frac{\text{د}}{\text{ل}} (\text{ف}^1 - \text{ص}^1) \dots \dots \dots (۱)$$

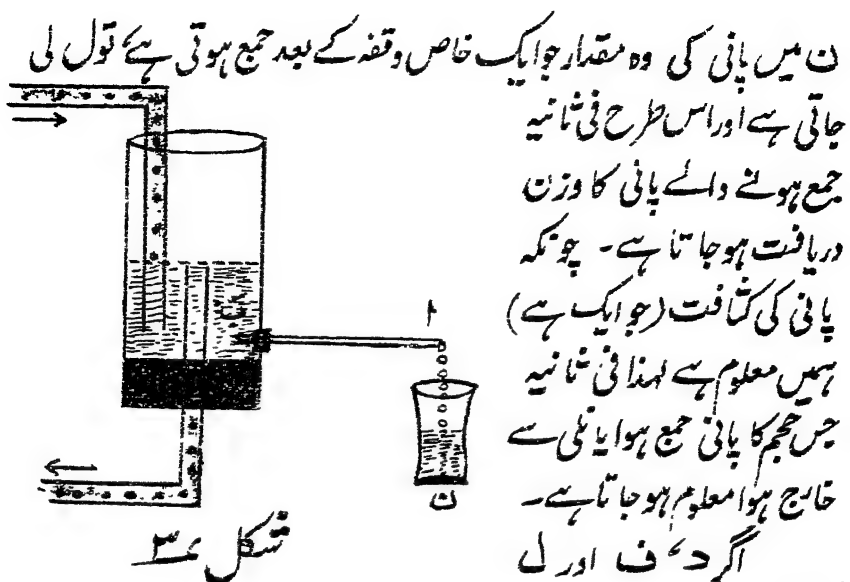
مائع کا وہ حجم جو فی ثانیہ خارج ہوا = حصہ = رقتار × رقبہ

$$= \left(\frac{\text{د}}{\text{ل}} (\text{ف}^1 - \text{ص}^1) \right) \times \text{صفر} = \frac{\text{د}}{\text{ل}} (\text{ف}^1 - \text{ص}^1) \times \text{صفر}$$

$$= \frac{\text{د} \times \text{ف}^1}{\text{ل}} \dots \dots \dots (۲)$$

اس ضابطہ کو پوپائیل نے ۱۸۶۷ء میں حاصل کیا تھا۔

تجربہ فی تفصیلات :- شکل ۳ میں ۱ ب ایک شعری نلی ہے جو ایک اسطوانہ نما برتن میں قائم کر دی گئی ہے۔ برتن میں پانی کی بلندی مستقل رکھی جاتی ہے تاکہ نلی کے سرے ب پر دباؤ مستقل رہے۔
اس بلندی کو اور نیز شعری نلی کو بدل بدل کر شہادت لئے جلتے ہیں۔



ن میں پانی کی وہ مقدار جو ایک خاص وقفہ کے بعد جمع ہوتی ہے تولی جاتی ہے اور اس طرح فی ثانیہ جمع ہونے والے پانی کا وزن دریافت ہو جاتا ہے۔ چونکہ پانی کی کثافت (جو ایک ہے) ہمیں معلوم ہے لہذا فی ثانیہ جس حجم کا پانی جمع ہوا یا نی سے خارج ہوا معلوم ہو جاتا ہے۔ اگر د، ف اور ل کی قیمتیں معلوم ہوں تو ہم لہ معلوم کر سکتے ہیں۔

۲ پر صرف کردہ ہوائی کا دباؤ ہے اور ب پر کردہ ہوائی کا دباؤ + ب ج نہ جہاں ب = پانی کے اسطوانہ کی بلندی، سطح سے ب تک اور نہ = پانی کی کثافت =

∴ فرق دباؤ = ب ج نہ = ب ج چونکہ پانی کے لئے نہ = ۱

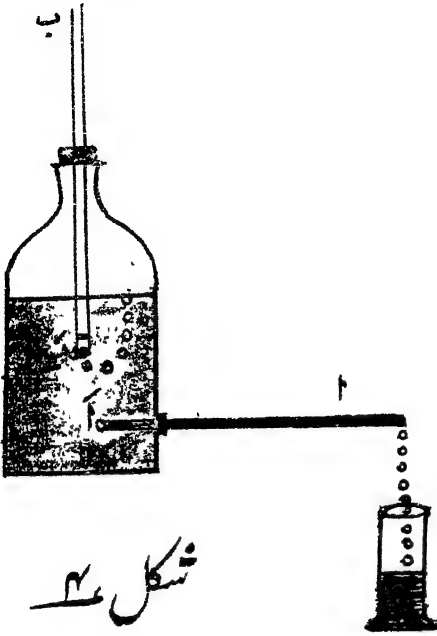
$$\frac{ب ج نہ \pi ف^۳}{ل^۳} = \text{نہ}$$

اس سے پانی کیلئے لزوجت معلوم کر سکتے ہیں۔

لزوجت کو "ڈائین فی مربع سمر فی رقتاری ڈیال" یا زیادہ سہولت کے لئے "پوائنسیوں" میں لکھا جاتا ہے۔ اس اصطلاح کو سب سے پہلے ڈیالی اور پارٹنر نے ۱۹۱۳ء میں پیش کیا تھا۔

اگر کوئی مائع لیا جائے تو $\frac{ب ج نہ \pi ف^۳}{ل^۳} = \frac{۳}{نہ}$ جہاں م فی ثانیہ جمع شدہ مائع کی کمیت =

اسی تجربہ کو شکل ۲۷ کی ترتیب کے مطابق بھی کیا جاسکتا ہے۔



ب ب ایک معمولی شیشہ کی نلی ہے جو ایک بوتل میں شکل ۲۷ کے مطابق کاک اور موم یا لٹاک وغیرہ سے جوڑ دی جاتی ہے۔

پچھلا سیرا ب مائع میں ڈوبا ہوا ہوتا ہے۔ ا ا ایک شعری نلی ہے جس میں سے مائع جب باہر نکلتا ہے تو بوتل میں چونکہ ہوا بند ہے، ایک خاص وقت کے بعد نلی کے سرے ب سے ہوا کے بلبلے نکلنے لگتے ہیں۔

یعنی اس کا مطلب یہ ہوگا کہ ب پر کرہ ہوائی کا دباؤ ہے جو وہاں مستقل ہوتا ہے۔ ا پر کے دباؤ کو ہم معلوم کر سکتے ہیں اور یہ، ب پر کے کرہ ہوائی کے دباؤ + ب ج ث کے مساوی ہے جہاں ب سے ا اور ب کی درمیانی بلندی مراد ہے جس کو متحرک خوردبین کے ذریعہ معلوم کر لیا جاسکتا ہے۔

اس طرح کے عمل سے یہ فائدہ ہے کہ ا پر دباؤ مستقل رہتا ہے اور مائع کی زیادہ مقدار لینے کی ضرورت نہیں رہتی۔ اس کو میریٹ کی بوتل سے موسوم کیا جاتا ہے۔

اس تجربہ میں ضروری ہے کہ شعری نلی کے تراش عمودی کا رقبہ حتی الامکان یکساں ہو۔ نلی کے نصف قطر کی چوتھی طاقت ضابطہ لزوجیت میں استعمال ہونے کی وجہ سے نہایت احتیاط کے ساتھ نلی کے نصف قطر کی

قیمت دریافت کرتی ہوگی۔ اس کے لئے نلی کو پارے سے بھر کر ڈوری کے طول کو نہایت صحت کے ساتھ دریافت کر لینا چاہیے۔ پھر پارے کو تو لکیر اس کی معلوم کثافت سے اس کا حجم دریافت کرنا ہوگا۔ پارے کے اس حجم کو اس کی ڈوری کے طول سے تقسیم کرنے سے نلی کے تراش عمودی کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔ اس طرح نصف قطر کی صحیح قیمت معلوم ہو جائے گی۔ چونکہ مائع کی لزوجت، اس کی تیش کے ساتھ فوراً متغیر ہوتے لگتی ہے اس لئے دوران تجربہ میں تیش کو مستقل رکھنا بھی ضروری ہے۔

صحیح ضابطہ :- شعری نلی کے سرے بک پر دباؤ دہ نہیں ہے جو بک کے اوپر کے حصہ پر ہوتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ اوپر والے مائع کا حصہ لزوجت کی قوتوں کے باوجود مائع کو صرف شعری نلی میں داخل ہی نہیں کرتا بلکہ مائع میں رقا، یعنی توانائی بالحرکت بھی پیدا کرتا ہے۔ اوپر والے مائع کا حصہ مائع کو متحرک رکھنے کے لئے کام بھی کرتا رہتا ہے، اس لئے دباؤ د ب ج نہ کے مساوی نہ ہوگا بلکہ اس سے کم ہوگا کیونکہ مائع کے داخل کرنے اور اس میں توانائی بالحرکت پیدا ہونے سے دباؤ بٹ کر کم ہو جاتا ہے۔

لہذا کام اکائی وقت میں = دباؤ \times حہ = ب ج نہ حہ، بشرطیکہ مائع ساکن ہوتا۔ لیکن یہ کام، مائع کو لزوجت والی قوتوں کی مزاحمت کے باوجود نلی میں داخل کرنے اور اس میں توانائی بالحرکت پیدا کرنے میں صرف ہوتا ہے۔ اور صحیح کام جو اکائی وقت میں ہمیں چاہیے = د حہ

جہاں د = صحیح دباؤ

اس لئے یکائی وقت میں کام میں فرق = ب ج نہ حہ - د حہ

= وہ کام جو یکائی وقت میں توانائی بالحرکت پیدا کرنے میں صرف ہوا

$$= \frac{1}{4} \pi r^2 \times \int_0^h \frac{1}{r} \times \pi r^2 \times \text{صفر}$$

مساوات (۱) اور (۲) کی مدد سے $\frac{۲}{۳} \text{ حہ} = (\text{ف}^۲ - \text{ص}^۲)$

لہذا وہ کام جو یکائی وقت میں توانائی یا حرکت پیدا کرتے ہیں صرف ہوا

$$= \frac{۱}{۲} \text{ ثہ} \left[\frac{۲}{۳} \text{ حہ} = (\text{ف}^۲ - \text{ص}^۲) \right] \text{ صفر}$$

$$= \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$$

$$\therefore \text{ب ج ثہ حہ} - \text{د حہ} = \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$$

$$\text{یعنی ب ج ثہ} - \text{د} = \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$$

$$\text{یعنی ج ثہ} (\text{ب} - \frac{\text{حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}) = \text{د}$$

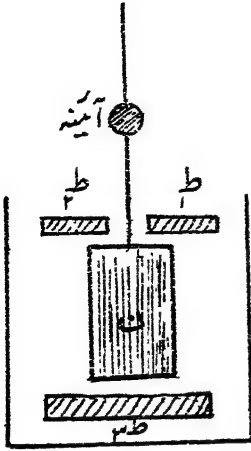
اس مساوات سے ظاہر ہے کہ 'د' ب ج ثہ کے مساوی نہیں ہے بلکہ اس سے کم ہے، یعنی بلندی 'ب' اصل سے کسی قدر کم ہے لہذا اس تجربہ میں بلندی 'ب' (جو خوردبین سے حاصل ہوتی ہے) میں سے $\frac{\text{حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$ کو تفریق کرنا چاہیے۔

$$\text{چنانچہ صحیح بلندی} = \text{ب} - \frac{\text{حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$$

$$= \text{ب} - \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}$$

یہ ولبر فورس، ہیگن باق اور کالمیٹ کی تصحیح کہلاتی ہے۔
لہذا کسی مانع کے لئے صحیح ضابطہ:-

$$\text{(ب} - \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲}) \text{ ج ثہ} = \frac{\text{ثہ} \text{ حہ}^۲}{۳ \text{ ف}^۲} \text{ (۳)}$$



(۲) گردشی اسطوانہ کا طریقہ: شکل ۵ میں
ن ایک پتیل کا ٹھوس اسطوانہ ہے اور ن اسطوانہ نما
برتن ہے۔

ن کو فاسفر برائز کے تار کے ذریعہ لٹکایا گیا
ہے۔ ن اور ن کے درمیانی حصہ میں وہ مائع
ڈالا جاتا ہے جس کی لزوجیت دریافت کرنی
ہوتی ہے۔

بیرونی اسطوانہ ن کو موٹر کے ذریعہ گھمایا
جاتا ہے چنانچہ مائع کے پرت بھی دائری وضع
میں گھومتے ہیں جوں جوں ہم اسطوانہ ن کی سطح سے قریب ہوتے جائیں گے
ان دائری پرتوں کی رفتار بھی بتدریج گھٹتی جائے گی۔ جب ن کو گھمایا جاتا
ہے تو ن بھی ایک خاص زاویہ میں گھوم جاتا ہے۔ اس کو آئینہ کے ذریعہ
معلوم کیا جاسکتا ہے۔

ط، ط اور ط محاذ طہ قہ ہیں جوں کے اوپر اور نیچے گھومنے والے مائع
کے اثر کو ملاحظہ کر دیتے ہیں۔ یہاں مائع کی حرکت دائری ہے لیکن شعری غلی
میں مائع خط مستقیم میں حرکت کرتا ہے۔

$$ل = \frac{ق}{س}$$

فرض کرکہ ن ویں پرت کی زاویہ رفتار $ل$ ہے اور نصف قطر $ص$
اور $(ن + ۱)$ ویں پرت کی زاویہ رفتار $ل + ۱$ اور نصف قطر
 $ص + ۱$ فرض ہے اس صورت میں دونوں کے زاویہ رفتاروں میں
فرق = $ل + ۱$
اور دونوں پرتوں کے درمیان فاصلہ $لا =$ فرض

اور دونوں میں تفاوت رقتار سے = ص فر W

$$\therefore \text{قوت ق} = \frac{\text{لہ ۲ ص فر } W}{\text{فرص}} =$$

$$= \frac{\text{لہ ۲ ص ل ص فر } W}{\text{فرص}}$$

جہاں ل = اندرونی اسطوانہ ن کا طول مانع کی سطح سے اس کے نچلے

حصہ تک - \therefore جفت جو اس اسطوانہ ن پر عمل کرتا ہے = گ (فرض کرو)

$$= \frac{\text{لہ ۲ ص ل ص فر } W}{\text{فرص}}$$

$$\text{یعنی گ } \frac{\text{فرص}}{\text{ص}} = \text{لہ ۲ ص ل فر } W$$

$$\text{لہذا پورا جفت} = \int_0^{\text{لہ ۲ ص ل فر } W} \frac{\text{گ } \frac{\text{فرص}}{\text{ص}}}{\text{ص}} = \int_0^{\text{لہ ۲ ص ل فر } W} \frac{\text{گ } \frac{\text{فرص}}{\text{ص}}}{\text{ص}} \text{ ص}$$

جہاں ل = اندرونی اسطوانہ کا نصف قطر ب = بیرونی اسطوانہ کا نصف قطر
اور W = بیرونی اسطوانہ کی زاویائی رقتار

$$\therefore \text{گ} = \left[\frac{1}{\text{ص ۲}} \right] \text{لہ ۲ ص ل فر } W$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{\text{ص ۲}} = \frac{1}{\text{ص ۱}} + \frac{1}{\text{ص ۲}} \quad \text{لہ ۲ ص ل فر } W$$

$$\therefore \text{گ} = \text{لہ ۲ ص ل فر } W \cdot \frac{1}{\text{ص ۲} - \text{ص ۱}} = \text{طہ} \dots \dots \dots (۴)$$

جہاں طہ = پچندگی کا جفت فی اکائی زاویہ

اور طہ = زاویہ انصراف

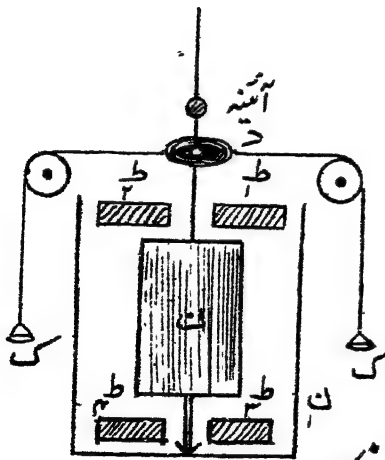
اس ضابطہ میں اگر طہ معلوم ہو جائے تو لہ معلوم ہو سکتا ہے۔

ہمیں معلوم ہے کہ اندرونی اسطوانہ کا وقت دوران $\theta =$

$\frac{2\pi}{\theta} =$ جہاں $\theta =$ جمود کا معیار اور اندرونی اسطوانہ کا اس کے محور کے گرد۔
طہ اس ضابطہ سے معلوم ہو جاتا ہے۔

اس آلہ سے پانی، تیل وغیرہ کی لزوجیت معلوم کی جاسکتی ہے۔

ایسے مائع مثلاً ارنڈی کا تیل، گلیسرین وغیرہ جن کی لزوجیت بہت زیادہ ہوتی ہے دئے جائیں تو شکل ۷ میں بتایا ہوا آلہ استعمال کیا جاتا ہے، اس لئے کہ پہلے طریقہ میں (مائع زیادہ لزج ہونے کی وجہ سے) زاویہ طہ کے کافی بڑھ جانے کا احتمال ہے۔



اس شکل میں θ ایک چرخہ ہر

جس کے اطراف ایک ڈوری لپیٹی

جاتی ہے اور اسکے دونوں سروں

سے دو ترازو کے پلڑے باندھ دئے

جاتے ہیں، اس تجربہ میں بھی بیرونی

اسطوانہ پہلے کی طرح موٹر کے ذریعہ

گھمایا جاتا ہے اور دونوں پلڑوں میں

ایسی مناسب کمیتیں رکھی

جاتی ہیں کہ اندرونی اسطوانہ میں کوئی

حرکت یا انصراف نہ ہو، یعنی یہ اپنی اصلی حالت پر جبکہ بیرونی اسطوانہ گھوم رہا ہو قائم رہے۔

اس صورت میں جفت گ = 2 ک ج جہاں ف

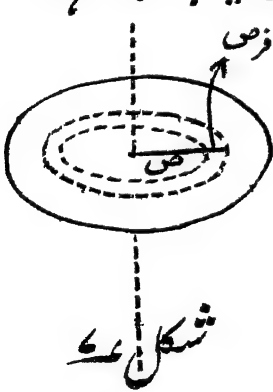
= چرخہ کا نصف قطر اور ک ج = کسی ایک پلڑے کا وزن

$$\therefore \text{ک ج ف} = \pi r^2 \text{ لہ } W \cdot \frac{b^2}{b^2 - a^2}$$

پس لہ کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔

اس میں بھی محافظ حلقے استعمال کئے جاتے ہیں ورنہ سروں کا اثر زائل کرنے کے لئے دو تجربے کرنے کی ضرورت ہوگی۔ ک، ل اور س کو بدل کر درج کرنے اور اس طرح حاصل کردہ دونوں مساواتوں کو تفریق کرنے سے سروں کے اثر کا مستقل سا قیاس کیا جاسکتا ہے۔

(۳) گردشی قرص کا طریقہ ⑤:۔ فرض کرو کہ بڑے قطر کا ایک دائری قرص، مستقل رفتار سے ایسے انتصابی محور کے گرد گردش کر رہا ہے جو قرص کے مرکز میں سے گزرتا ہے اور قرص کے مستوی کے علی القوائم بھی ہے۔ اس قرص کے ٹھیک اوپر فرض کرو کہ ایک دوسرا دائری قرص، نہایت پتلے تار سے لٹکایا جاتا ہے اور اس تار کے ساتھ ایک مستوی آئینہ جوڑا جاتا ہے۔



اوپر کا قرص اس طرح رکھا جاتا ہے کہ دونوں قرص ایک دوسرے کے متوازی رہتے ہیں اور تار نچلے قرص کے محور سے منطبق رہتا ہے۔ اب اگر دونوں قرصوں کے درمیان ایسا کوئی مائع بھر دیا جائے جس کی لزجیت مطلوب ہو تو نچلے قرص کی گردش کی وجہ سے متحرک مائع کا تقاضا یہ ہو گا کہ اوپر کے قرص کو اس کے محور کے گرد گھومانے لگے۔

فرض کرو کہ نچلے قرص کی زاویائی رفتار ω ہے۔ تب اس پر کسی نقطہ کی (جو مرکز قرص سے r فاصلہ پر ہو) رفتار ωr کے مساوی ہوگی۔ اوپر کے قرص کو ہم مرکزی چھوٹے چھوٹے دھبیوں میں تقسیم کر دو (دیکھو شکل ۷)۔

اور ان میں سے ایک دھجی کی جو مرکز سے ص فاصلہ پر ہے، موٹائی فرض
کے مساوی تصور کرو۔ اس صورت میں دھجی کا رقبہ πr^2 ص فرض ہوگا۔
میکسول کے کلیہ سے، اوپر والے قرص کے اس چھوٹے سے رقبہ پر عمل کرنے
والی حماسی قوت

$$= \frac{\pi r^2 \text{ ص فرض ص } W}{\text{ف}} \quad (\text{جہاں ف دونوں قرصوں کا درمیانی}$$

$$\text{فاصلہ ہے}) \quad \frac{\pi r^2 \text{ ص فرض ص } W}{\text{ف}} = \text{جفت جو محور کے گرد عمل کریگا}$$

ہذا دیگر دھجیوں کی باعث جو مجموعی جفت عمل کرے گا =

$$\left(\frac{\pi r^2 \text{ ص فرض ص } W}{\text{ف}} = \frac{\pi r^2 \text{ ص فرض ص } W}{\text{ف}^2} \right)$$

جہاں ط = اوپر والے قرص کا نصف قطر
ہذا اوپر کا قرص اگر عم زاویہ گھوم جائے تو تھامنے والا
جفت = ٹ عم جہاں ٹ = پینڈگی کا جفت فی اکائی زاویہ

$$\therefore \text{ٹ عم} = \frac{\pi r^2 \text{ ص فرض ص } W}{\text{ف}^2} \dots \dots \dots (۵)$$

اگر اس قرص کو اہتزاز میں لاکر اسکا وقفہ دوران دریافت کر لیا جائے
اور اس کے جمود کا معیار اثر معلوم ہو تو ٹ کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے اور اس
طرح مانع کے لئے لہ کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔
اس طریقہ کا اطلاق کسی گیس کے لئے بھی ہو سکتا ہے۔

(۴) قرص کو اہتزاز میں لانے سے :- کوئی جسم کسی لزج مانع میں اہتزاز
کرے تو اس کی حرکت میں واسطہ کی اندرونی رگڑ کی وجہ سے رکاوٹ پیدا
ہونے لگے گی۔ لزوجت کی رقوم میں اس اثر کا حسابی طریقہ سے دریافت

مساوی ہو جاتی ہے اور اس کے وقوع کے بعد کرہ یکساں رفتار سے گرنے لگتا ہے۔ اس یکساں رفتار کو ”فصل رفتار“ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

$$\text{کرہ کا موثر وزن} = \frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3 (\text{ث} - \text{نہ}) \text{ ج}$$

جہاں ث = کرہ کی کثافت

نہ = واسطہ کی کثافت

ص = کرہ کا نصف قطر

$$\text{تبادل کیلئے} \quad \frac{4}{3} \pi \text{ لہ ص}^3 = \frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3 (\text{ث} - \text{نہ}) \text{ ج}$$

$$\text{یعنی لہ} = \frac{\frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3 (\text{ث} - \text{نہ}) \text{ ج}}{\frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3}$$

$$\text{اگر کرہ کی کمیت} = \text{ک تو} \quad \frac{\text{ک}}{\frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3} = \text{ث}$$

$$\text{یعنی ص}^3 = \frac{\text{ک}}{\frac{4}{3} \pi \text{ ث}}$$

$$\therefore \text{ص}^3 = \left(\frac{\text{ک}}{\frac{4}{3} \pi \text{ ث}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\left\{ \frac{4}{3} \pi \text{ ج} \left(\frac{\text{ک}}{\frac{4}{3} \pi \text{ ث}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{4}{3} \pi \text{ ص}^3 (\text{ث} - \text{نہ}) \right\}$$

اگر کرہ کی کمیت اور اس کی رفتار و کثافت معلوم ہو جائے تو آسانی سے واسطہ کی لزوجیت دریافت کی جاسکتی ہے۔

کوئی لزج مائع مثلاً آرنڈی کائیل یا گلیسرین وغیرہ لیکر شیشہ کے



اسطوانہ میں رکھ دیا جاتا ہے اور پارہ کے نہایت چھوٹے چھوٹے قطرے (جو کروی وضع کے تصور کئے جاسکتے ہیں) مائع میں سے گرائے جاتے ہیں۔

اسطوانے کی دیوار کے درمیانی حصہ میں لا اور ما شکل ۷

$$\begin{aligned}
 &= (1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (ن عدد تک)}) \\
 &\text{اسی طرح } 1 + 1 + 1 + \dots = \dots + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \dots \\
 &= \left[\frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \dots + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right] \\
 &= \text{عدہ (ک)} \left[\frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} + \dots + \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right] \\
 &= \text{عدہ (ک)} \left\{ \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right\} \\
 &\therefore 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (ن قطروں تک)} = \text{لہ} = \text{اوسط قیمت لزوجت کی}
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right\} \therefore \text{لہ} = \text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}} \left[\frac{\text{ک}}{\text{مسہم}} \right]$$

لیکن $\text{ک} = \text{ک} = \text{سب قطروں کی کیت} = \text{بڑے قطرے کی کیت}$

$$\therefore \text{لہ} = \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} = \text{یعنی لہ} = \frac{\text{عدہ (ک)}^{\frac{2}{3}}}{\left[\frac{\text{ک}}{\text{مسہم}} \right]}$$

$$\therefore \text{لہ} = \frac{\frac{2}{3} \text{ ج (ث - نہ)} \left(\frac{\text{ک}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right)}{\left\{ \frac{\text{ک}^{\frac{2}{3}}}{\text{مسہم}} \right\}} \dots (۶)$$

اس طریقہ سے جو منس نے ۱۸۹۴ء میں گلیسرین کی لزوجت دریا کی تھی۔
 مائعیات کی لزوجت پر تیش کا اثر :- تیش میں اضافہ ہو تو مائعیات
 کی لزوجت تیزی کے ساتھ گھٹنے لگتی ہے۔ پوائنٹل (۵) پہلا شخص تھا

جس نے پیش اور لزوجت کے درمیان تعلق دریافت کیا۔ اسکا ضابطہ مندرجہ ذیل ہے :-

$$\frac{\text{لہ} + \text{عہ} + \text{ت} + \text{بہ} + \text{ت}}{\text{لہ}}$$

جہاں لہ = لزوجت ت ہر پر اور لہ = لزوجت صفر می پر اور عہ اور بہ مستقل ہیں۔

کاتی نے دریافت کیا کہ پارہ کی لزوجت ۴۱۵۲۰۰۰ اور ۴۱۵۲۰۰۰ ہر کے درمیان حسب ذیل ضابطہ سے حاصل کی جاسکتی ہے :-

$$\frac{۴۱۵۲۰۰۰ + ۴۱۵۲۰۰۰}{۴۱۵۲۰۰۰} = ۲.۰۱۶۹۹۹$$

یو یعنی کے مطابق پارہ کی لزوجت ۱۰ ہر = ۱۵۷۷۰۰۰ پوائنٹس اکثر سائنس دانوں نے متعدد ضابطے تجویز کئے۔ کم پیشوں کے لئے میسر نے یہ ضابطہ تجویز کیا

سلاٹ نے بھی متعدد ضابطے تجویز کئے جن میں سے ایک ہماری اغراض کے لئے حرب ذیل ہے :-

$$\frac{\text{لہ} + \text{عہ} + \text{ت} + \text{بہ} + \text{ت}}{\text{لہ}}$$

ج ب اور ن مستقل ہیں جو مانع کی نوعیت پر منحصر ہوتے ہیں اس ضابطہ کو تھارپ اور راجر نے تجربہ سے صحیح پایا اور عملی کاموں میں یہ کارآمد ثابت ہوا ہے۔ تھارپ اور راجر نے ان مستقلوں کی قیمتیں بہت سے امکانات کے لئے دریافت کی تھیں جن میں سے چند حسب ذیل ہیں :-

ن	ب	ج	نوع
۱۵۴۲۳	۰.۰۲۳۱۲۱	۰.۰۱۷۹۴۴	پانی
۱۵۴۰۷۷	۰.۰۰۸۹۳۵	۰.۰۱۲۵۳۵	بر زمین
۱۱۸۱۹۶	۰.۰۰۶۳۱۶	۰.۰۰۷۰۰۶	کلوروفارم

کاربن بائیسلفائیڈ	۵۰۰ ۴۲۹۴	۵۰۰ ۵۰۲۱	۱۵۴۳۲۸
ایتھر	۵۰۰ ۲۸۶۴	۵۰۰ ۷۳۳۲	۱۵۴۴۴۴
بنزین	۵۰۰ ۹۰۵۵	۵۰۰ ۱۱۹۴۳	۱۵۵۵۵۴
میتھیل الکوہل	۵۰۰ ۸۰۸۳	۵۰۰ ۶۱۰۰	۲۵۶۷۹۳
ایتھیل الکوہل	۵۰۰ ۱۷۷۵۳	۵۰۰ ۴۷۷۰	۴۵۳۷۳۱

ازہکاز کا اثر مائع کی لزوجیت پر :- جب کسی مائع میں کوئی شے حل کی جاتی ہے تو محلول کی لزوجیت، خالص مائع کی لزوجیت سے زیادہ بھی ہو سکتی ہے یا کم بھی، لہذا آمیزوں یا محلولوں کے لئے کوئی عام کلیہ اب تک نہیں دریافت کیا گیا ہے۔

دباؤ کا اثر مائع کی لزوجیت پر :-

لزج مائع کی لزوجیت پر دباؤ کا اثر بالکل کم ہوتا ہے کیونکہ لزوجیت نے یہ دریافت کیا کہ پانی کی لزوجیت دباؤ کے اضافہ سے کم ہو جاتی ہے۔ کاربن ڈائی آکسائیڈ، ایتھر اور بنزین وغیرہ کے لئے وارٹرگ نے یہ ثابت کیا کہ لزوجیت، دباؤ کے اضافہ سے بڑھتی ہے اور اس کے لئے حسب ذیل ضابطہ اس نے پیش کیا :-

لج = لج (۱ + عہ) جہاں لج = دباؤ د پر لزوجیت

لج = کرہ ہوائی کے دباؤ پر لزوجیت

اور عہ = کوئی مستقل

عام طور پر کئی سو کرہ ہوائی کے دباؤ پر اکثر مائع کی لزوجیت میں اضافہ ہوتا ہے۔ مائع کی لزوجیت پر ترکیب کا اثر :- گارتن میٹر نے حسب ذیل ضابطہ ایسے مرکبات کے لئے اخذ کیا جن میں تمام تپشوں پر کاربن کے یکساں تعداد کے جواہر موجود ہوں ⑤

لج = لج / م

جہاں $H =$ مائع کا سالمی وزن
تھارپ اور راجہ نے ^(۴) ”سالمی لزوجت“ کی اصطلاح وضع کی، انھوں نے
لہ اور ح کے حاصل ضرب کو مائع کی ”سالمی لزوجت“ سے تعبیر کیا۔

جہاں $H =$ سالمی حجم۔ انہوں نے یہ بھی دریافت کیا کہ (eH_2)
گروپ کے لئے (LH) کی قیمت عملی طور پر مستقل رہتی ہے۔
ڈنسن نے حسب ذیل ایک اہم ضابطہ دریافت کیا: ^(۱۱)

$$\text{لوک لہ} = \text{ا} + \text{ب}$$

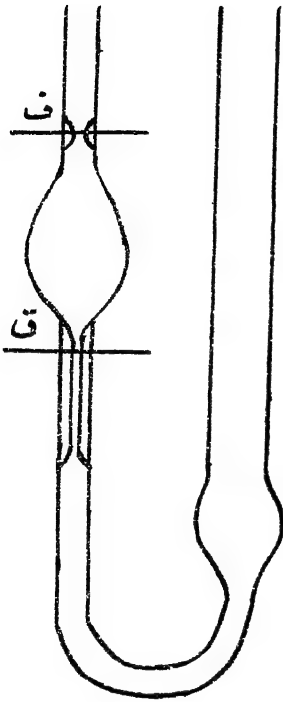
$$\text{جہاں } \text{ا} = \text{ایک مشترک مستقل}$$

اور ب بھی ایک مستقل ہے جو زیر غور سلسلہ پر منحصر ہوتا ہے۔
وقت کا اثر مائع کی لزوجت پر: ^(۱۱) مارڈلس نے یہ دریافت کیا کہ
بعض محلولوں مثلاً سلولوز ایسٹیفٹ (cellulose acetate)
بنزائل الکوحل وغیرہ کی لزوجت، وقت کے گزرنے پر بڑھتی جاتی ہے۔
لزوجت پیما (مالعات کی اضافی لزوجتوں کی دریافت کیلئے):

بعض دفع کسی خاص مائع کی لزوجت کسی دوسرے معیاری مائع
مثلاً خالص پانی کی لزوجت کے رقوم میں مستقل پیش پر دریافت کرنے
سے بہت سہولت ہوتی ہے۔

اس غرض کے لئے عموماً شعری نلی کا طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اور وہ
آلہ جو تقریباً ہر جگہ استعمال کیا جاتا ہے اسٹوالڈ کا لزوجت پیما ہے جس کی
معمولی ساخت کو شکل ۹ میں دکھایا گیا ہے۔

داہنی ساق میں مائع کا ایک مستقل حجم رکھا جاتا ہے اور بائیں ساق
میں نشان ف کے اوپر کمینچ کر اس کو لایا جاتا ہے۔ اس کے بعد پھر مائع
کو واپس بہنے دیا جاتا ہے اور ف سے ق تک گرتے میں جتنا وقفہ ہوتا



شکل ۹

ہے اسکو ایک چکر مینی گھڑی کی مدد سے دریافت کر لیا جاتا ہے۔ مانع کے پہنے کی وجہ اوسط دباؤ کی قیمت ب ج نہ تصور کی جاسکتی ہے جہاں ب = مانع کی اوسط بلندی اور نہ = مانع کی کثافت

فرض کرو کہ یکساں بلندی ب کے تحت دونوں نشانوں ف اور ق کے درمیان گرنے میں لہ لزوجت کے مانع کے لئے جو وقفہ و اور لہ لزوجت کے معیاری مانع کے لئے جو وقفہ و درکار ہوتا ہے دریافت کر لیا جاتا ہے۔ پوائسیل کے ضابطہ سے :-

$$\frac{لہ}{نہ} = \frac{نہ و}{و} \dots \dots (۷)$$

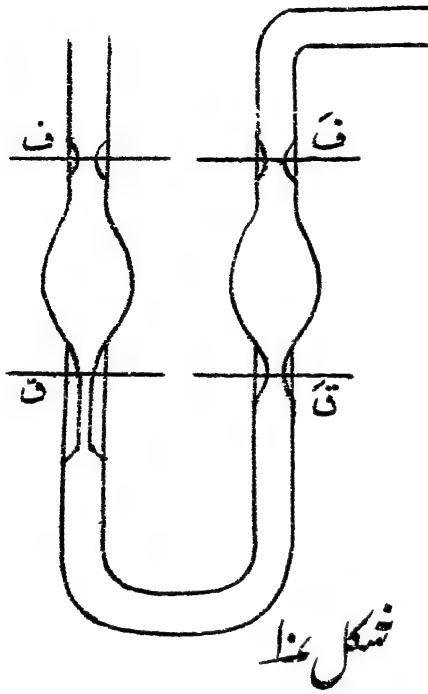
جہاں نہ = معیاری مانع کی کثافت

لہذا معیاری مانع کی رقوم میں کسی دوسرے مانع کی مطلوبہ لزوجت دریافت کی جاسکتی ہے۔

مانع کی لزوجت اور کثافت میں نسبت ”حرکی لزوجت“ کہلاتی ہے۔ اس آلہ سے دونوں مانعات کی حرکی لزوجتوں میں نسبت آسانی کے ساتھ ف اور ق کے نشانوں کے درمیان مانع کے گرنے کے اوقات کی نسبتوں کے رقوم میں دریافت کی جاسکتی ہے۔

مانع کی کثافت کو جاننے کی (جو اوٹوالڈ کے لزوجت پیما میں ضروری ہے) یو بلاڈ اور سنگہیم کے لزوجت پیما میں ضرورت باقی نہیں رہتی۔ یو بلاڈ کا

آلہ شکل عطا میں دکھلایا گیا ہے۔ اس آلہ میں مائع بیرونی ہوا کے دباؤ سے بہنے لگتا ہے۔



دونوں جوئے ایک ہی تاپ اور گنجائش کے ہوتے ہیں اور ایک ہی بلند ہی پر ایک دوسرے کے متصل رکھے جاتے ہیں۔

لزوجت پیمائش مائع کو گھینچ کر آتنا بھرا جاتا ہے کہ اس کی سطح 'ف' اور 'ق' پر رہتی ہے۔ پھر ہوا کے دباؤ سے اس کو اوپر چڑھایا جاتا ہے اور 'ف' اور 'ق' کے نشانوں کے درمیان مائع کے چڑھنے کا وقت دریافت کر لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ لہ

لزوجت کے مائع کے لئے وقت اور دباؤ کی قیمتیں بالترتیب 'و' اور 'د' ہیں اور معیاری مائع کے لئے جس کی لزوجت لہ ہے متناظر وقت اور دباؤ 'و' اور 'د' ہیں تب

$$(۸) \quad \frac{د}{و} = \frac{لہ}{لہ}$$

اس امر کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ توانائی بالفعل کی رقم یہاں نظر انداز کر دی گئی ہے۔ بلکہ ہم نے اس آلہ کے ذریعہ مطلق لزوجت کی قیمت دریافت کی تھی، اس لئے آلہ کے ابعاد کا حساب پہلے ہی سے لگایا تھا۔

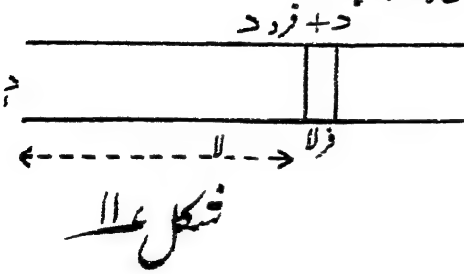
اوپر جس لزوجت پیمائش کا ذکر کیا جا چکا ہے اس میں اساسی مفروضہ یہ ہے کہ

مانع کی اوسط بلندی مستقل رہتی ہے جس کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ یہ آلہ میں ایک مستقل حجم کا مائع بھرنے سے حاصل ہوتی ہے۔ اگر تیش کی وسعت بہت چھوٹی نہ ہو تو لزوجت پیماء اور شیشہ کے آلہ کے پھیلاؤ کو مستقل حجم کی پیمائش میں نظر انداز نہیں کیا جاسکتا لہذا اوسط بلندی مستقل نہیں رہ سکتی۔ مانعات کے سطحی تناؤ کی مختلف قیمتوں کی وجہ سے بھی اوسط بلندی میں فرق ہونے لگتا ہے۔ متعدد سائنسدانوں نے ان خطاؤں کو ساقط کرنے کی مختلف ترکیبیں اختیار کی ہیں۔ ولیم اور واشبرن^(۳) نے آلہ کی شکل میں ایسی تبدیلیاں کی ہیں کہ نہ صرف مذکورہ بالا خطاؤں کی تصحیح ہو جاتی ہے بلکہ چند چھوٹے چھوٹے تقاض بھی مثلاً صاف کرنے والے مانعات اور پانی کے عمل سے نلی کے اندرونی قطر میں تبدیلی کا واقع ہونا اور حل شدہ شیشہ سے پانی کا خالص پین باقی نہ رہنا وغیرہ دور ہو جاتے ہیں۔

انھوں نے آلہ کو کوآرٹز سے بنایا اور اس کے ابعاد مناسب رکھے آلے کی اس پوری ترتیب کو ایک تھر موٹیٹ (مستقل تیش کے حمام) میں داخل کر دیا جاتا ہے اور دونوں ساقوں کو تجزیے بجائے کے لئے (اگر کوئی طیران پزیر مائع استعمال کیا جائے) ایک دوسرے کے ساتھ جوڑ دیا جاتا ہے۔ اضافی لزوجت دریافت کرنے کا طریقہ عمل وہی ہے جو اوٹوالڈ کے لزوجت پیماء میں بیان کیا جا چکا ہے۔

بعد میں ڈکلا نے یہ رائے دی کہ بہت ہی کم لزوجت کے مانعات کے لئے شعری نلی کو نکال کر آلہ میں ایسے مسام دار مادے کو رکھنا چاہیے کہ جس کے مسامات نہ تو دائری ہوں اور نہ تراش عمودی میں بالکل سیدھے رہیں اور اسی طریقہ عمل سے کام لیکر جو اوٹوالڈ نے اختیار کیا تھا، کسی مانع کی اضافی لزوجت دریافت کی جاسکتی ہے۔ ان چیزوں کا تفصیلی بیان موجودہ حالت میں زیادہ ضروری نہیں معلوم ہوتا لہذا یہاں اس کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔

گیسوں اور بخارات کی لزوجیت :- پوائسل کے ضابطہ کو حاصل کرنے کے دوران میں یہ فرض کیا گیا تھا کہ شعری نلی کے کسی تراش میں سے گزرنے والے مائع کا حجم مستقل رہتا ہے یعنی دباؤ کے باوجود کثافت وہی رہتی ہے۔ اس میں کوئی شک نہیں کہ مائعیات کے لئے یہ مفروضہ صحیح ہے لیکن گیسوں کی صورت میں چونکہ دباؤ کی تبدیلی کے ساتھ کثافت میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے اس لئے یہ ضابطہ نہیں استعمال کیا جاسکتا۔ حقیقت میں گیس کی وہ کمیت جو نلی کے کسی تراش میں سے ایک دئے ہوئے وقت میں گزرتی ہے مستقل ہوتی ہے۔



ایک شعری نلی پر جو
شکل ۱۱ میں دکھائی گئی ہے
ہے غور کرو۔ فرض کرو کہ
اسکا طول L اور اسکے

دونوں سروں پر دباؤ علی الترتیب

P_1 اور P_2 ہے۔ نلی میں گیس کی ایک چھوٹی مقدار ایسی لو جس کی موٹائی فرلا اور نلی کے ایک سرے سے فاصلہ لا پر واقع ہو، اس چھوٹے سے ٹکڑے کے دونوں سروں پر فرض کرو کہ دباؤ بالترتیب P_1 اور P_2 ہے، نیز یہ ہی فرض کیا جائے کہ گیس کا یہ ٹکڑا اتنا چھوٹا ہے کہ گیس کی کثافت اس کے درمیان مستقل تصور کی جاسکتی ہے۔

اس ٹکڑے کے دونوں سروں کے درمیان دباؤ میں فرق $P_2 - P_1$ فرد پوائسل کے ضابطہ سے، گیس کا وہ حجم جو فی ثانیہ اس ٹکڑے میں سے گزرتا ہے :-

$$H = \frac{\text{فرد } \pi F^2}{8 L \text{ فرلا}}$$

یعنی ثہ لہ حم فرلا = -- $\frac{\text{ثہ} \pi \text{ف}^{\text{ا}}}{\text{ف}^{\text{ا}}}$
 جہاں ثہ = اس ٹکڑے کے درمیان گیس کی کثافت (جس کو مستقل فرض کیا گیا ہے۔)

∴ م لہ فرلا = -- $\frac{\text{ثہ} \pi \text{ف}^{\text{ا}}}{\text{ف}^{\text{ا}}}$ فرد
 جہاں م = گیس کی وہ کمیت جو فی ثانیہ اس ٹکڑے میں سے گزرتی ہے۔
 کلیہ بائیل کی رو سے :-

$$\left[\begin{array}{l} \text{مر} = \text{سالمی وزن} \\ \text{ت} = \text{تبش مطلق} \\ \text{لا} = \text{گیس کا مستقل فی گرام سالمہ} \\ \text{گ} = \text{ایک مستقل} \end{array} \right] \text{ جہاں } \frac{\text{دقہ} = \text{کلات}}{\text{یعنی د = گ} \cdot \text{ثہ}}$$

$$\therefore \text{م لہ فرلا} = -- \frac{\pi \text{ف}^{\text{ا}} \text{د}^{\text{ا}} \text{فرد}}{\text{گ}^{\text{ا}}}$$

∴ کل نی کے لئے :-

$$\text{م لہ فرلا} = -- \frac{\pi \text{ف}^{\text{ا}}}{\text{گ}^{\text{ا}}} \int_{\text{د}^{\text{ا}}}^{\text{د}^{\text{ب}}}$$

$$\therefore \text{گ} = \frac{\pi \text{ف}^{\text{ا}}}{\text{ال}^{\text{ا}} \text{لہ}} (\text{د}^{\text{ب}} - \text{د}^{\text{ا}}) \dots \dots \dots (۹)$$

فرض کرو کہ حم = گیس کا حجم جو دہ دباؤ پر فی ثانیہ نی کے اندر داخل ہوتی ہو
 ∴ نی میں فی ثانیہ جو کمیت داخل ہوگی = م = $\frac{\text{حم}^{\text{ا}}}{\text{گ}^{\text{ا}}} = \text{حم}^{\text{ب}} \cdot \text{ثہ}$

$$\therefore \text{م} = \text{گ} = \text{حم}^{\text{ب}}$$

چونکہ فی ثانیہ جو گیس کی کمیت نی میں داخل ہوتی ہے، وہ مساوی ہے
 اس گیس کی کمیت کے جو کہ نی سے فی ثانیہ خارج ہوتی ہے

$$\therefore \text{م} = \text{حم}^{\text{ب}} \cdot \text{ثہ} = \frac{\text{حم}^{\text{ب}} \text{حم}^{\text{ا}}}{\text{گ}}$$

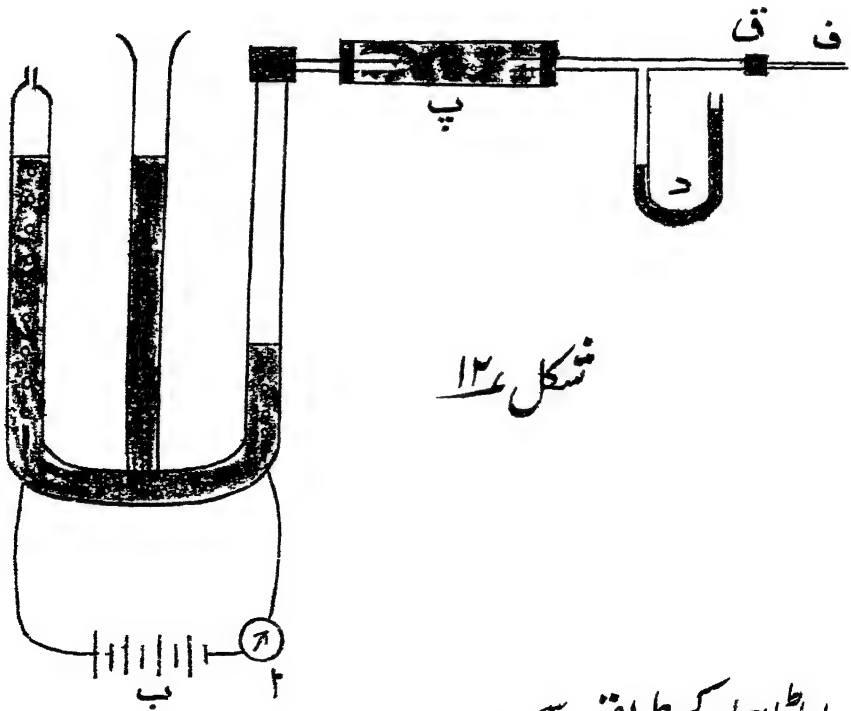
جہاں $\text{ح}_1 = \text{گیس کا وہ حجم جو } \text{ح}_2 \text{ دباؤ پر فی ثانیہ نلی میں داخل ہوتا ہے۔}$
 $\therefore \text{م گ} = \text{ح}_1 = \text{ح}_2$

$$\therefore \text{ح}_1 = \text{ح}_2 = \text{ح}_3 = \frac{\pi r^2 l}{4} \left(\frac{1}{\text{ح}_1} - \frac{1}{\text{ح}_2} \right) \dots (۱۰)$$

یہ کسی گیس کے لئے ”میسر“ کا ضابطہ کہلاتا ہے۔

$$\text{مسوات (۹) سے } ۴ = \frac{\pi r^2 l}{4} \left(\frac{1}{\text{ح}_1} - \frac{1}{\text{ح}_2} \right)$$

مسوات (۱۰) کو ڈاکٹر لیفلٹڈ نے ہائیڈروجن اور آکسیجن کی لزوجت بالکراست دریافت کرنے کے لئے استعمال کیا تھا۔ اس کا طریقہ حسب ذیل ہے:-



شکل ۱۲

اوٹا پیما کے طریقہ سے:-
 شکل ۱۲ میں ہائیڈروجن اور آکسیجن معمولی کیمیائی آبی اوٹا پیما سے

حاصل کئے جاتے ہیں، آکسیجن کو آزادانہ ہوا میں نکل جاتے دیا جاتا ہے اور ہائڈروجن کو جس کی لزوجیت دریافت کرنی ہے ایک خشک کرتے والی ٹیپ میں گزارنے کے بعد ایک شعری ٹیپ فاق میں سے گزرنے دیا جاتا ہے۔ ہائڈروجن جس دباؤ پر شعری ٹیپ میں داخل ہوتی ہے اس کو داب پیماء کی مدد سے دریافت کر لیا جاتا ہے، جس دباؤ پر گیس شعری ٹیپ میں سے نکلتی ہے ظاہر ہے کہ وہ کردہ ہوائی کا دباؤ ہوگا۔ برقی رو جو گزارا جاتی ہے اس کو ام پیماء سے پڑھ لیا جاتا ہے۔ فیرٹیڈے کے کلیہ برقی پائشی کی رو سے ہائڈروجن کی وہ کمیت جو فی ثانیہ حاصل ہوتی ہے، بذریعہ حساب دریافت کی جاسکتی ہے۔

$$\text{کلیہ بائیل اور شارل کی رو سے } \frac{د ح}{ت} = \frac{د ح}{ت} \dots\dots\dots (۱۱)$$

جہاں ت = گیس کی تیش مطلق

د = طبعی دباؤ

ت = طبعی تیش

ح = طبعی دباؤ اور تیش برقی ثانیہ حاصل ہونے والی گیس کا حجم

فیرٹیڈے کے کلیہ برقی پائشی کی رو سے

فی ثانیہ خارج ہونے والی گیس کی کمیت = ع × ص

جہاں ع = ہائڈروجن کا برقی کیمیائی معادل

ص = روائیروں میں

لیکن ہمیں معلوم ہے کہ طبعی تیش اور دباؤ پر ایک گرام ہائڈروجن کا حجم =

$$= ۱۱۲۰ \text{ کعب سمر}$$

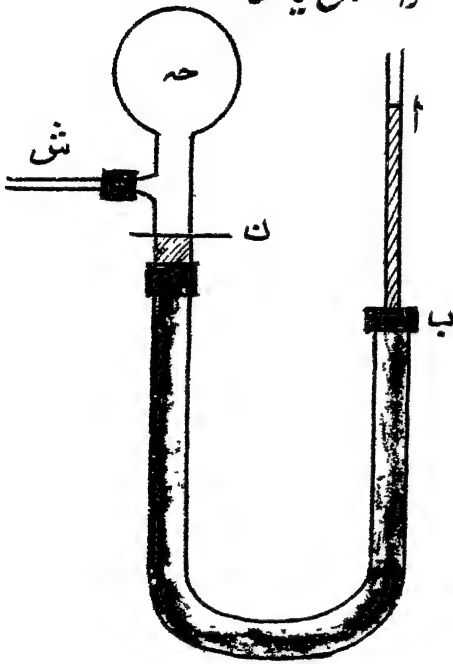
لہذا ع مسا گرام ہائڈروجن کا حجم طبعی تیش اور دباؤ پر =

$$= ۱۱۲۰ \times ع \text{ مسا کعب سمر اور یہ مقدار} = ح$$

$$\therefore \text{ مساوات (۱۱) سے } \frac{د ح}{ت} = \frac{د ح}{ت} \dots\dots\dots (۱۲)$$

لہذا اس مساوات سے H h کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے اور h اور H کی قیمتیں تو پہلے ہی سے معلوم ہیں اسلئے مساوات (۱۰) سے h کی قیمت ہائڈروجن کے لئے دریافت کی جاسکتی ہے۔

اسے اینڈرسن کا طریقہ : — اس طریقہ کو بعض دفعہ مستقل حجم کے طریقہ سے بھی موسوم کیا جاتا ہے ۱۹۲۱ء میں پروفیسر اینڈرسن نے گیسوں کی لزوجت کی دریافت کے لئے اسکو استعمال کیا تھا۔



شکل ۱۳

آلہ کی ترتیب شکل ۱۳ میں دکھائی گئی ہے۔ یہ ایک الٹی صراحی h پر مشتمل ہے جس کی گردن ربر کی نلی کے ذریعہ ایک شیشہ کی نلی h کے ساتھ جوڑ دی جاتی ہے۔ نلی h اور صراحی h میں پارہ ایک خاص بلندی تک جس کو h اور n سے تعبیر کیا گیا ہے بھر دیا جاتا ہے۔ صراحی کے ہونے کے نیچے ایک شعری نلی h بھی جوڑ دی جاتی ہے جس کے دوسرے

سرے پر ربر کی نلی لگائی جاتی ہے، اس ربر کی نلی کو حسب ضرورت پٹکی سے بند کر دیا جاتا ہے۔ اس پورے آلہ کو لوہے کے ایک استادہ کے ساتھ لگادیا جاتا ہے اور بازو h کو ایک حاسن ترتیب کی مدد سے اوپر یا نیچے ہٹایا جاسکتا ہے۔

تجزیہ میں گیس کا وہ حجم دریافت کر لیا جاتا ہے جو صراحی کے اندر (معہ شعری نلی کے کسی خاص نشان ن تک بھری ہوئی ہوتی ہے۔ پھر ۲ ب کو ترتیب دے کر پارہ نشان ن کے نیچے لایا جاتا ہے۔ اس کے بعد شعری نلی کے سرے پر جو چوٹی ربر کی نلی ہوتی ہے اس کو بند کر کے اور ۲ ب کو اوپر اٹھا کر گیس بچکائی جاتی ہے تاکہ پارہ کی سطح بھرن تک آجائے۔ چند دقیقوں کے بعد جب استسکایقین ہو جاتا ہے کہ گیس کی تپش کمرے کی تپش پر آگئی ہے، پارہ کی ڈوری کی سطح کا فرق لکھ لیا جاتا ہے۔ ش کے پاس والی چوٹی ربر کی نلی کو پھر ایک معلوم وقفہ تک کھلا رکھ کر (جیسے جیسے گیس شعری نلی میں سے باہر نکلتی جاتی ہے) پارہ کی سطح کو مسلسل اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ وہ ہمیشہ نشان ن پر قائم رہے۔ اس طرح گیس صراحی میں ہمیشہ مستقل حجم کے تحت رہتی ہے۔ اس وقفہ کے اختتام پر پارہ کی سطح کا فرق پھر لکھ لیا جاتا ہے۔ گیس کے مستقل حجم ح اور وقفہ و کے دوران میں بالترتیب دونوں دباؤ د اور گ سے اور نیز بار پیمائی کی بلندی د کے مشاہدات سے، گیس کی لزوجت دریافت کی جاتی ہے۔ اگر فی ثانیہ نلی میں داخل ہونے والی گیس کا حجم ح اور اسکا دباؤ د ہو تو ح = د فرجہ

کلیہ بائیل اور شارل کی رو سے گیس کے داخلہ کے وقت اگر حجم اور دباؤ کی قیمتیں ح اور د ہوں تو ح = مستقل

$$\therefore \frac{د}{فرجہ} + ح = \frac{د}{فرجہ} = صفر$$

$$\therefore \frac{د}{فرجہ} = - ح = \frac{د}{فرجہ} = ح د$$

$$\text{لہذا مساوات (۱۰) سے } (د^۱ - د^۲) = \frac{\pi}{14} \frac{ف^۱}{ل} =$$

$$= - ح \frac{د}{فرجہ} \dots \dots \dots (۱۳)$$

جہاں فرد داخلہ کے اختتام پر شرح تغیر دباؤ ہے اور حہ گیس کا مستقل حجم ہے۔

تجربہ میں دہ کردہ ہوائی کا دباؤ ہے اور دہ کی قیمتیں دہ ثانیوں کے دوران میں دہ اور دہ ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{مسادات (۱۳) سے:} \\ \frac{\pi}{\text{آل}^4 \text{حہ}} \left(\frac{1}{\text{دہ}} \right) = \frac{1}{\text{دہ}} \left(\frac{1}{\text{دہ}} + \frac{1}{\text{دہ}} - \frac{1}{\text{دہ}} \right) \text{ فرد} \\ \left[\frac{\text{دہ} + \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}} \right] \frac{1}{\text{دہ}} = \\ \therefore \frac{\pi}{\text{آل}^4 \text{حہ}} = \frac{1}{\text{دہ}} \left[\frac{\text{دہ} + \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}} - \frac{\text{دہ} + \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}} \right] \text{ لوک} \end{aligned}$$

اب چونکہ دہ = دہ = کردہ ہوائی کا دباؤ

$$\therefore \text{آل}^4 \text{حہ} \text{ لوک} = \frac{\pi}{\text{آل}^4 \text{حہ}} \left[\left(\frac{\text{دہ} - \text{دہ}}{\text{دہ} + \text{دہ}} \right) \cdot \left(\frac{\text{دہ} + \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}} \right) \right] \text{ (۱۴)}$$

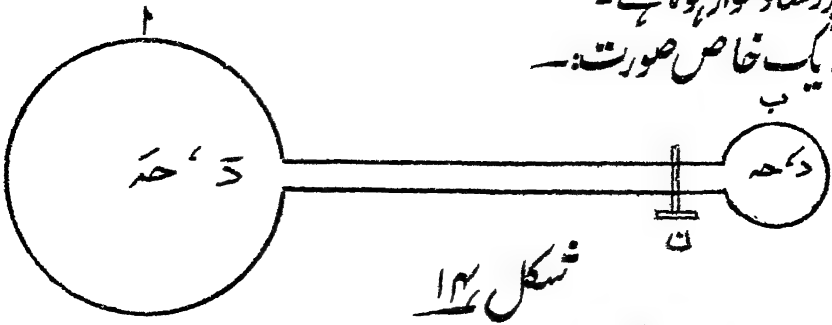
$\frac{\pi}{\text{آل}^4 \text{حہ}}$ آلہ کے لئے مستقل ہے، اگر اس کی قیمت ایک مرتبہ دریافت کر لی جائے تو پھر اسکے دریافت کرنے کی ضرورت نہیں باقی رہتی۔ اس طریقہ سے گیسوں کی لزوجت مختلف تپشوں پر ایڈورڈونے دریافت کی تھی۔
لہ کی قیمت ”مستقل دباؤ کے طریقہ“ سے ہی دریافت کی جاسکتی ہے۔ یعنی اسکا مطلب یہ ہے کہ پارہ کی ڈوری کو کسی خاص فرق بلند می پر رکھ کر دباؤ کے فرق کو مستقل رکھنے سے یہ قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔ نقطہ ن کو صراحی کی گردن کے نیچے لیا جاسکتا ہے اور کسی حجم مثلاً حہ کے وقفہ کو جون کے ابتدائی

اور آخری مقاموں کے درمیانی طول کے تناظر سے لکھ لیا جاتا ہے۔
فرض کرو کہ صراحی کے اندر مجموعی دباؤ \bar{D} ہے تو مساوات (۱۰) سے:۔

$$\text{حم} = \frac{(\bar{D} - \bar{D}') \pi F}{14 \text{ لہ}} \dots \dots \dots (۱۵)$$

تجربہ میں پار کی سطحوں کو ہمیشہ ایک دوسرے کے درمیان ایک خاص فاصلہ پر رکھنا دشوار ہوتا ہے۔

ایک خاص صورت:۔



شکل ۱۴ میں گیس کے دو برتن ۱ اور ۲ ایک شعری نلی کے ذریعہ ملائے گئے ہیں۔ فرض کرو کہ ۱ میں ابتدائی دباؤ \bar{D} اور حجم \bar{H} اور ۲ میں ابتدائی دباؤ \bar{D}' اور حجم \bar{H}' ہے، جب ٹونٹی ن کھولی جاتی ہے تو وقت کے بعد فرض کرو کہ ۱ میں دباؤ \bar{D} اور حجم \bar{H} اور ۲ میں دباؤ \bar{D}' اور حجم \bar{H}' علی الترتیب ہو جاتا ہے۔

$$\text{مساوات (۹) سے } ۲ = \frac{M}{\text{لات}} \cdot \frac{\pi F}{14 \text{ لہ}} \cdot (\bar{D} - \bar{D}')$$

لیکن اگر تہ گیس کی کثافت ہو تو

$$۲ = \frac{F}{\text{فرو}} (\text{حہ تہ}) = \frac{F}{\text{فرو}} \left(\frac{\text{حم د م}}{\text{لات}} \right) = \frac{\text{حم م}}{\text{لات}} \cdot \frac{F}{\text{فرد}}$$

$$\therefore \frac{\text{حہ مہ}}{\text{لات}} \cdot \frac{\text{فرد}}{\text{فرو}} = \frac{\text{م}}{\text{لات}} \cdot \frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}} \cdot \frac{(\text{د}^2 - \text{د}^2)}{(\text{د}^2 - \text{د}^2)}$$

$$\therefore \frac{\text{حہ فرد}}{(\text{د}^2 - \text{د}^2)} = \frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}} \cdot \text{فرو}$$

چونکہ ۱ میں دباؤ دگر رہا ہے اور ب میں دباؤ بڑھ رہا ہے اس وجہ سے د اور د دونوں یہاں متغیر ہونے والی مقداریں ہیں اس لئے اس جملہ کو آسانی سے تکملا یا نہیں جاسکتا۔

$$\text{کلیہ بائیل سے} \quad \text{د حہ} + \text{د حہ} = \text{د حہ} + \text{د حہ} = \text{مستقل} = \text{عہ فرض کرو}$$

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{د حہ} + \text{د حہ} + \text{د حہ} - \text{عہ}}{\text{حہ}} = \frac{\text{د حہ} - \text{عہ}}{\text{حہ}}$$

$$\therefore \frac{\text{حہ فرد}}{(\text{د حہ} - \text{د حہ})} = \frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}} \cdot \text{فرو}$$

وقفہ کے لئے ۱ اور ب میں اوسط دباؤ کی حد فرض کرو جس سے چپ تک ہوگی

$$\therefore \int_{\text{صفر}}^{\text{حہ}} \frac{\text{حہ فرد}}{\text{عہ}^2 + \text{د حہ}^2 - \text{د حہ}^2} = \frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}} \cdot \int_{\text{صفر}}^{\text{حہ}} \text{فرو}$$

اسکو تکملانے سے :-

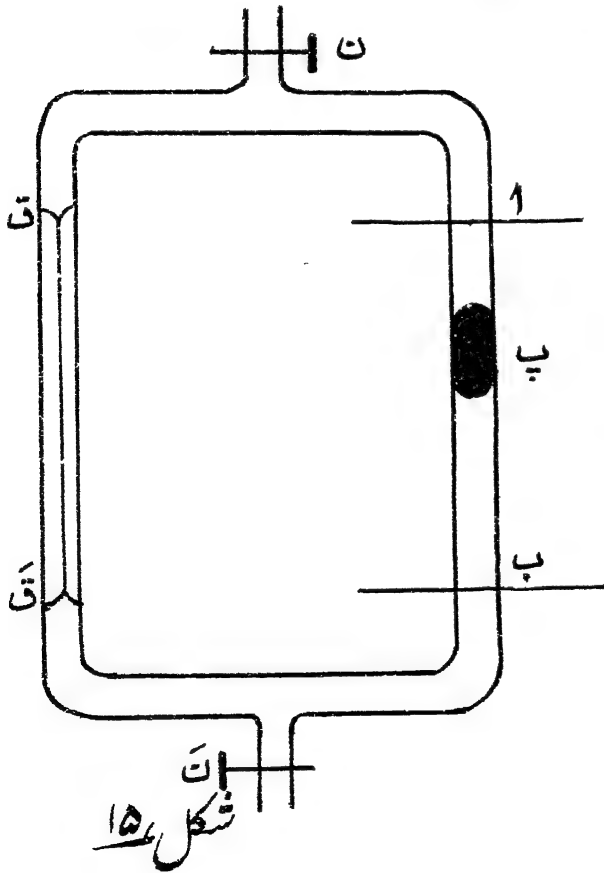
$$\frac{\text{حہ}^2}{\text{عہ}^2} \text{ لوک} \frac{\text{حہ} + \text{حہ}}{\text{حہ} - \text{حہ}} + \frac{\text{حہ} + \text{حہ}}{\text{حہ} - \text{حہ}}$$

$$\frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}} = \left[\frac{\text{عہ}^2}{\text{عہ}^2} \left\{ \frac{(\text{حہ} - \text{حہ})}{(\text{حہ} - \text{حہ})} \right\} \left\{ \frac{(\text{حہ} + \text{حہ})}{(\text{حہ} - \text{حہ})} \right\} - \text{عہ}^2 \right] \cdot \frac{\pi \text{ ف}^2}{\text{لہ ۱۶}}$$

اس مساوات سے گیس کیلئے کہ کی قیمت حاصل کی جاسکتی ہے۔

رہنمائی کا لزوجیت پیمائے۔ پروفیسر اے، او، رتیکن نے ۱۹۱۰ء میں مختلف گیسوں کی لزوجیت دریافت کرنے کے لئے ایک لزوجیت پیمائے تجویز کیا۔ عملی کام کے لئے یہ لزوجیت پیمائے نہایت سادہ سی چیز ہے لیکن اسکا نظریہ کسی قدر مشکل ہے۔ خصوصاً گمیا ب گیسوں مثلاً کرپٹن، نیتین، وغیرہ کی لزوجیت کی دریافت میں یہ سنجیدہ کارآمد ہے۔

شکل ۱۵ میں اس لزوجیت پیمائے کو دکھایا گیا ہے۔ اس میں دو بالکل



پاک صاف شیشہ کی
تلیاں ہوتی ہیں جن
میں سے ہر ایک کا
تقریباً طول ۵۰ سمر
ہوتا ہے۔ ان میں
سے ایک 'ق'،
بالکل پتیلی شعری نلی
ہوتی ہے جس کا قطر
تقریباً ۰.۵۲ مم کا ہوتا
ہے اور موٹی نلی کا
اندرونی قطر تقریباً ۳
مم کا ہوتا ہے۔

موٹی نلی پر ۱۲ اور ۱۱
دو تانبات کئے جاتے
ہیں جو اسکے ہر ایک

سمر سے تقریباً دس سمر کے فاصلہ پر ہوتے ہیں، تلیوں کو یا تو بالکل بند
کر دیا جاتا ہے یا ربر کی تلیوں سے ان کو جوڑ کر ایک تختہ سے باندھ دیا

جاتا ہے جو انتصابی ستویں میں گھوم سکتا ہے۔ پاپارہ کا ایک نمائندہ ہے جسکا طول تقریباً ۵ راسم ہے۔ جب پاپارہ کا یہ نمائندہ آہستہ آہستہ نیچے اترتا ہے تو اس گڑ نیچے کی گیس شعری نلی میں داخل ہونے پر مجبور ہوتی ہے اور پھر نمائندے کی اوپر کی فضا میں پھیل جاتی ہے۔ کسی خاص وقت میں نمائندہ کی دم، نشان ۱ پر سے اور سر نشان ۲ سے گزرتا ہے۔

فرض کرو کہ گیس کا مجموعی حجم = ح اور کسی وقفہ و پر پاپارہ کے نیچے اور اوپر گیس کا دباؤ اور حجم علی الترتیب د_۱ ح_۱ اور د_۲ ح_۲ ہے۔

اس صورت میں میٹر کے کلیہ سے:-

$$۴ = \frac{۴}{لات} \cdot \frac{\pi r^2}{۱۶} (د_۱ - د_۲)$$

جہاں ۴ = شعری نلی میں فی ثانیہ داخل ہونے والی یا اس میں سے خارج ہونے والی گیس کی کمیت

$$۳ :: \frac{۴}{فرو} (د_۱ - د_۲) = \frac{۴}{فرو} (د_۱ - د_۲) \quad \text{جہاں } ۳ =$$

= گیس کی کثافت

$$\therefore \frac{۴}{لات} \cdot \frac{۴}{فرو} (د_۱ - د_۲) = \frac{۴}{لات} \cdot \frac{\pi r^2}{۱۶} (د_۱ - د_۲) \cdot \frac{۴}{۲} =$$

$$\therefore ۴ (د_۱ - د_۲) = \frac{۴}{۲} (د_۱ - د_۲) (د_۱ + د_۲)$$

$$\text{جہاں } ۴ = \frac{\pi r^2}{۱۶}$$

$$\therefore ۴ (د_۱ - د_۲) = \frac{۴}{۲} (د_۱ - د_۲) (د_۱ + د_۲)$$

جب پارہ کا نمایندہ یکساں طریقہ سے نیچے اترتا ہے تو نمایندہ کے وزن کی وجہ دباؤ د اور وہ دباؤ جو اوپر سے اُسے دیتا ہے، نمایندہ کے نیچے کے دباؤ کو تعادل میں رکھتا ہے۔

∴ $\frac{م}{ج} + د = د + د = د$ جہاں $م$ = پارہ کے نمایندہ کی کمیت اور $د$ = اسکے تراش عمودی کا رقبہ

∴ $د فرحم + د فرحم = گ فرو$ (د + د) د (۱۶)

فرض کرو کہ نلی کے اندر جبکہ وہ افقی ہو، یکساں دباؤ = ۶

اب چونکہ $ح = د + د$ اسلئے کلیہ بائیل سے:—

$$۶ ح = د + د = د + د = (د + د) (ح - د) + د + د$$

∴ $د - ۶ = د + د$ (۱۶) میں $د$ اور $د$ کی قیمتیں لکھنے سے:—

$$= (د - ۶ + د) فرحم + د فرحم =$$

$$= گ فرو (د - ۶ + د) + د فرحم =$$

$$یعنی (۶ + د - د) فرحم =$$

$$= گ فرو (د - ۶ + د) + د فرحم =$$

$$فرض کرو کہ لا = د - ۶ + د + د فرحم =$$

$$∴ فرلا = د فرحم یعنی فرحم = د فرحم . فرلا$$

$$∴ \frac{ح}{د} (۶ - لا) = گ د لا فرو (۱۷)$$

فرض کرو کہ وٹانیوں میں $ح$ $ح$ میں متغیر ہو جاتا ہے

$$\text{تب لا} = ۲ - ۶ + ۵ \frac{۲}{۲} \text{ ح}$$

مساوات (۱۷) کو حدود لا اور لا کے درمیان و ثانیوں میں تکملانے سے :-

$$\frac{۲}{۲} \text{ ح} - (لا - ۶ کوک لا) = ۲ \text{ گ دو}$$

اس مساوات میں لا اور لا کی قیمتیں لکھنے سے :-

$$۲ (ح - ۶) - \frac{۲}{۲} \text{ ح کوک لا} = \left[\frac{۲ - ۱}{۲ - ۱} \frac{۲}{۲} \text{ ح} - ۱ \right] \text{ گ دو}$$

اگر باہر نکلنے والی گیس کا حجم اس نظام کے ساتھ باقرینہ ہو اور ح کے مساوی ہو
یعنی ۱ اور ب نشانوں کے درمیان گیس کا حجم اگر ح کے مساوی ہو جو وقت
و میں پارہ کے نمائندہ سے باہر نکالی جاتی ہے تو

$$۲ \text{ ح} - ۶ = ۲ \text{ ح} + ۵ \text{ ح} = ۲ \text{ ح}$$

$$\therefore ۲ \text{ ح} = ۲ \text{ ح} + ۵ \text{ ح} \text{ اور } ۲ \text{ ح} = ۲ \text{ ح} - ۵ \text{ ح}$$

اور اوپر کی مساوات یوں لکھی جاسکتی ہے :-

$$۲ \text{ ح} - \frac{۲}{۲} \text{ ح کوک لا} = \left[\frac{۲ - ۱}{۲ - ۱} \frac{۲}{۲} \text{ ح} + ۱ \right] \text{ گ دو}$$

اب چونکہ $\frac{۲}{۲} \text{ ح}$ بہت چھوٹی مقدار ہے اسلئے کوک کے سلسلہ کو پھیلانے
میں اس کے اونچے قوت نما والی رقم کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

$$\therefore ۲ \text{ ح} - \frac{۲}{۲} \text{ ح} = \left[\frac{۲ - ۱}{۲ - ۱} \frac{۲}{۲} \text{ ح} + ۱ \right] \text{ گ دو}$$

$$\text{گ دو} = \left[\{ \dots \dots \dots \} \right]$$

$$\text{یعنی } ۲\text{۔} = \frac{۶}{۵} \cdot \frac{۲}{۶} = \frac{۲}{۵} = \text{گ دو}$$

$$\therefore \frac{\pi \text{ ف } ۲ \text{ دو}}{\pi \text{ ف } ۲ \text{ ج و}} = \frac{\pi \text{ ف } ۲ \text{ ج و}}{\pi \text{ ف } ۲ \text{ ج و}} \dots (۱۸)$$

یہاں ہم نے پارہ کی کمیت π کی وجہ سے جو دباؤ پڑتا ہے اسکو π ج لیا تھا۔
لیکن سطحی تناؤ کی باعث اور پارہ کے نمائندہ کے دونوں سروں کے انحناء
کی وجہ سے جبکہ نمائندہ حرکت میں ہوگا نمائندہ کے دونوں رنوں پر موثر فرق دباؤ
 $\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵} \text{ (فہ - ج)}$ جہاں فہ ایک بہت چھوٹی مقدار ہے اور
تجربہ کے لئے مستقل ہے۔ یہاں یہ امر قابل لحاظ ہے کہ π کی قیمت میں ایک
بالکل چھوٹی مقدار کی کمی ہوگئی ہے۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ پارہ کا نمائندہ نلی
کے دیواروں کے ساتھ، گرنے کے دوران میں کسی قدر چپٹ جاتا ہے۔
حہ کی قیمت تجربہ میں کچھ تھوڑی سی متغیر ہوتی ہے، اسکی وجہ نمائندہ کی حرکت
ہے لیکن $\frac{۲}{۵}$ کی قیمت تجربہ میں ہمیشہ مستقل رہتی ہے۔

$$\therefore \frac{۲}{۵} = \text{گہ} = \text{مستقل}$$

ہم نے پہلے یہ فرض کیا ہے کہ حہ، نشانات ۱ اور ۲ کے درمیان گیس کا
حجم ہے لیکن حقیقت یہ ہے کہ ان دونوں نشانات کے درمیان نمائندہ کی
موجودگی سے

$$\text{حہ} = \text{حا} - \frac{\pi}{\rho} \quad \text{جہاں } \text{حا} = ۱ \text{ اور } ۲ \text{ کے درمیان صحیح حجم، اسکی}$$

قیمت ۱ اور ۲ کے درمیان پارہ بھر کر تولنے سے دریافت کی جاسکتی ہے۔

اور $\text{نہ} = \text{پارہ کی کثافت}$

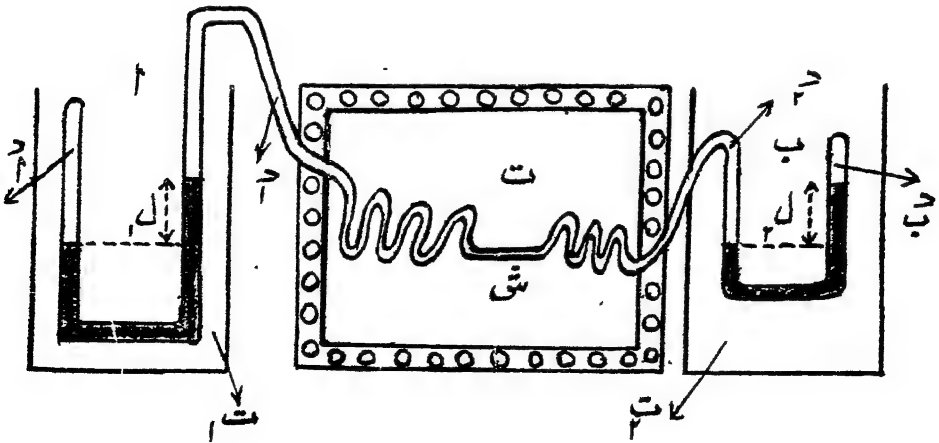
$$\therefore \text{گہ (حا - } \frac{\pi}{\rho} \text{)} = \frac{\pi}{\rho} \text{ (فہ - ج و)}$$

$$\text{یعنی (فہ - } \frac{\pi}{\rho} \text{)} = \frac{\pi}{\rho} \text{ (ج و (حا - } \frac{\pi}{\rho} \text{))}$$

یہ م اور (ح- ۲) کے درمیان خطی تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔ اسلئے م اور و کی مختلف قیمتیں پس کر منحنی مرتسم کرنے سے ایک خط مستقیم حاصل ہوتا ہے جس کے میلان سے گتہ بہ گتہ حاصل ہوتا ہے اور اس کی مدد سے گہ کی قیمت نکالی جاسکتی ہے۔ لہذا گیس کے لئے کہ کی صحیح قیمت مساویات (۱۸) سے دریافت کی جاسکتی ہے۔ اس خط کے مقطوعہ سے (ح- ۲) محور پر (فہ) کی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

اس طریقہ سے پروفیسر رینکن نے متعدد گیسوں کی لزوجت دریافت کی اور یہ ثابت کیا کہ دباؤ کے ساتھ اسکا کوئی تعلق نہیں ہے۔

۱۹۲۸ء میں ایڈورڈ نے نین کی لزوجت صفر ہر۔ ۴۴۰ ہر کی وسعت کے اندر اسی لزوجت پیا سے دریافت کی۔ اور ولیم نے صفر ہر۔ ۱۰۰۰ ہر تک اسکی پیا کش کرنے میں کامیابی حاصل کی اور یہ دریافت کیا کہ مختلف تپشوں پر گیسوں کی لزوجت سے متعلق سدر لینڈ کے کلیہ میں کسی قدر فرق ہے۔ بخارات کی لزوجت : پروفیسر رینکن نے ۱۹۱۳ء میں بردین کے بخار کی لزوجت دریافت کرنے کے لئے آلات جس طرح ترتیب دئے تھے ان



شکل ۱۶

کو شکل ۱۷ میں دکھایا گیا ہے۔ جن لائنوں میں بروین مائع کی حالت میں رکھی گئی تھی، ان کو ۱ اور ب حماموں میں رکھا گیا ہے اور ان کی تپشیں ت_۱ اور ت_۲ مستقل رکھی گئی ہیں۔ چونکہ ت_۱ تپش ت_۲ سے زیادہ ہے، اس لئے بخاری دباؤ د_۱ د_۲ سے زیادہ ہوگا۔ د_۱ اور د_۲ دونوں نلیوں میں، علی الترتیب خیرہ دباؤ کی قیمتیں اُن خاص تپشوں پر ہیں۔ ب میں بخار اُسے آکر منجمد ہونے لگتا ہے اور لائنوں میں ل کی بندی کے مساوی استوانہ نیچے اُتر آتا ہے۔ ۲ میں مائع کی سطحوں میں فرق ل_۱ ہے۔ شعری نلی میں سے جب بخار گزرتا ہے تو یہ آشدان کی مدد سے تپش تک زائید گرم کیا جاتا ہے۔ مرغولہ نمائیاں (جس طرح کہ شکل میں دکھایا گیا ہے) آشدان کے اندر اس لئے رکھی جاتی ہیں کہ بخارات ان میں سے گزرتے ہوئے آشدان کی تپش تک گرم کئے جاسکیں۔

$$\begin{aligned} \text{ج} = \text{ج} - \text{ت} \quad \text{ج} = \text{ج} \quad \text{ج} = \text{ج} + \text{ت} \quad \text{ج} = \text{ج} \\ \text{جہاں } \text{ت} = \text{بروین کے بخار کی کثافت} \quad \text{ت} = \text{تپش پر} \\ \text{اور } \text{ت} = \text{ت} \quad \text{ت} = \text{ت} \quad \text{ت} = \text{ت} \quad \text{ت} = \text{ت} \\ \text{میٹر کے کلیہ سے} \quad \text{ت} = \frac{\pi}{14} \cdot \frac{\text{ف}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ت}} \quad (\text{ج} - \text{ج}) \\ \text{اور } \text{ج} = \text{ج} = \frac{\pi}{14} \cdot \frac{\text{ف}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ت}} \quad (\text{ج} - \text{ج}) \end{aligned}$$

جہاں ج = تپش اور دباؤ د_۱ پر فی ثانیہ بخیرہ یا بنیوالے بخار کا حجم۔
کلیہ یا میل اور شارل کی رو سے :- $\frac{\text{ج}}{\text{ت}} = \frac{\text{ج}}{\text{ت}}$

جہاں د_۱ اور ت_۱ کرہ ہوائی کے دباؤ اور تپش کی قیمتیں علی الترتیب ہیں،
اور ج_۱ اس تپش اور دباؤ پر فی ثانیہ بخیرہ یا بنیوالے بخار کا حجم ہے۔

$$\therefore \text{ل} = \frac{\pi}{14} \cdot \frac{\text{ف}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ج}}{\text{ت}} \quad (\text{ج} - \text{ج})$$

$$= \frac{\pi f^2}{16 \lambda} \left(\frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \right)^2 \text{ مثلاً } \dots \dots \dots (۱۹)$$

جہاں f = کردہ ہوائی کے دباؤ اور λ برکشافت اور
 d_1 = فی ثانیہ تبخیر پانے والے بخار کی کمیت کردہ ہوائی کے دباؤ اور d_2
 پر جس کی پیمائش گرم لانا نالی کی بندھی کے تغیر کی شرح سے کی جاتی ہے اگر
 کشافت معلوم ہو۔

لہذا اوپر کی مساوات میں d_1 اور d_2 کی قیمتیں درج کرنے سے برومین کے
 بخارات کی لزوجت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اس کے بعد ۱۹۲۷ء میں اسمیتھ
 اور ۱۹۲۹ء میں ٹیسینی نے اس آلہ میں خفیف سی تبدیلیاں کیں^(۱۴)۔
 اس طریقہ سے فائدہ یہ ہے کہ بغیر کسی علیحدہ داب پیمائش کے دباؤ کی پیمائش ہو سکتی
 ہے چونکہ شعری نلی میں سے گزرتے ہوئے بخارات ملطف ہو جاتے ہیں اس لئے
 کنڈنسن نے یہ تجویز کی کہ اوپر کے ضابطہ سے لزوجت کی جو قیمت حاصل ہوتی
 ہے اس کو $(1 + \frac{f}{f_0})$ سے ضرب دینا ضروری ہے جہاں f_0 تصحیحی جز
 ہے اور جو سالمات کی اوسط آزاد راہ کے متناسب ہے۔

گیسوں کی لزوجت پر دباؤ کا اثر:۔ گیسوں کے نظریہ تحرک سے میکسول
 نے یہ ثابت کیا کہ لزوجت پر دباؤ کا کوئی اثر نہیں ہوتا۔ اس نتیجہ کی تصدیق پرفیسر
 مینکن اور دیگر اشخاص نے دباؤ کی ایک بڑی وسعت تک کی ہے اور ہر
 حالت میں اس کو صحیح پایا۔

بہت ہی کم دباؤ پر (مثلاً پارہ کے ۱۰۰۰ حصہ کے نیچے) دباؤ کی کمی سے لزوجت
 میں کمی واقع ہوتی ہے۔

اور بہت ہی اونچے دباؤ پر بھی میکسول کا کہنا درست نہیں۔ اس کے متعلق
 دسویں باب میں بحث کی جائے گی۔

گیسوں کی لزوجت پر λ کا اثر:۔ عام طور پر λ کے بڑھنے سے لزوجت

میں اضافہ ہوتا ہے۔
 میکسول کا بیان ہے کہ لہ \propto ت $\frac{1}{\lambda}$ جہاں ت = گیس کی کشش مطلق
 لیکن بعد میں ق \propto ص $\frac{1}{\lambda}$ کو کلیہ قوت فرض کرتے ہوئے، اس
 نے ایک کلیہ وضع کیا:—

لہ \propto ت
 جہاں ق = دو سالمات کے درمیان کششی قوت
 ص = سالمات کے درمیان فاصلہ
 پر دنیسیر حلیمین نے بعد میں صرف یہ فرض کرتے ہوئے کہ سالمات کے
 درمیان دفع کی قوت ق \propto ص $\frac{1}{\lambda}$ کی شکل کی ہوتی ہو یہ نتیجہ اخذ کیا:—
 لہ \propto ت $(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 1})$ جہاں ن = کوئی صحیح عدد
 اسکے بعد سر رلینڈ نے کششی قوت ق کو ف $(\frac{1}{\lambda})$ کے متناسب
 فرض کرتے ہوئے ایک کلیہ حاصل کیا جو حسب ذیل ہے:—

$$\text{لہ } \propto \frac{\text{ت}}{\text{ص} + 1} \propto \frac{\text{ت}}{\text{ت} + \frac{1}{\lambda}}$$

جہاں ص = ایک مستقل جس کو سر رلینڈ کے مستقل سے موسوم کیا
 جاتا ہے۔ یہ ضابطہ کشش کی بڑی بڑی قیمتوں یعنی تقریباً ... آہر تک صحیح ثابت
 ہوا ہے۔ لیکن اس سے زائد کشش پر اسکا استعمال درست نہیں ہے۔
 ۱۹۲۲ء میں جونسن نے دونوں کلیات قوت کو (یعنی جذب اور دفع
 دونوں کو) میکسول اور حلیمین کی طرح فرض کرتے ہوئے یہ ثابت کیا:—

$$\text{لہ } \propto \frac{\text{ت}}{\frac{\text{ص}}{\text{گ}} + \frac{1}{\text{ت} + 1}} \text{ جہاں گ = مستقل}$$

سدرلیٹڈ کا کلیہ یوں لکھا جاسکتا ہے :- $\frac{\text{گہ ت}^{\frac{3}{2}}}{\text{س} + \text{ت}} = \text{لی}$ جہاں گہ = کوئی دوسرا مستقل

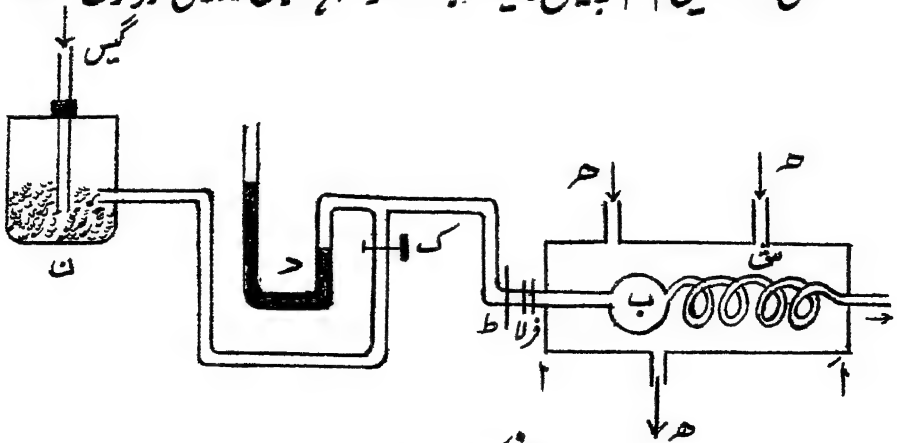
یعنی $\frac{\text{گہ ت}^{\frac{3}{2}}}{\text{س} + \text{ت}}$

بطور تجربہ ہم اگر ت کو $\frac{\text{ت}^{\frac{3}{2}}}{\text{س} + \text{ت}}$ کے مقابلہ میں قسّم کریں تو ایک خط مستقیم حاصل ہوتی ہے۔ اگر اس خط کو تختہ راج کیا جائے تو یہ ت محور کو ایک نقطہ پر قطع کرے گی، اس نقطہ اور مبداء کے درمیانی فاصلہ سے سدرلیٹڈ کے مستقل س کی قیمت حاصل ہو جاتی ہے اور اس خط کے ڈھلاؤ سے مستقل گہ کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے۔

نظری طور پر سدرلیٹڈ کا ضابطہ دسویں باب میں حاصل کیا جائے گا۔

سدرلیٹڈ کے مستقل (س) کی تجربہ کے فریضہ دیا ہے۔

شکل ۷۱ میں ۲۲ پیتس کا ایک بند اسطوانہ ہے جس کو روئی اور اون سے



شکل ۷۱

لمیٹ دیا جاتا ہے۔ اس اسطوانہ کے اندر شیشہ کا ایک بڑا جوفہ دب ہے جس کو شعری نلی نش سے احتیاط کے ساتھ جوڑ دیا جاتا ہے۔ شعری نلی مرغولہ نما بنائی جاتی ہے۔ جوفہ کا دوسرا سیرا پارے کے داب پیاد سے ملا یا جاتا ہے۔ اس داب پیاس میں تختک کرنے والی ایک بوتل ن کے ذریعہ ہوا یا گیس ٹوٹی ک کو کھول کر لمپ سے داخل کی جاتی ہے۔ بھاپ یا سرد پانی پیل کے اسطوانہ میں سے گزارا جاتا ہے تاکہ شعری نلی میں سے گزرنے والی گیس کو کسی خاص تپش پر رکھا جاسکے۔ تجربہ کے وقت داب پیاس میں ہوا، لمپ کے ذریعہ داخل کی جاتی ہے اور ٹوٹی ک بند کر دی جاتی ہے۔ پارہ کی سطحوں میں باہمی فرق ہونے سے ہوا پر دباؤ عمل کرتا ہے اور اس کی وجہ سے شعری نلی میں سے ہوا آہستہ آہستہ گزرتی ہے، اور چنانچہ داب پیاس کی داہنی جانب پارہ کا اسطوانہ بتدریج بڑھنے لگتا ہے۔ ایک متحرک خوردبین (جس کو شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے) میں پارے کے اسطوانہ کی داہنی ساق کو ماسک میں لایا جاتا ہے اور چشمہ والے پیانہ کے کسی خاص نشان کو دیکھ لیا جاتا ہے۔ جب پارے کی ڈوری کا ہلانی سیرا داہنی جانب بڑھتے ہوئے اس خاص نشان سے منطبق ہونے لگتا ہے تو ایک چلر کئی گھڑی چلا دی جاتی ہے۔ اس کے بعد متحرک خوردبین کو اس کے پیانہ پر کچھ فاصلہ (مثلاً ”ما“ ملی میٹر) اوپر اوٹھایا جاتا ہے، اور پھر جب پارے کی ہلانی سطح اس خاص نشان سے منطبق ہونی لگے تو چلر کئی گھڑی میں وقت کا وقفہ دیکھ لیا جاتا ہے۔ اس طرح زائد دباؤ کی ایک خاص قیمت سے کسی مقررہ دباؤ کی قیمت تک وقت کے وقفہ کے متعدد مشاہدات حاصل کئے جاتے ہیں اور پھر ان سب وقفوں کا اوسط درجہ کر لیا جاتا ہے۔

دو تجربے کو ضروری ہے۔ ایک تجربہ میں تپش گمرہ کی تپش کے مساوی رکھی جاتی ہے اور دوسرے تجربہ میں نائند دباؤ کی ان ہی قیمتوں کے لئے بھاپ

کی تیش رکھتی ہوتی ہے یعنی کسی ایک ہی زائد دباؤ سے زائد دباؤ تک پہنچنے میں جتنا وقفہ درکار ہوتا ہے، وہ دونوں صورتوں میں دریافت کر لیا جاتا ہے۔ درحقیقت، یہ طریقہ عمل، ٹیکن کے لزوجت پیمائی کی ایک خاص صورت ہے۔ پارہ کی ڈوری سے یہاں گیس ڈھکیلی جاتی ہے لیکن رنگین کے لزوجت پیمائیں، پارے کا نمائندہ گیس کو ڈھکیلتا ہے۔ فرض کرو کہ کمرہ کی تیش ت ہے جو کہ ہلائی سرے سے ط تک تصور کی جاسکتی ہے۔

اور یہ بھی فرض کرو کہ اس حصہ کا دباؤ، اور کسی وقت و میں حجم حصہ ہے اور نیز بھاپ کی تیش یعنی جوفہ کے اندر گیس کی تیش ت ہے مگر غولہ نما شعری نلی کے دوسرے سرے پر دباؤ (ج) کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہوگا۔ اب نلی میں ایک چوٹی سی دھجی فرلا ط سے لا فاصلہ پر۔

لا پر تیش = ت کا کوئی تفاعل = ت (ت)
 ∴ فرلا = ت (ت) فرت، جہاں ت (ت) ت (ت) کا تفرقی

سر ہے۔

میٹر کے ضابطہ سے $\frac{M}{\rho} = \frac{M}{\rho} \left(\frac{D}{D} \right) \frac{\pi}{14} \dots \dots (20)$

لیکن $\frac{M}{\rho} = \frac{M}{\rho} \left(\frac{D}{D} \right) \frac{\pi}{14} \dots \dots$

جہاں ت = گیس کی کثافت کمرہ کی تیش ت پر

اور ت = " " " " بھاپ " " ت " "

اور ۱ فرلا = ط کی داہنی جانب جس چوٹی سی دھجی کا حجم

چونکہ $\frac{M}{\rho} = \frac{M}{\rho} \left(\frac{D}{D} \right) \frac{\pi}{14} \dots \dots$

$$= \frac{۱۰۰}{۴} \left(\frac{۳}{۴} (ت) - (ت) \right) =$$

$$= \frac{۱۰۰}{۴} (۳(ت) - (ت)) =$$

$$= ۲۰ \left[\frac{۱۰۰}{۴} \left(\frac{۳}{۴} (ت) - (ت) \right) + \frac{۱}{۴} (ت) \right] =$$

$$= \frac{۱۰۰}{۴} \cdot \frac{۳}{۴} =$$

$$\frac{۱۰۰}{۴} \cdot \frac{۳}{۴} = \frac{۱۰۰}{۴} \cdot \frac{۳}{۴} =$$

$$= ۲۰ \cdot \frac{۳}{۴} =$$

گیس کے مجموعی حجم کے لئے جو دو ثنائیوں میں گزرتا ہے مکملاتے سے :-

$$د ح = \frac{۱۰۰}{۴} \cdot \frac{۳}{۴} =$$

$$= ۲۰ \cdot \frac{۳}{۴} =$$

$$= ۲۰ \cdot \frac{۳}{۴} =$$

تجربہ میں جبکہ کمزور کی تپش ہو تو ت = ت اور ت = ت
فرض کرو کہ وقت و = و تب

ت = و بہ (۲۱)

تجربہ کے دوسرے حصہ میں جبکہ وہ بھاپ کی پیش ت پر کیا جاتا ہے چونکہ بڑے جوفہ کے حجم کے مقابلہ میں، بھاپ کے اسطوانہ کی بیرونی نلی کا حجم بالکل چھوٹا ہوتا ہے اسلئے ہم یہ فرض کر لیتے ہیں کہ شعری نلی میں داخل ہونے والی گیس کی تمیش، بھاپ کی پیش ت کے مساوی ہے، یعنی پارے کے نمائندہ اور نشان ط کے درمیان گیس ت پیش پر ہے۔

لہذا اس صورت میں $t = t$ اور وقت = و

∴ لیے = و بہ (۲۲)

∴ مساوات (۲۱) اور (۲۲) سے

$$\left(\frac{t}{t} \right) \times \left(\frac{t}{t + s} \right) = \frac{و}{و} = \frac{ل ت}{ل ت}$$

$$\therefore \frac{و}{و} = \left(\frac{t}{t + s} \right) \cdot \frac{ت}{ت} \dots (۲۳)$$

اس مساوات سے سہ رینڈ کے مستقل س کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔
موصلیت حرارت اور کسی گیس کی لزوجت : گیسوں کے نظریہ تحریک سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ موصلیت حرارت اور لزوجت کے درمیان کوئی

خاص تعلق ضرور ہے، یعنی
مہ = لہ . ل ج جہاں ل ج = مستقل حجم پر کسی گیس کی حرارت نوعی

اور مہ = گیس کی موصلیت حرارت

گیس کے سالمات کو لچکدار کر دوں سے تعبیر کرتے ہوئے بعد میں یہ ثابت کیا گیا ہے کہ

$$مہ = لہ \cdot ل ج$$

جہاں لہ = مستقل = ۲۵۰۰ (پروفیسر چین کے مطابق) ^(۱۹)

اس مساوات کو عملی طور پر جانچا گیا اور ایک جوہری گیسوں کے لئے یہ صحیح ثابت بھی ہو چکی ہے، لیکن ایسی گیسوں مثلاً اینتھیلین، کاربن ڈائی آکسائیڈ وغیرہ کے لئے تجربی نتائج اور اس ضابطہ میں مطابقت نہیں ہوتی، صرف مطابقت اس وقت ہوتی ہے جبکہ $\frac{1}{p} = (9 - 5) \times 10^{-5}$ لیں۔

جہاں $n =$ گیس کی حرارت نوعی مستقل دباؤ پر

گیس کی حرارت نوعی مستقل حجم پر

ذیل میں مختلف تپشوں پر چند گیسوں کی لزوجت کی قیمتیں دی گئی ہیں:-

گیس	تپش °م	لزوجت سی۔گ۔ ڈ اکائیوں میں
ہوا	صفر	۰.۶۰۰۰۱۷۱
	۱۵	۰.۶۰۰۰۱۸۱
ہائیڈروجن	صفر	۰.۶۰۰۰۰۸۶۴
	۱۰۰	۰.۶۰۰۰۱۰۶
ہی کیجن	صفر	۰.۶۰۰۰۱۸۷
	۵۴	۰.۵۰۰۰۲۱۶
نائیٹروجن	صفر	۰.۶۰۰۰۱۶۶
	۵۴	۰.۵۰۰۰۱۹۰
کلورین	صفر	۰.۶۰۰۰۱۲۹
	۲۰	۰.۶۰۰۰۱۴۷
کاربن ڈائی آکسائیڈ	صفر	۰.۵۰۰۰۱۳۹
	۱۰۰	۰.۵۰۰۰۱۸۷
ناٹرس آکسائیڈ	صفر	۰.۵۰۰۰۱۳۵
	۱۰۰	۰.۵۰۰۰۱۸۳

۰۰۰۰۰ ۱۶۳	صفر	} کاربن مان آکسائیڈ
۰۰۰۰۰ ۱۸۴	۲۰	
۰۰۰۰۰ ۹۱	صفر	} پانی (بخار)
۰۰۰۰۰ ۱۳۳	۱۰۰	

ذیل کی جدول میں کیا بگیسوں کے لئے لزوجتوں کی قیمتیں دی گئی ہیں جن کو پروفیسر رٹیکن نے دریافت کیا تھا:۔

گیس	تپش ۵	لزوجت سی۔ گ۔ فٹ اکائیوں میں
ہیلیم	۹۵۸	۰۰۰۰۰ ۱۹۱
نپین	۱۰۵۱	۰۰۰۰۰ ۳۰۴
آرگن	۱۲۵۳	۰۰۰۰۰ ۲۱۷
کریپٹن	۱۰۵۶	۰۰۰۰۰ ۲۴۱
زینن	۱۰۵۹	۰۰۰۰۰ ۲۱۸

ذیل کی جدول میں سدرلیٹڈ کے مستقل کی قیمتیں دی گئی ہیں:۔

گیس	سدرلیٹڈ کا مستقل "سی"	سدرلیٹڈ کا مستقل "سی" گ
ہوا	۱۲۰	۰۰۰ ۸۷
سڈروجن	۷۲	۰۰۰ ۷۷
آکسیجن	۱۲۷	۰۰۰ ۸۹
ناٹروجن	۱۱۰	۰۰۰ ۸۵
ہیلیم	۸۰	۰۰۰ ۷۸

۰.۰۹۸	۱۷۰	آرگن
۰.۵۱۱۴	۲۴۰	کاربن ڈائی آکسائیڈ
۰.۵۰۸۳	۱۰۲	کاربن مان آکسائیڈ
۰.۵۱۳۰	۳۱۳	ناٹرس آکسائیڈ

ذیل کی جدول میں $\frac{۵۰}{۱۰۰}$ کی قیمتیں دی گئی ہیں جو تجربہ سے حاصل ہوئیں اور ان کا مقابلہ $\frac{۵۰}{۱۰۰}$ کی قیمتوں سے کیا گیا ہے :-

گیس	مشاہدہ کی ہوئی قیمتیں $\frac{۵۰}{۱۰۰}$	$\frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۱۰} (۹ - ۵)$
ہائیڈروجن	۱۷۸۹	۱۷۹۰
ہیلیم	۲۷۳۸	۲۷۴۴
کاربن مان آکسائیڈ	۱۷۸۸	۱۷۹۱
ناٹروجن	۱۷۹۱	۱۷۹۱
ہوا	۱۷۹۱	۱۷۹۱
آکسیجن	۱۷۹۳	۱۷۹۰
کاربن ڈائی آکسائیڈ	۱۷۵۲	۱۷۷۲
اتھیلین	۱۷۵۵	۱۷۵۵



Chapter VIII.

- (۱) Properties of Matter "Poynting & Thomson"; P210 (1922)
A Monograph of Viscometry by "G. Barr"; P17 (1931)
- (۲) General Physics E. Edser; P504 (1926)
- (۳) Properties of Matter "Newman & Searle"; P109 (1928)
- (۴) Viscosity of Liquids "E. Hatschek"; P63 (1928)
- (۵) " " " " P65 (1928)
- (۶) Phil. Trans; A, P1 (1894)
- (۷) Viscosity of Liquids "E. Hatschek"; P79 (1928)
- (۸) " " " " P99, (1928)
- (۹) Phil. Trans; AP397 (1894)
- (۱۰) Viscosity of Liquids "Dunstan & Thole" P31 (1914)
- (۱۱) Trans Faraday Soc. 18. P3 (1923)
- (۱۲) Viscosity of Liquids "E. Hatschek"; P29 (1928)
- (۱۳) J. Amer. Chem. Soc. 35, P737 (1913)
- (۱۴) General Physics "E. Edser" P516 (1926)
- (۱۵) Phil. Mag. 42, P1022 (1921)
- (۱۶) Proc. Roy. Soc. A83 P265 (1910)
- (۱۷) A Monograph of Viscometry by "G. Barr"; P169 (1931)
- (۱۸) Phil. Mag. 36, P507 (1893)
- (۱۹) Properties of Matter "Newman & Searle"; P242 (1928)
- (۲۰) Text Book of Heat "Saha & Srivastava"; P132 (1931)

نوال باب

نفوذ اور ولوجی دباؤ

نفوذ :- ایک گہرے برتن کے پیندے میں کسی نمک کے محلول کو ڈال دیا جائے اور احتیاط کے ساتھ پانی سے برتن کو اس طرح بھرا جائے کہ محلول میں روئیں نہ پیدا ہوں تو یہ دیکھا گیا ہے کہ محلول برتن کے پیندے میں نہیں رہتا بلکہ پورے برتن میں سالمات کی حرکت کی وجہ سے بتدریج پھیل جاتا ہے۔
 پوٹاسیم پرمینگنیٹ یا کاپرسلفیٹ، یا کرومک ترشہ کے مرکب محلول کو کسی خاص گہرائی تک شیشہ کے گہرے برتن میں رکھ کر صاف پانی آہستہ آہستہ اس طرح اُس میں ڈالا جائے کہ مائع میں کوئی روئیں نہ پیدا ہوں تو ابتدا میں رنگین اور بے رنگ حصہ کے درمیان نمایاں طور پر ایک واضح سطح نظر آتی ہے لیکن کچھ دیر کے بعد اوپر والا حصہ بتدریج رنگین ہونے لگتا ہے اور برتن کے نچلے حصہ والے مائع کا رنگ پہلے کی نسبت پھیکا ہونے لگتا ہے۔ رنگ کی یہ تبدیلی اس وقت تک برابر جاری رہتی ہے جب تک کہ پورے برتن میں مائع کا رنگ ایک نہ ہو جائے۔ اس عمل کو ”نفوذ“ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ مائع میں یہ عمل گیسوں کے مقابلہ میں بہت سست ہوتا ہے۔

گریہیم پہلا شخص تھا جس نے ۱۸۵۶ء میں نفوذ پر تجربے کئے۔ اس نے ایک چوڑے منہ کی بوتل لی اور اس میں زیر تجربہ محلول کو بھر دیا۔ اس بوتل کو ایک اور بڑے برتن میں رکھ کر آئنا پانی اس برتن میں ڈال گیا کہ پانی کی سطح کھلی بوتل کے اوپر آگئی۔ چند دنوں کے بعد بوتل کے اندر کے محلول کو یہ دریافت کرنے کی غرض سے جانچا گیا کہ کتنا نمک نفوذ کے ذریعہ بڑے برتن

میں پہنچ گیا ہے۔ اس وقت یہ معلوم ہوا کہ (الف) مختلف نمکوں کے محلولوں کی شرح نفوذ مختلف ہوتی ہے۔ (ب) نمک، شکر، دھاتی ترشوں وغیرہ کے محلول، آلبومن، گوند، جیلیٹن وغیرہ کی بہ نسبت بہت زیادہ تیزی سے نفوذ پذیر ہوتے ہیں۔ (ج) حل شدہ اشیا کی وہ مقدار جو اکائی وقت میں ایک پرت سے دوسرے پرت تک گزرتی ہے ان پرتوں کے درمیان جو فرق ارتکاز ہوگا اس کے متناسب ہوتی ہے۔ (د) نفوذ کی شرح پیش کے ساتھ بڑھتی ہے۔ سادہ ریاضی کی شکل میں ۱۸۵۵ء میں فیک نامی ایک شخص نے ان نتائج کو پیش کیا تھا چنانچہ یہ فیک کے کلیہ سے تعبیر کئے جاتے ہیں۔

فیک کا کلیہ۔ فوریر کے موصلیت حرارت کے کلیہ کو پیش نظر رکھ کر فیک نے نفوذ کے کلیہ کو اخذ کیا تھا۔ موصلیت حرارت کا کلیہ یوں بیان کیا جاسکتا ہے :-

$$H = \frac{F \cdot A}{L} \quad (۱)$$

جہاں H حرارت کی وہ مقدار ہے جو اکائی وقت میں اسی دو متوازی مستویوں کے اکائی رقبہ میں سے گزرتی ہے جن کے درمیان چھوٹا سا ”فرق“ فاصلہ ہوتا ہے اور دونوں کی پیش علی الترتیب F اور L + فرق ہوتی ہے۔ ہر موصلیت حرارت کی شرح ہے۔

اسی طرح سے نفوذ کا کلیہ بھی لکھا جاسکتا ہے :-

$$H = \frac{F \cdot A}{L} \quad (۲)$$

جہاں H کسی نمک کی وہ مقدار ہے جو اکائی وقت میں اسی دو متوازی مستویوں کے اکائی رقبہ میں سے گزرتی ہے جن کے درمیان بہت ہی چھوٹا فاصلہ ”فرق“ ہو اور دونوں کے ارتکاز علی الترتیب F اور L + فرق ہوں۔ H ایک مستقل ہے جس کو حل پذیر شے کے لئے نفوذ کی قدر کہتے ہیں۔

محلول میں اکائی رقبوں کے دو مستوی ایسے لو جو ایک دوسرے سے فرلا فاصلہ پر ہوں، اس صورت میں پہلی مستوی سے اکائی وقت میں نمک کی درآمد مساوی (۲) سے مہ $\frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}}$ کے مساوی ہے۔ اکائی وقت میں دوسری مستوی سے نمک کی درآمد مساوی ہے فر (مہ $\frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}}$) + مہ $\frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}}$ =

$$= \frac{\text{فر}}{\text{فرلا}} \left(\frac{\text{مہ فرع}}{\text{فرلا}} \right) \text{فرلا} + \text{مہ} \frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}}$$

لہذا دونوں مستویوں کی درمیانی فضا میں $\frac{\text{فر}}{\text{فرلا}} \left(\frac{\text{مہ فرع}}{\text{فرلا}} \right) \text{فرلا}$

نمک کی مقدار کا اضافہ اکائی وقت میں ہوتا ہے۔ دونوں مستویوں کے درمیان چونکہ حجم فرلا ہے لہذا نمک کی مقدار میں اضافہ فی اکائی حجم فی اکائی وقت مساوی ہے مہ $\frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}}$ اور یہ ارتکاز کی شرح تبدیلی کے مساوی ہے۔ لیکن شرح تبدیلی ارتکاز مساوی ہے $\frac{\text{فرع}}{\text{فرت}}$ جہاں فرت وقت کے وقفہ کی ایک چھوٹی مقدار ہے۔

$$\text{لہذا} \frac{\text{فرع}}{\text{فرت}} = \text{مہ} \frac{\text{فرع}}{\text{فرلا}} \dots \dots \dots (۲)$$

یہ تفرقی مساوات نفوذ کے سوالات کے حل کرنے میں بہت ہی مفید ہے بشرطیکہ ابتدائی حالات دئے جائیں۔

مثلاً ع ارتکاز کا ایک ایسا محلول لو جو ایک اسطوانہ نما برتن میں ل طول رکھتا ہے۔ فرض کرو کہ ل طول کا محل اس بر اوپر کی جانب سے منطبق کیا جاتا ہے۔ مساوات (۳) کو حل کرنے سے ل طول میں کسی نقطہ پر کسی وقت میں ارتکاز ع کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے جبکہ لاکسی وسعت کے حد $\text{فرلا} = \text{صفر}$ سے $\text{لا} = \text{ل}$ تک لئے جائیں جبکہ $\text{ت} = \text{صفر}$ ہو اور نیز جبکہ ت

$$ع = \frac{ع}{ل + ل} \left\{ \frac{ل}{\pi} + \frac{ل}{\pi} - \frac{ل}{\pi} \right\} - \frac{ل}{\pi} \left(\frac{ل}{\pi} \right) \text{ جب } \frac{ل}{\pi} \text{ لا } (۴)$$

جیکہ ۱، ۳، ۵، ۷ وغیرہ

نفوذ کی قدر کی دریافت :- مساوات (۴) سے مہ کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے بشرطیکہ وقتاً فوقتاً کسی نقطہ پر ارتکاز کی تبدیلی (مائع کو بحیثیت مجموعی کسی طرح چھڑنے کے بغیر) معلوم کی جاسکے۔

۱۸۵۶ء میں لارڈ کلون نے ایک انتصابی برتن کے نیچے نصف حصہ میں محلول بھر کر اوپر کے نصف حصہ میں خالص پانی ڈالا۔ مختلف کشافوں والے شیشہ کے ٹکے جب محلول میں رکھے گئے تو ابتدا میں وہ پانی اور محلول کے مقام اتصال پر تیرتے رہے لیکن جوں جوں نفوذ کا عمل ہونے لگا وہ علیحدہ ہونے لگے اور ان میں سے جو زیادہ وزن دار تھے نیچے بیٹھنے اور ہلکے اوپر آنے لگے۔

معلوم کشاف کے ٹکوں کے مقام سے محلول میں نمک کی تقسیم یا کسی نقطہ پر ارتکاز کسی خاص وقت میں معلوم کیا گیا اور اس طرح مہ کی قیمت دریافت کی گئی۔ اس طریقہ میں ایک یہ اعتراض پیدا ہوتا ہے کہ منکوں پر ہوا کے بیلبے پیدا ہو سکتے ہیں جن سے ان کی اوچھال میں تبدیلی ہو سکتی ہے۔

وائٹ نے ۱۸۹۹ء محلول کے مختلف نقاط پر انعطاف نماؤں کی پیمائش کر کے مختلف پرتوں کے ارتکاز کو کسی خاص وقفہ کے بعد دریافت کرنے میں کامیابی حاصل کی۔ اس سے پہلے اس نے یہ دریافت کر لیا تھا کہ ارتکاز کے ساتھ ساتھ کس طرح انعطاف نما بدلتا ہے۔ شکر کے محلولوں کی صورت میں تقطیب کے مستوی کے گھاؤ کے ذریعہ ارتکاز کی قیمت دریافت کی گئی تھی۔

۱۸۷۹ء میں فاک کے کلیہ کی تصدیق، زنک سلفیٹ کے محلول کی صورت میں، ملغم حبست کی دو تختیوں کے درمیان قوت محرکہ برق کو ناپ، یف ویرنے کی تھی۔

اس نے پہلے یہ دریافت کر لیا تھا کہ قوت محرکہ برق تختیوں سے کپڑے والے محلول کے ارتکاز کے ساتھ ساتھ کس طرح متغیر ہوتی ہے بعد میں سلوڈ نے ۱۹۲۲ء میں اور کلیک نے ۱۹۲۴ء میں ایک خاص وقفہ کے بعد کسی نقطہ پر نفوذ کے دوران میں ارتکازوں کی قیمتیں نور کی شعاعوں کے خاؤ کے ذریعہ دریافت کی تھیں۔ شعاعوں کا یہ خاؤ گہرائی کے ساتھ کثافت کی تبدیلی کی وجہ سے اس صورت میں پیدا ہوتا ہے جبکہ شعاعیں اوپر کی سطح پر تقریباً تاسی زاویے بناتی ہوئی واقع ہوں۔ یہاں اس کو یاد رکھنا چاہیے کہ نفوذ کی قدر ”مہ“ کی قیمت نمک اور محلول کی نوعیت کے علاوہ تپش اور محلول کی طاقت پر بھی منحصر ہوتی ہے۔

یہ اوپر بیان کیا جا چکا ہے کہ گیسوں میں نفوذ مائع کی نسبت بہت زیادہ تیز واقع ہوتا ہے۔ گیسوں کے لئے بھی مائع کی طرح فک کے کلیہ کی شکل کے ایک کلیہ کا اطلاق کیا جاسکتا ہے۔ دو ایسی گیسوں پر غور کرو جن میں سے پہلی کی کثافت کی ڈھال کسی خاص نقطہ پر فریٹ ہے۔ ایسی صورت میں پہلی گیس کی کثیت جو افقی مستوی کے اکائی رقبہ میں سے اکائی وقت میں گزرے گی مہ فریٹ کے مساوی ہوگی جہاں نہ پہلی گیس کی کثافت کسی قائم افقی مستوی سے لابلندی کے اوپر ہے اور مہ اُن دونوں گیسوں کی نوعیت پر منحصر ہے۔ مہ کی پیمائش آسان اس لئے نہیں ہے کہ دونوں گیسوں کی ابتدائی معلوم تقسیم کی ترتیب نہایت دشوار کام ہے۔

لاشمیٹ اور اوہرمر نے ایک لمبا اسطوانہ ایسا استعمال کیا جو ایک قرص سے دو حصوں میں تقسیم ہو جاتا تھا۔ اس کے نچلے حصہ میں زیادہ کثیف گیس رکھی گئی تھی اور اوپر کے حصہ میں ہلکی۔ اس کے بعد قرص یا

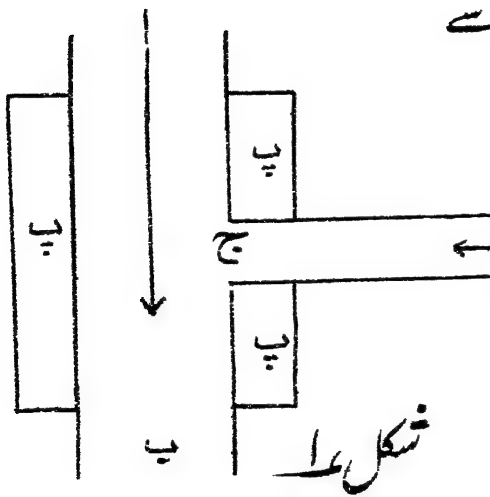
دیا فرغہ کو با احتیاط تمام روپیہ پیدا کرنے کے بغیر مٹا دیا گیا اور گیسوں کو باہمی نفوذ پذیر ہونے کا موقع دیا گیا۔ ایک خاص وقت کے بعد قرص کو پھر رکھ دیا گیا اور اسطوانہ کے اوپر کے حصہ میں بھاری گیس کی مقدار معلوم کر لی گئی۔ اس سے مہ کی قیمت دریافت کی گئی۔ ۸۸۲ء میں ڈٹیز نے زمانہ کے متداخل پیمائش کے ذریعہ کسی مقام پر انعطاف نما کی وقتاً فوقتاً پیمائش کر کے گیسوں کا متناسب کاربن مان آکسائیڈ اور ہوا کی صورت میں دریافت کیا تھا۔ گیسوں کی صورت میں بھی مائع کی طرح مہ کی قیمت پیمائش کے ساتھ بڑھتی رہے۔ گیسوں میں مہ دباؤ سے بھی متاثر ہوتا ہے یعنی گیسوں کے آمیزہ کے مجموعی دباؤ سے مہ کی قیمت متناسب معکوس رکھتی ہے۔

ایسی صورت میں جبکہ نفوذ پذیر گیسوں میں سے ایک کسی مائع کا بخار ہوتا ہے اور گیس اور اس بخار کے مابین نفوذ کی قدر مہ دریافت کرنا ہو تو ایک اسطوانہ نما نلی کے پینڈے میں کسی پیمائش پر کچھ مائع لیا جاتا ہے اور بخارات سے پاک گیس کی تیز رفتاری کے مٹنے پر سے گزاری جاتی ہے۔ جب کچھ دیر تک یہ روگزرتی رہے تو بخار کی نیکیاں کثافت کی ڈھال نلی میں پیدا ہو جاتی ہیں۔ بخار کی یہ کثافت کی ڈھال $\frac{1}{2}$ ہے جہاں $\frac{1}{2}$ مائع کا اعظم بخاری دباؤ دوران تجربہ کی پیمائش پر ہے اور $\frac{1}{2}$ نلی کے مٹنے سے مائع کی سطح تک کا فاصلہ ہے۔ اکائی وقت میں نلی سے باہر بہنے والے بخار کی کمیت جو اکائی وقت میں تجخیر پائے والے مائع کی مقدار کے مساوی ہوتی ہے (اور جس کی پیمائش آسانی سے کی جاسکتی ہے) مہ $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہوتی ہے۔ لہذا $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ کی قیمتیں معلوم ہوں تو مہ کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اس طریقہ سے اسٹیٹقان اور وٹکلمین نے مہ کی قیمتیں مختلف بخارات اور گیسوں کے لئے دریافت کی ہیں۔

ڈٹیز نے یہ ثابت کیا کہ سیسہ، جست، ٹین، سونے اور چاندی میں

سے پارے کا نفوذ ہوتا ہے۔ سرراہٹ آسٹن نے دھاتوں میں سے دھاتوں کے نفوذ پر مسلسل تجربے کئے اور مختلف دھاتوں کے لئے مہ کی قیمتیں سیسہ، ٹین، وغیرہ میں سے مختلف پیشوں پر دریافت کیں۔

گیسوں اور بخارات کے مابین نفوذ کے مظاہر کا اطلاق :- پارہ کے نفوذی میپ میں نفوذ کے اس عمل سے مدد لیکر ایک قلیل وقفہ میں زبردست خلا پیدا کیا جاسکتا ہے۔ گائیڈے کے نفوذی میپ کا اصول شکل ۱ میں دکھلایا گیا ہے۔ ہوا سے محض پارے کے بخارات نلی میں ۲ سے ب کی طرف گزرتے ہیں۔



ج ۲ ایک نلی ہے جہاں سے گیس داخل ہوتی ہے۔ گیس پارے کے بخارات میں نفوذ پذیر ہوتی ہے اور بخار کے ساتھ نیچے جاتی ہے۔ پ پانی سے سرد کئے ہوئے خالے ہیں جن کی مدد سے بخارات منجمد ہوتے ہیں۔ گائیڈے نے یہ ثابت کیا کہ گیس کا حجم جو بخارات میں نفوذ پذیر ہوتا ہے، نلی ج ۲ کے طول اور قطر اور نیز گیس کی مہ کی قیمت پر منحصر ہوتا ہے۔ نلی ج ۲ کا قطر گیس کے سالمات کے اوسط آزاد راستہ کے رتبہ کا ہوتا ہے۔

گائیڈے نے مختلف اقسام کے نفوذی میپ کی ساخت کے متعلق تجاویز پیش کئے ہیں۔ ایسے تمام میپ ۱۰ امر پارہ کے دباؤ تک خلا پیدا کر سکتے ہیں۔

گائیڈے اور فو ملر کے نفوذی پمپ کے عمل اور ترتیب وغیرہ کے متعلق معلومات ایک خاص فہرست طے نشان علیٰ اسی لیویڈ نامہ نو لکھ اے جی کولن (۱۹۳۱) کے ذریعہ دئے گئے ہیں۔

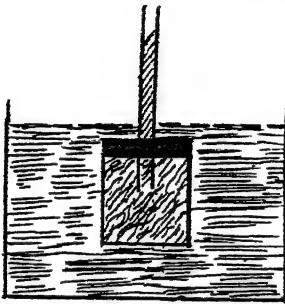
جب کبھی اس سے زیادہ خلا درکار ہوتا ہے تو اس قسم کے متعدد پمپ ہم تو از ہی جوڑ دئے جاتے ہیں۔ نظریہ تحرک کے باب میں سالمی پمپ کا تفصیلی بیان دیا گیا ہے۔

ولوجی دباؤ :- گائے کے مثانہ کو جو الکھل سے بھرا ہوا ہو اگر مضبوطی کے ساتھ بند کر کے پانی میں ڈبو یا جائے تو پہلے تو وہ پھولنے لگتا ہے اور آخر کار پھٹ جاتا ہے۔ اگر بجائے الکھل کے اس میں پانی بھرا جائے اور الکھل میں اس کو ڈبو یا جائے تو پھولنے کے عوض وہ سکڑنے لگتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پانی تو مثانہ میں سے گزر جاتا ہے لیکن الکھل نہیں گزر سکتا۔ راولٹ نے دریافت کیا کہ جب خوک کا مثانہ بطور جھلی استعمال کیا گیا تو میتھل الکھل، ایتھر کی سمت میں گزر گیا اور برکوب جھلی کی طرح استعمال کیا گیا تو ایتھر الکھل کی سمت میں گزر گیا۔ اس سے ظاہر ہے کہ سمت کا انحصار جھلی کی نوعیت پر ہے۔ ایسی جھلی جو کسی ایک گیس یا مائع کو اپنے میں سے گزرنے دیتی ہے لیکن کسی دوسرے گیس یا مائع کو نہیں گزرنے دیتی نیم نفوذ پذیر جھلی کہلاتی ہے۔ مثلاً گائے کا مثانہ جیسا کہ اوپر ذکر کیا جا چکا ہے نیم نفوذ پذیر جھلی ہے۔

کاپر فیرو سائیڈ کی جھلی بھی اسی طرح نیم نفوذ پذیر ہوتی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پانی تو اس میں سے گزر جاتا ہے لیکن کاپر سلفیٹ کے سالمات نہیں گزر سکتے۔ پلیٹیم کا ورق بھی نیم نفوذ پذیر ہے کیونکہ ہائیڈروجن تو اس میں سے گزر جاتی ہے لیکن نائیٹروجن نہیں گزر سکتی۔ پانی کی ایک جھلی میں سے امونیا تو گزر جاتی ہے لیکن آکسیجن نہیں گزر سکتی۔ نیم نفوذ پذیر جھلی میں سے

کسی گیس یا مائع کا گزر جانا ”ولوج“ سے موسوم کیا جاتا ہے۔

سب سے پہلے فقر نے ولوجی کلیات کا مطالعہ کیا۔ ایک مسادر برتن کو اس نے کیوپرک سلفیٹ کے محلول سے بھر کر پوٹاسیم فیرو سائینڈ کے ہلکائے ہوئے محلول میں ڈبو دیا۔ اس برتن کے دیواروں کے مساموں میں کیوپرک فیرو سائینڈ کی ایک جھلی پیدا ہوئی جس میں سے پانی تو نفوذ پذیر ہوتا تھا لیکن شکر نہیں گزر سکتی تھی۔ اس برتن کو دھو کر شکر کے محلول



سے بھر دیا گیا اور اس کے منہ کو ایک ڈاٹ سے بند کرنے کے بعد (ڈاٹ میں سے ایک لمبی نلی حسب شکل ۲ گزاری گئی) جب اس کو خالص پانی میں ڈبو دیا گیا تو انتصابی نلی میں محلول چڑھنے لگا۔ اس سے ظاہر ہوا کہ نیم نفوذ پذیر جھلی میں سے پانی شکر کے محلول کی طرف گزر جاتا ہے۔

شکل ۲

جب اس انتصابی نلی میں مائع ایک خاص بلند می تک پہنچ جاتا ہے تو مسادر برتن میں مزید پانی نہیں داخل ہوتا۔ نلی میں مائع کتنے استوانہ کی وجہ سے جو دباؤ پڑتا ہے وہ برتن میں مزید پانی کے داخل ہونے کو روک دیتا ہے۔ یہ اندرونی دباؤ جو پانی کے داخلہ کو مسدود کر دیتا ہے مسادر برتن میں کے مائع کا ”ولوجی دباؤ“ کہلاتا ہے۔ لہذا کسی محلول کے ولوجی دباؤ کی پیمائش کرنا ہو تو سب سے پہلے خالص محلول سے اس کے محلول کو ”نفوذ پذیر جھلی“ کی مدد سے (جو محلول کو تو گزرتے دیتی ہو لیکن منحل کو نہیں گزرتے دیتی) جدا کرنا چاہیے اور پھر اس ماسکوئی دباؤ کو ناپنا چاہیے جو محلول کے رخ پر جھلی کے اندر محلول کو داخل ہونے سے باز رکھتا ہے۔

فقرتے یہ دریافت کیا کہ مستقل تیش پر ہلکائے ہوئے محلولوں کے لئے
ولوجی دباؤ، محلول کے ارتکاز کے متناسب ہوتا ہے۔

اگر Δ وولوجی دباؤ ہو اور مستقل تیش t پر محلول کا ارتکاز C ہو تو
 $\Delta \propto C$ اور ساتھ ہی ساتھ $\Delta \propto t$

$\therefore \Delta \propto t \cdot C$

یعنی $\Delta = k \cdot t \cdot C$ جہاں k = مستقل
اگر C = منحل کے گرام سالمات فی لیٹر محلول میں

تو $C = \frac{1}{V}$

جہاں C = منحل کے گرام سالمات کی تعداد V لیٹر محلول میں

$\therefore \Delta \propto t \cdot k \cdot \frac{1}{V}$ (۵)

کسی گیس کیلئے ہم جانتے ہیں کہ $\Delta \propto C \cdot k \cdot t$ (۶)

جہاں Δ = گیس کا دباؤ اور C = گیس کے گرام سالمات کی تعداد

ح لیٹر میں

اور k = گیس کا مستقل فی گرام سالمہ

لہذا ان دونوں مساواتوں کا مقابلہ کرنے سے فائنٹ صاف نے ہلکائے

ہوئے محلولوں کی صورت میں یہ بیان کیا کہ کسی محلول کا وولوجی دباؤ، گیس کے

اس دباؤ کے مساوی ہے جو کہ منحل کی صورت میں ہوتا ہے جبکہ منحل گیس کی حالت

میں ہو اور اتنا ہی حجم گھیرتا ہو جتنا کہ محلول کے لئے اس ہی تیش پر درکار ہے۔

مساوات (۵) سے —

$\Delta \propto \frac{1}{V} \cdot k \cdot t$ (۷)

جہاں k = منحل کا وزن گرام میں اور t = منحل کا سالمی وزن

لہذا مساوات (۷) سے ظاہر ہے کہ کسی محلول کا وولوجی دباؤ ہمیں حل شدہ

شے کے سالمی وزن کی دریافت میں مدد دیتا ہے۔

بخاری دباؤ :- کسی محلول کا بخاری دباؤ $\frac{ج}{ج}$ محلل کے بخاری دباؤ $\frac{ج}{ج}$ سے کم ہوتا ہے۔ (ج - ج) بخاری دباؤ کا اُتار ہے اور (ج - ج) بخاری دباؤ کا اضافی اُتار ہے۔ راولٹ نے مسلسل تجربے کئے اور مختلف محلولوں اور محلولوں کے لئے بخاری دباؤ کے اضافی اُتار کی قیمتوں کی پیمائش کی۔ اس نے یہ ثابت کیا کہ کسی خاص ارتکاز کے لئے پیش کے تابع نہیں ہے۔ لیکن محلول کے ارتکاز کے راست متناسب ہے۔ اس جملہ

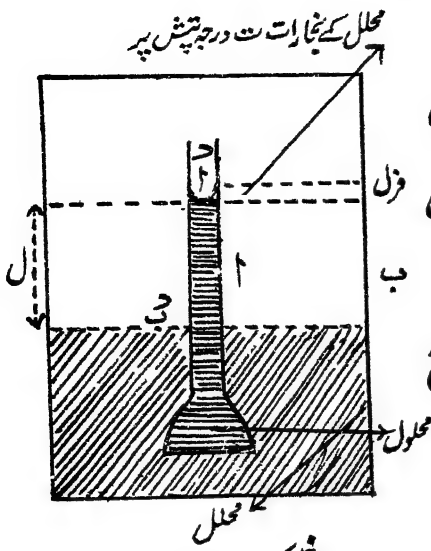
ک ب . ل ا . ج - ج کو بخاری دباؤ کے سالمی اُتار سے

موسوم کیا جاتا ہے۔

جہاں ک سے مراد مخل کے گراموں کی تعداد ہے محلل کے ک گراموں میں۔ راولٹ نے دریافت کیا کہ اگر ہم اس جملہ کو محلل کے سالمی وزن ل ب سے تقسیم کریں تو تمام محلولوں کے لئے نتیجہ تقریباً ۱۰۴.۶ کے مساوی حاصل ہوتا ہے۔ اس نے یہ بھی دریافت کیا کہ (ج - ج) تقریباً $\frac{ج}{ج}$ کے مساوی ہے جہاں ج محلول کے ایک خاص حجم میں مخل کے گرام سالمات کی تعداد ہے اور ج سے مراد اسی حجم کے محلول میں محلل کے گرام سالمات کی تعداد ہے۔

اب ہم ایک آسان طریقہ سے بخاری دباؤ کے اُتار اور دلوجی دباؤ کے درمیان ایک رشتہ حاصل کرنے کی کوشش کریں گے۔

۱ ایک لمبی نلی ہے جس میں محلول رکھا جاتا ہے۔ ا کے پینڈے میں ایک نیم نفوذ پذیر جھلی لگی ہوئی ہے۔ ب ایک بند برتن ہے جس میں ہوا نہیں ہے اور اس میں محلل رکھا جاتا ہے۔ دلوج کی وجہ سے اس



شکل ۳

بائع کی سطح ب کی سطح سے بقدر ل
زیادہ ہوگی۔ نیم نفوذ پذیر جھلی کے دونوں
جانب دباؤ میں فرق ہے اور یہی محلول
کا ولوجی دباؤ ہوگا۔

لہذا مساوی ہے ج نہ ل
کے، جہاں نہ محلول کی کثافت
پیش پر ہے۔

لیکن اب محلل کا بخاری دباؤ اگر
ولوجی دباؤ سے زیادہ ہو تو اس بلندی
کو متاثر کرتا ہے اور اسطوانہ کو نیچے
کی طرف ڈھکیلتا ہے

اب بخارات کی ایک چھوٹی سی دھجی پر غور کرو جس کی بلندی فرل ہے اور
فرض کرو کہ اس پر دباؤ (ج) - (فرج) ہے۔

ایسی صورت میں - فرج = ج ث فرل
جہاں ث = محلل کے بخارات کی کثافت ت پیش پر

$$\text{لیکن } \frac{\text{ث لات}}{\text{ج}} =$$

∴ ان دونوں مساواتوں سے :-

$$\text{فرج} = \frac{\text{ج جب لٹ}}{\text{لات}} \cdot \text{فرل}$$

$$\text{یعنی } \frac{\text{فرج}}{\text{ج}} = \frac{\text{لٹ جب فرل}}{\text{لات}}$$

$$\text{اس کو نکالنے سے } \frac{\text{فرج}}{\text{ج}} = \frac{\text{لٹ جب فرل}}{\text{لات}}$$

$$(۸) \dots\dots\dots \frac{\text{لٹ ج ل}}{\text{کات}} = \frac{\text{حب}}{\text{د}} = \text{یعنی لوک}$$

$$(۹) \dots\dots\dots \frac{\text{نٹ کات}}{\text{لٹ}} = \text{ج نٹ ل} = \text{د} = \text{لوک} \frac{\text{حب}}{\text{د}}$$

اس کے کسی محمول کے دلوجی دباؤ اور بخاری دباؤ کے آثار کے درمیان ضروری تعلق معلوم ہو جاتا ہے۔

ہلکے ہوئے محمولوں کے لئے مساوات (۵) کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$\text{د حب} = \text{ع کات} \quad \text{جہاں حب} = \text{محمل کا حجم جس میں منحل کے ع گرام سالمات ہیں۔}$$

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{ع کات} \cdot \text{نٹ}}{\text{کب}}$$

$$\text{جہاں نٹ} = \text{محل کی کثافت} \quad \text{اور کب} = \text{محل کی کمیت}$$

اب مساوات (۹) سے :-

$$\text{لوک} \frac{\text{حب}}{\text{د}} = \frac{\text{د لٹ}}{\text{نٹ کات}} = \frac{\text{ع نٹ لٹ}}{\text{نٹ کب}} =$$

$$= \frac{\text{ع}}{\text{ع}} \cdot \frac{\text{نٹ}}{\text{نٹ}}$$

$$\text{لیکن لوک} \frac{\text{حب}}{\text{د}} = \left(\frac{\text{حب} - \text{د}}{\text{د}} + 1 \right) \text{لوک} \frac{\text{حب}}{\text{د}}$$

$$= \left(\frac{\text{حب} - \text{د}}{\text{د}} \right) \frac{1}{\text{د}} + \text{لوک} \frac{\text{حب}}{\text{د}}$$

$$= \left(\frac{\text{حب} - \text{د}}{\text{د}} \right)$$

اور کسی بہت ہی ہلکائے ہوئے محلول کیلئے تپ = س = سٹ
اور جب = ح

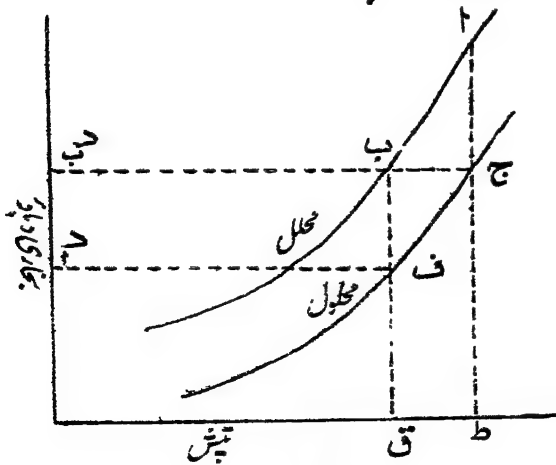
$$\therefore \frac{ح - ح_1}{ح_1} = \frac{ع_1}{ع_2} \dots \dots \dots (۱۰)$$

اس سے بخاری دباؤ کے اضافی اتار اور ارتکاز کے درمیان تعلق ظاہر ہوتا ہے اور تپیش کے غیر تابع ہے۔

محلولوں کے نقطہ جوش اور نقطہ انجماد۔

کوئی مائع اس وقت جوش کہاتا ہے جبکہ اس کا بخاری دباؤ بیرونی دباؤ کے مساوی ہوتا ہے۔ ایک غیر طیران پذیر شے کو محلول میں حل کرنے کا اثر یہ ہوتا ہے کہ بخاری دباؤ کم ہو جاتا ہے۔

لہذا ابلنے کیلئے محلول کی تپیش کو اور زیادہ اونچا کرنا ہوتا ہے تاکہ بخاری دباؤ اور بیرونی دباؤ میں مساوات قائم ہو جائے محلول کے نقطہ جوش کے اس چڑھاؤ کو حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔



شکل ۴

شکل ۴ میں اوپر والا منحنی ایک محلول کے بخاری دباؤ اور اسکی تپیش میں اور نیچے کا منحنی محلول کے بخاری دباؤ اور اسکی تپیش میں تعلق بتاتا ہے۔

محلول کے دباؤ جب پر محلول کو جوش دینے کے لئے محلول کی تپیش کو بقدر ط ق بڑھانے کی ضرورت ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ جوش میں یہ اضافہ یا چڑھاؤ ط ق' Δ ت کے مساوی ہے۔

شکل میں $\Delta ج = ب ج م س ا ب ج =$

$$\Delta ت = \frac{\text{فرج ب}}{\text{فرت}}$$

لیکن کلاؤشیس اور کلیپیئر ان کی مساوات (۹) سے ہم جانتے ہیں کہ

$$\frac{\text{فرج ب}}{\text{فرت}} = \frac{\text{مخج ج}}{\Delta ت^2} \dots (۱۱)$$

جہاں مخج = محلل کی سالمی حرارت مخفی (بخار کی)

اور ت = محلل کا نقطہ جوش

$$\Delta ت = \frac{\Delta ت مخج ج}{\Delta ت^2}$$

$$\therefore \Delta ج = \frac{\Delta ت مخج}{\Delta ت^2} = \frac{ب ف}{ف ق} = \frac{ج ب - ح م}{ح م}$$

$$\therefore \Delta ت = \frac{ج ب - ح م}{\Delta ت^2} \cdot \frac{\Delta ت^2}{\text{مخج}} \dots (۱۲)$$

کسی محلول کے نقطہ جوش کے چڑھاؤ کی یہ ایک عام مساوات ہے۔

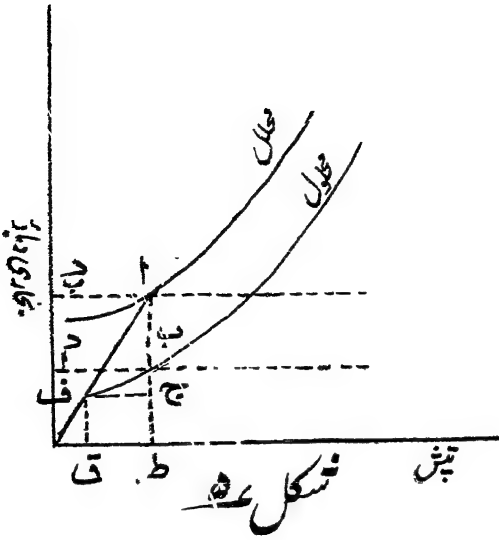
اب مساوات (۹) اور (۱۲) سے :-

$$\Delta ت = \frac{د ل ب ت}{\Delta ت^2} \dots (۱۳)$$

اس مساوات سے محلل کا سالمی وزن دریافت کیا جاسکتا ہے۔

اسی طرح کسی محلول کے نقطہ انجماد کا آثار خالص محلل کے نقطہ انجماد کے

مقابلہ میں دریافت کیا جاسکتا ہے۔ شکل ۷ میں اوپر کا منحنی ایک محلل کے



بجاری دباؤ اور اس کی تیش کے درمیان تعلق بتاتا ہے اور نچلا منحنی محلول کے لئے تیش اور بجاری دباؤ میں تعلق ظاہر کرتا ہے۔ محلول کو محل کے بجاری دباؤ پر منبجہ کرنے کے لئے محلول کی تیش میں بقدر ط ق کمی کرنی ہوگی۔ فرض کرو

کہ یہ کمی یا شمار Δ ت کے مساوی ہے۔ اب شکل ۷ میں

$$\begin{aligned} \text{ج} - \text{د} = \text{ا} - \text{ب} &= 1 - \text{ج} - \text{ب} \text{ ج} \\ = \text{ج ف مس اف ج} - \text{ج ف مس پ ف ج} \end{aligned}$$

$$\Delta = \left\{ \frac{\text{فر ج}^1}{\text{فر ت}^1} - \frac{\text{فر ج}^2}{\text{فر ت}^2} \right\}$$

جہاں $\frac{\text{فر ج}^1}{\text{فر ت}^1} = \text{محل کے تصعیدی منحنی کا ڈھال}$

$$\text{اور } \frac{\text{فر ج}^2}{\text{فر ت}^2} = \text{محل کے تنجیر کے منحنی کا ڈھال}$$

اب کلاؤٹیس اور کلیپیرون کی مساوات سے :-

$$\text{ج} - \text{د} = \Delta = \left\{ \frac{\text{جہ ج}^1}{\text{لا ت}^1} - \frac{\text{مخ ج}^2}{\text{لا ت}^2} \right\}$$

$$= \frac{\Delta \text{ ت ج}^1}{\text{لا ت}^1} - (\text{جہ} - \text{مخ})$$

$$= \frac{\Delta \text{ ت ج}^2}{\text{لا ت}^2}$$

جہاں جہ = محل کی کینے تصعید کی سالمی حرارت مخفی
فہ = محل کے انجماد کی سالمی حرارت مخفی

ت = محل کا نقطہ انجماد

$$\therefore \Delta t = \frac{t - t_f}{\frac{C_p - C_f}{C_p}} \dots (14)$$

یہ کسی محلول کے نقطہ انجماد کے آثار کی ایک عام مساوات ہے۔

مساوات (۱۰) اور (۱۴) سے

$$\Delta t = \frac{t - t_f}{\frac{C_p - C_f}{C_p}} \dots (15)$$

بکسین کے تپش پیمائے کے ذریعہ مختلف ارتکازوں کے محلولوں کے نقطہ جوش کا

چڑھاؤ اور نقطہ انجماد کا آثار دریافت کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح مساوات (۱۳)

اور (۱۵) کی تصدیق عملی طور پر کی جاسکتی ہے۔

راؤلٹ نے یہ معلوم کیا کہ کسی محلول کی کینے نقطہ جوش کا چڑھاؤ اور نقطہ انجماد

کا آثار اس کے ارتکاز کے متناسب ہوتا ہے۔



Chapter IX.

- (۱) Pogg Annalen 94. P59 (1855)
- (۲) Properties of Matter by Newman & Searle P288 (1928)
- (۳) Proc. Roy. Soc. A 34, P3 (1932)
Proc Phys Soc. 36, P 4 (1924)
- (۴) Properties of Matter by Poynting & Thomson P,197 (1922)
- (۵) ,, ,, P.204 (1922)
- (۶) General Physics for Students by E Edser P.574 (1926)
- (۷) Text Book of Heat by M. N, Saha & B N. Srivastava P₄₄₃
(1931)
- (۸) Text Book of Practical Physics by W. Watson, P258 (1926)

دسواں باب

نظریہ تحرک

مادہ کے متعلق نظریہ تحرک ان مفروضات پر مبنی ہے کہ مادہ بے حد چھوٹے چھوٹے ذرات پر جن کو جواہر اور سالمات سے تعبیر کیا جاتا ہے، مشتمل ہے۔ ایک ہی کیمیائی شے کے سالمات، شکل جسامت اور کمیت وغیرہ میں بالکل یکساں ہوتے ہیں۔ ایک اور مفروضہ یہ بھی ہے کہ ہر شے کے سالمات مستقل طور پر حرکت کرتے رہتے ہیں اور یہ حرکت، اس شے کی تپش پر منحصر ہوتی ہے۔ حرکت کی وجہ سے، ان سالمات میں توانائی بالفعل ہوتی ہے۔ ٹھوس اشیا اور مائعیات میں، سالمات ایک دوسرے کے بالکل قریب ہوتے ہیں لیکن گیس میں سالمات کے فطر کا مقابلہ کرتے، کسی دور درمی سالمات کو درمیان اوسطاً فاصلہ معتد ہوتا ہے۔ گیس کے سالمات آپس میں اکثر ٹکراتے رہتے ہیں اور ہر تصادم کے بعد ان کی رفتار کی سمت اور قیمت دفعتاً بدل جاتی ہے۔ گیسوں اور مائعیات میں، سالمات کے درمیان جاذبہ کی قوت عمل کرتی ہے۔ مائعیات کی صورت میں چونکہ سالمات قریب قریب ہوتے ہیں اس لئے ان میں گیس کے سالمات کی نسبت، قوت جاذبہ بھی زیادہ ہوتی ہے۔ اگر کسی برتن میں گیس رکھی ہوئی ہو تو اس برتن کے دیواروں پر دباؤ پڑتا ہے۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ان سالمات کے درمیان دفع کی ایک قوت بھی جو ان کو ایک دوسرے سے جدا کرنے کی کوشش کرتی ہے عمل پیرا ہے سالمات کی شکل کی نوعیت کے متعلق چونکہ ہمارے پاس بہت ہی کم ثبوت ہے اس وجہ سے یہ فرض کیا جاتا ہے کہ وہ چھوٹے لچک دار کرتے ہوتے ہیں۔ کڑے فرض کرنے کی

وجہ یہ ہے کہ یہ سادہ ترین ہندسی شکل ہے جو اختیار کی جاسکتی ہے۔ کامل گیس کے نظریہ سے ایسا معلوم ہوتا ہے کہ سالمات صرف ہندسی نقطے ہیں جن کی کمیتیں بہت چھوٹی ہوتی ہیں۔ اس باب میں ہم گیسوں کے (اور کسی حد تک مائع کے بھی) نظریہ تحرک سے بحث کریں گے۔ ٹھوس کے لئے چونکہ نظریہ تحرک ابھی تک تکمیل کو نہیں پہنچ سکا اس وجہ سے اسکا ذکر اس کتاب میں نہیں کیا جائے گا۔

کامل گیس کا دباؤ :- ایک کامل گیس سے مراد ایسی گیس ہے جسکے سالمات بالکل چھوٹے فرض کئے جاتے ہیں اور آپس میں، یہ ایک دوسرے پر سوائے تصادم کی صورت کے، ناقابل ذکر قوتوں سے عمل کرتے ہیں۔ ایک کامل گیس کو ایسے ایک مکعب میں فرض کرو جس کا ضلع اکائی ہے اور یہ بھی فرض کرو کہ سالمات کا ایک حصہ ہر رفتار سے، اس کی ایک سطح کے علی القواکم حرکت کر رہا ہے۔ توانائی اور معیار حرکت کے بقا کے مسئلہ سے یہ ظاہر ہے کہ سالمات سطح سے ٹکراتے کے بعد اسی رفتار سے واپس ہوتے ہیں۔ لہذا ایک سالمہ کے معیار حرکت میں تصادم کے دوران میں تبدیلی، ۲۲ مہ کے مساوی ہوگی جہاں $۴ =$ سالمہ کی کمیت۔

اس سطح سے ایک سالمہ $\frac{۱}{۲}$ دفعہ فی ثانیہ ٹکراتا ہے لہذا معیار حرکت میں فی ثانیہ تغیر ۲۲ مہ $\times \frac{۱}{۲} = ۴$ مہ ہے۔ چونکہ سطح پر جو دباؤ واقع ہوتا ہے وہ فی ثانیہ معیار حرکت کی تبدیلی کے مساوی ہے۔

لہذا ایک سالمہ سے سطح پر جو دباؤ واقع ہوتا ہے وہ ۴ مہ ہے۔
 \therefore سطح پر تمام سالمات سے جو دباؤ پڑتا ہے $= ۳ = ۴$ مہ ہے۔
 فرض کرو کہ ۴ سالمات فی مکعب سمر کیلئے مہ کا اوسط $= ۴$ مہ ہے۔
 تب $۴ = ۳$ مہ $\therefore ۴ = ۳$ مہ

اگر \bar{m}_1 اور \bar{m}_2 دیگر دو عمودی سمتوں میں اوسط مربع رفتاروں کی تعبیر کریں تو چونکہ سالمات برتن کے کسی حصہ میں مجتمع ہونے کا تقاضا نہیں رکھتے اس لئے $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \bar{m}$ ۔ اگر \bar{m} حاصل اوسط مربع رفتار ہو تو

$$\bar{m} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \bar{m}_3 \quad \text{یعنی} \quad \bar{m} = \frac{1}{3} \bar{m}_1$$

$$\therefore \frac{1}{3} \bar{m}_1 = \bar{m} \quad \text{لیکن} \quad \bar{m} = \bar{m}_1 \quad \text{یعنی گیس کی کثافت کے} \\ \therefore \frac{1}{3} \bar{m}_1 = \bar{m}_1 \quad \text{..... (۱)}$$

$$\text{یعنی} \quad \frac{1}{3} \bar{m}_1 \times \frac{1}{3} = \bar{m}_1 \quad \text{..... (۲)}$$

جہاں $Q = \text{توانائی بالفعل فی اکائی حجم}$

لہذا مساوات (۱) سے ہم گیس کی جذر اوسط مربع رفتار \bar{m} کی قیمت دریافت کر سکتے ہیں۔

ہائیڈروجن کے لئے \bar{m} کی قیمت صفر درجہ ہائی پر ۲۱۰۰ میل فی گھنٹہ دریافت کی گئی ہے۔

گیس کے آسان کلیات :- اگر دو گیس ایک ہی دباؤ P پر ہوں تو مساوات (۱) سے

$$\frac{1}{3} \bar{m}_1 \bar{c}_1 = \frac{1}{3} \bar{m}_2 \bar{c}_2 \quad \text{جہاں} \quad \bar{c}_1 \text{ اور } \bar{c}_2 \text{ پہلی}$$

گیس سے اور \bar{m}_1 اور \bar{m}_2 دوسری گیس سے متعلق ہیں۔

میکسول نے یہ ثابت کیا کہ ایک ہی پیش پر ایک قسم کی گیس کے سالمات

کی اوسط توانائی بالفعل دوسری قسم کی گیس کے سالمات کی اوسط توانائی بالفعل کے مساوی ہوتی ہے یعنی

$$\frac{1}{2} \bar{m}_1 \bar{c}_1^2 = \frac{1}{2} \bar{m}_2 \bar{c}_2^2$$

∴ ع = ع
اس سے ظاہر ہے کہ دونوں گیسوں میں ایک ہی تپش اور دباؤ پر فی مکعب سمر
سالمات کی تعداد مساوی ہے۔ اس کلیہ کو کلیہ ایوگیڈر رو سے تعبیر کیا جاتا ہے۔
اور کی مساوات (۱) سے یہ ظاہر ہے کہ $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho}$ نہ سہ۔ اسکا مطلب
یہ ہے کہ غمی گیس کا دباؤ اس کی کثافت سے راست اور اسکے حجم سے معکوس
تناسب رکھتا ہے بشرطیکہ اس کی تپش مستقل رہے۔ اسکو کلیہ بائیل سے
موسوم کیا جاتا ہے۔

ث، ث، ث وغیرہ مختلف کثافتوں کی متعدد گیسوں جن کی اوسط مربع
رقبائیں بالترتیب ρ_1, ρ_2, ρ_3 وغیرہ ہوں ایک ہی حجم کی لے کر اگر
ملادی جائیں تو مجموعی حاصل دباؤ ρ حسب ذیل ہوگا:-

$$\rho = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3} + \dots + \frac{1}{\rho_n}$$

یعنی متعدد گیسوں کے آمیزہ کا دباؤ ان کے علیحدہ علیحدہ دباؤ کے مجموعہ

کے مساوی ہوتا ہے۔

یہ ڈالٹن کا جزئی دباؤ کا کلیہ کہلاتا ہے۔

ایک کامل گیس کے لئے ہم یہ جانتے ہیں کہ اگر اسکا دباؤ ρ ، حجم V ،

اور تپش T درجہ مطلق ہو تو $\rho V = RT$ کلات

جہاں R ایک مستقل ہے جسکی قیمت M اور E کی قیمتوں پر منحصر ہوتی ہے۔

کسی شے کی اتنی کمیت کو جو اس شے کے سالمی وزن کے مساوی ہو عموماً

”گرام سالمہ“ سے تعبیر کیا جاتا ہے، کسی گیس کا ایک گرام سالمہ جو حجم V گھیرتا

ہے وہ اس گیس کا سالمی حجم کہلاتا ہے۔

لہذا کسی کامل گیس کی مساوات کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں:-

$\rho V = RT$ کلات جہاں R ایک مستقل ہے جو گیس کے ایک گرام سالمہ

سے متعلق ہے۔

مساوات (۱) سے $\frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} \Rightarrow$ جہاں $E =$ سالمی وزن
 یعنی D حصہ $= \frac{E}{\mu} \Rightarrow$ $\frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات (۳)
 اسی طرح $\frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات (۴)
 $\therefore \frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات (۵)

جہاں σ ایبویگیٹور کا مستقل کہلاتا ہے اور اس کی قیمت
 $10 \times 45.42 =$ یعنی گیس کے ایک گرام سالمہ میں سالمات کی تعداد اتنی ہو
 کسی گیس کے لئے کلات کی قیمت 10×8.28 کے مساوی ہے۔ یہ حرارت
 کے معادل جلی کی اس قیمت سے جو ارگ فی گرام حرارت کے رقم میں لکھی
 جاتی ہے تقریباً دو گنی ہے۔

مساوات (۳) سے $\frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات
 \therefore کلات کی قیمت گیس کی تپش مطلق کے لحاظ سے بدلتی ہے۔
 مساوات (۴) اور (۵) سے فی سالمہ گیس کی اوسط توانائی
 بالفعل $= \frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات
 $= \frac{1}{\mu} = \frac{E}{\sigma} =$ کلات

رفتاروں کی تقسیم کے متعلق میکسویل کا کلیہ ① :- کسی گیس کے خواص
 کا مطالعہ کرتا ہو تو ہم کو رفتاروں کی تقسیم کا کلیہ جاننا ضروری ہے۔ اسکا یہ
 مطلب ہے کہ کتنے سالمات کوئی خاص رفتار رکھتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ تمام
 سالمات کی رفتاریں یکساں نہیں ہو سکتیں۔ اگر بالفرض کسی خاص لمحہ میں
 اتفاقاً یہ طور پر یہ یکساں ہو بھی جائیں تو دوسرے ہی لمحہ میں سالمات کے تصادم
 کی وجہ سے ان کی رفتاروں میں بڑی حد تک تبدیلی واقع ہوگی۔ لہذا سالمات

کی رفتاریں صفر سے لیکر لاتنا ہی تک مختلف ہو سکتی ہیں۔ کلا راک میکسول نے ۱۸۵۹ء میں اسکے متعلق ایک کلیہ پیش کیا جو خالصتاً ”احتمال“ پر غور کرنے سے اس نے حاصل کیا تھا۔

فرض کرو کہ گیس کی کچھ مقدار کسی برتن میں مستقل حالات کے تحت رکھی ہوئی ہے۔ اگر سالمات کی تعداد اس میں کافی طور پر زیادہ ہو تو وہ ایک غیر متبدل حالت اختیار کر لے گی اور اسکے فی کعبہ سر سالمات کی تعداد \bar{c} کی قیمت میں تصادم کی وجہ سے کوئی تبدیلی نہیں واقع ہوگی۔ تمام سمتوں میں مجموعی طور پر سالمات کی اوسط رفتاریں بھی ایک ہی ہوں گی۔ اگر ہر سالمہ کی رفتار کو u لاء u^2 یا سمتوں میں تحلیل کیا جائے تو فرض کرو $\bar{u^2}$ اور \bar{u} علی الترتیب اس کے اجزائے تحلیلی ہیں جو ایک دوسرے سے بالکل آزاد ہیں۔

فرض کرو کہ جن سالمات کی رفتاریں \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما کے درمیان ہیں ان کی تعبیر $f(\bar{u})$ فرما سے کی جاتی ہے جہاں \bar{u} کے تفاعل یعنی $f(\bar{u})$ کی قیمت دریافت طلب ہے۔ اسی طرح ایسے سالمات جن کی رفتاریں \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما کے درمیان ہوں فرض کرو کہ $f(\bar{u})$ فرما سے اور جن کی رفتاریں \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما کے درمیان ہوں $f(\bar{u})$ فرما سے تعبیر کئے جاتے ہیں۔

جن سالمات کی رفتاروں کے اجزائے تحلیلی \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما اور \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما اور \bar{u} اور $\bar{u} + \bar{u}$ فرما کے درمیان ہوں ان کی دریافت کا احتمال علیحدہ علیحدہ احتمالات کے حاصل ضرب کے مساوی ہوگا یعنی $f(\bar{u}) = f(\bar{u}) f(\bar{u})$ فرما فرما فرما

فرض کرو کہ حاصل رفتار کی تعبیر \bar{u} سے ہوتی ہے جس کی وجہ سے $\bar{u} = (\bar{u} + \bar{u} + \bar{u})$ ۔

اوپر کی پوری مساوات کو ف (۴) ف (۳) ف (۲) ف (۱) تقسیم کریں تو

$$\frac{ف (۴) فرسا}{ف (۴)} + \frac{ف (۳) فرسا}{ف (۳)} + \frac{ف (۲) فرسا}{ف (۲)} + \frac{ف (۱) فرسا}{ف (۱)} = \text{صفر} \dots (۷)$$

چونکہ ہر ایک مستقل ہے اسلئے $سا = سا + سا + سا$ کو تفرق لانے سے

$$سا فرسا + سا فرسا + سا فرسا = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{بہ سا فرسا} + \text{بہ سا فرسا} + \text{بہ سا فرسا} = \text{صفر} \dots (۸)$$

جہاں بہ = کوئی مستقل

مساوات (۷) اور (۸) کو ملائے سے :-

$$\left\{ \frac{ف (۴) فرسا}{ف (۴)} + \text{بہ سا} \right\} فرسا + \left\{ \frac{ف (۳) فرسا}{ف (۳)} + \text{بہ سا} \right\} فرسا +$$

$$+ \left\{ \frac{ف (۲) فرسا}{ف (۲)} + \text{بہ سا} \right\} فرسا + \left\{ \frac{ف (۱) فرسا}{ف (۱)} + \text{بہ سا} \right\} فرسا = \text{صفر} \dots (۹)$$

چونکہ رفتار کے اجزائے تخلیلی سا، سا اور سا ایک دوسرے کے غیر تابع ہیں لہذا مساوات (۹) میں ہر علیحدہ رقم کی قیمت صفر کے مساوی ہو سکتی ہے۔

$$\therefore \left\{ \frac{ف (۴) فرسا}{ف (۴)} + \text{بہ سا} \right\} = \text{صفر}$$

اسی طرح دیگر رقوم بھی صفر کے مساوی ہیں۔

$$\therefore \frac{ف (۴) فرسا}{ف (۴)} = - \text{بہ سا} \quad \text{اسکو تکملانے سے}$$

$$\text{لوک } ف (۴) = - \text{بہ سا} + \text{لوک } ۱ \quad \text{جہاں } ۱ = \text{کسی مستقل کے}$$

$$\text{یعنی } ف (۴) = ۱ - \frac{\text{بہ سا}}{۲} = ۱ - \frac{۱}{۲} \text{ (۱۰)}$$

۳۴۴ = (ع ۲) - ب سا فرسا
 صرف مثبت رفتار کے جملہ سالمات کے لئے :-

صفر

$$= \text{د} = (ع ۲) - \text{ب سا فرسا} = ۱۲ ع ۱۲ \left[\frac{\text{ب سا}}{\text{ب سا}} \right]$$

 مساوات (۱۲) سے $\text{د} = \frac{۲ ع}{۲ \text{ب سا}} \dots \dots \dots (۱۳)$
 لیکن کامل گیس کی مساوات :- $\text{د} = \text{خ} = \text{کلات}$
 جہاں لا ایک مستقل ہے جو گیس کے ایک گرام سالمہ سے متعلق ہے اور ت
 گیس کی تپش مطلق ہے۔
 یعنی $\text{د} = \frac{\text{تہ کلات}}{\text{ت}}$ جہاں $\text{تہ} = \text{گیس کی کثافت}$

مساوات (۵) سے $\text{د} = \frac{\text{تہ کلات}}{\text{ن}} = \frac{\text{ع کلات}}{\text{ن}} \dots \dots \dots (۱۴)$

مساوات (۱۳) اور (۱۴) سے $\text{ب سا} = \frac{\text{ن کلات}}{\text{ن}} \dots \dots \dots (۱۵)$
 لہذا ع سالمات میں سے فرع سالمات کی تعداد جن کے رفتار کے اجزائے
 تحلیلی سا اور سا + فرسا سا اور سا + فرسا سا اور سا + فرسا
 کے درمیان لا، ما اور یا سمتوں میں علی الترتیب ہوں

حسب ذیل ہوگی :-

فرع = ع ف (سا) ف (سا) ف (سا) فرسا فرسا فرسا

مساوات (۱۱) سے فرع = ع ۲ - ب (سا + سا + سا) فرسا فرسا فرسا

مساوات (۱۲) اور (۱۵) سے :-

فرع = ع $\left(\frac{\text{ن کلات}}{\text{ن}} \right) - \text{و} - \left(\frac{\text{ن کلات}}{\text{ن}} \right) (سا + سا + سا)$ فرسا فرسا فرسا

یعنی فرع = $\frac{ع}{\frac{ع}{۳}}$ - $ع (م + م + م)$ فرما فرما فرما... (۱۴)

جہاں $ع = \frac{ت}{۲ لات}$

اس کو میکسول کے رفتاروں کی تقسیم کے کلیہ سے موسوم کیا جاتا ہے۔ یہ کلیہ کچھ اطمینان بخش نہیں ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ رفتاروں کے اجزائے تحلیلی کو بغیر کسی ثبوت کے ایک دوسرے سے بالکل آزاد فرض کر لیا گیا ہے۔

نوٹ گیسوں کے نظریہ تحریک میں حسب ذیل تکملات اکثر مستعمل ہوتے ہیں اور طلباء کو ان کے حل کرنے کے لئے ہدایت کی جاتی ہے :-

حل	تکملی	حل	تکملی
$\frac{۱}{۲ع}$	(۴) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$	$\frac{۱}{۴ع}$	(۱) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$
$\frac{۲}{۸ع}$	(۵) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$	$\frac{۱}{۴ع}$	(۲) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$
$\frac{۱}{۴ع}$	(۶) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$	$\frac{۱}{۴ع}$	(۳) $\int_{صفر}^{\infty} -ع لاء فرلا$

اب ہم تعداد سالمات فی مکعب سمر کے لئے ایک ایسا جملہ حاصل کرتا چاہتے ہیں جن کے رفتاروں کے اجزاء لا محذور کے متوازی ہیں اور $م$ اور $م$ + $فرم$ کے درمیان قائم کئے گئے ہیں۔ یعنی ہم صرف اب رفتار $م$ پر غور کریں گے اور ان سالمات کی تعداد فرع معلوم کریں گے جن کی رفتار $م$ اور $م$ + $فرم$

کے درمیان ہے :-

$$\text{فرع} = \left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \dots$$

اب چونکہ $\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \dots$ صفر

$$\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

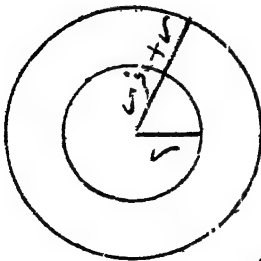
∴ فرع = $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

= $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ (۱۷)

اسی طرح کسی رقماری جزو تخلیلی سہ یا سہ پر غور کرنے سے یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔
 اب ہم ان سالمات کی تعداد فرع معلوم کریں گے جن کی رقماری اور سہ +
 + فرس کے درمیان ہے۔

جہاں سہ کی قیمت (سہ + سہ + سہ) کے مساوی ہے اور جو کہ ایک مستقل
 مقدار ہے۔

میکسول کے کلیہ سے :- فرع = $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$



شکل ۱۸

چونکہ فرس فرس فرس کو اس حجم پر تکملانے
 سے جو سہ اور سہ + فرس نصف قطر والے دو
 کڑوں کے مابین واقع ہوتا ہے π سہ فرس
 کے مساوی قیمت حاصل ہوتی ہے اسلئے :-

فرع = $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ (۱۸)

مختلف نوعیت کی رفتاریں اور آپس میں انکا تعلق :- میکسول کے کلیہ کو
ترسیحی وضع میں بھی پیش کیا جاسکتا ہے۔

اگر س کے مقابلہ میں ہم فری کو قسم کریں تو ایک مخنی حاصل ہوتا ہے
جس کو شکل ۱ میں تقریباً بتایا گیا ہے اس مخنی سے واضح ہے کہ اسکے راس
پر سالمات کی تعداد کے لئے ”احتمال“ اعظم ترین ہے۔
فرض کرو کہ اس پر اس کے متناظر رفتار

کی تعبیر سے کی جاتی ہے۔

اس سے رفتار کو ”سالمات کی احتمالی رفتار“

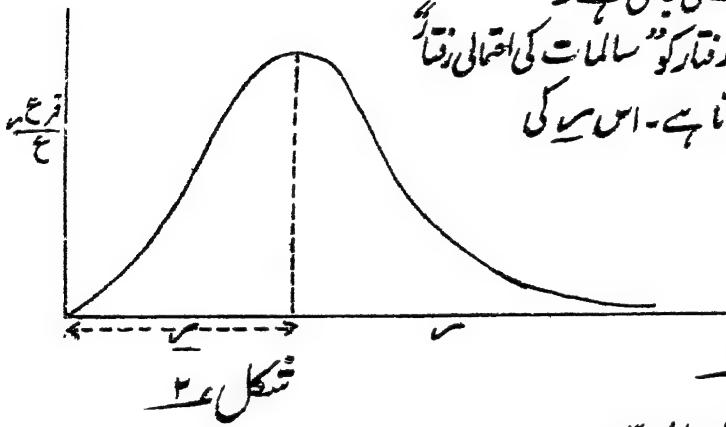
سے موسوم کیا جاتا ہے۔ اس سے کی

قیمت

حسب ذیل طریقہ

سے معلوم کی

جاسکتی ہے :-



سادات (۱۸) سے :-

$$\text{فرع} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} = f(s) \quad (ع)$$

جہاں $f(s)$ کے کسی تفاعل کی تعبیر کرتا ہے۔

$$f(s) \text{ (اعظم ہونے کیلئے)} = \frac{f(s)}{f(s)} = \text{صفر}$$

$$\text{یعنی } \frac{f(s)}{f(s)} = \text{صفر} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} = \text{صفر}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} = \text{صفر} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} = \text{صفر}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

∴ اوسط معیار حرکت فی ذرہ = $\left\{ \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2}{x} \right\}$

= \bar{m} فرض کرو

اس \bar{m} کو ”اوسط حسابی رقتار“ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

یعنی $\bar{m} = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2}{x} = \frac{\text{مجموعہ مربع}$

$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{6} \right] \div x = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + \frac{1}{6}$

∴ $\bar{m} = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + \frac{1}{6}$ (۲۱)

مسادات (۲۰) اور (۲۱) سے $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + \frac{1}{6} = \bar{m}$ (۲۲)

اور مسادات (۱۹) اور (۲۰) سے $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \bar{m}$ (۲۳)

چند گسیوں کی سالمی رقتاریں: ⑤۔

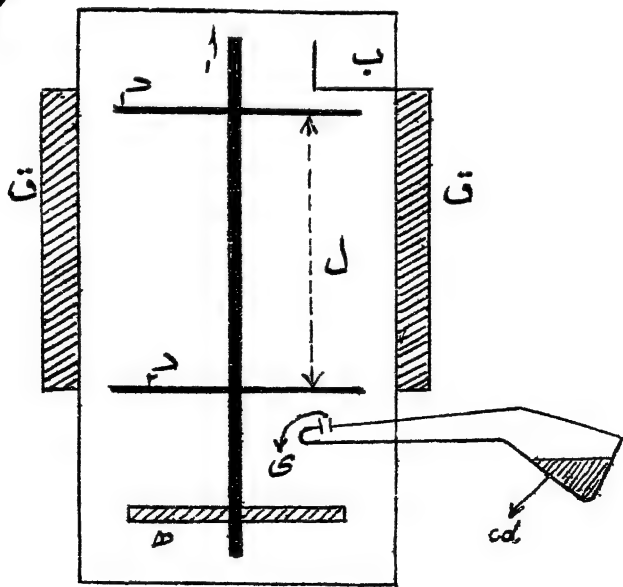
طبعی باؤ اور پیش پر سمر فی ثانیہ	طبعی باؤ اور پیش پر سمر فی ثانیہ	گیس
10×14593	10×18538	ہائیڈروجن
10×12508	10×13511	ہیلیم
10×5582	10×4533	امونیا
10×5145	10×4515	آبی بخار
10×5538	10×5582	نیتھن
10×2552	10×2543	کاربن موناکسائیڈ
10×2552	10×2543	نایتروجن

۴۰ x ۴۵ ۴۷	۴۰ x ۴۵ ۸۵	ہوا
۴۰ x ۴۵ ۲۵	۴۰ x ۴۵ ۶۱	آکسیجن
۴۰ x ۳۵ ۸۰	۴۰ x ۴۵ ۱۳	آرگن
۴۰ x ۳۵ ۶۲	۴۰ x ۳۵ ۹۳	کاربن ڈائی آکسائیڈ
۴۰ x ۲۵ ۶۳	۴۰ x ۲۵ ۸۶	کریپٹون
۴۰ x ۲۵ ۱۰	۴۰ x ۲۵ ۲۸	زمین
۴۰ x ۱۵ ۷۰	۴۰ x ۱۵ ۸۴	پارہ کاجار

میکسول کے کلیہ کا عملی ثبوت :- متعدد سائنس دانوں نے زقاروں کی تقسیم کے متعلق میکسول کے کلیہ کا ثبوت بالواسطہ طریقوں سے حاصل کیا ہے۔ ایسٹرن پہلا شخص تھا جس نے چاندی کے جواہر سے تجربہ کر کے بالراست اس کلیہ کو ثابت



شکل ۳ (الف)



شکل ۳

کیا گواہات میں بعض دشواریوں کے باعث نتائج اتنے اطمینان بخش نہیں نکلے۔ بعد میں کامپٹن، الیڈریج اور دیگر اشخاص نے کامیابی کے ساتھ راست طور پر تجربے کئے۔ ۱۹۲۸ء میں الیڈریج ایک امریکن سائنس دان نے جو آلات استعمال کئے تھے انکا تذکرہ یہاں خالی از دہی نہ ہوگا۔ شکل ۳ میں ان کو دکھایا گیا ہے۔

دو دائری وضع کے قرص ۱ اور ۲ ایک خلا دار برتن کے اندر ایک ہی دھری ۳ پر رکھے ہوئے ہیں۔

۱۔ ایک زیادہ وزنی قرص ہے جو اسی دھری پر رکھا ہوا ہے اور ایک امالی موٹر کے گھومنے والے چکر کی طرح کام دیتا ہے، ۲ اور ۳ قرصوں پر کئی چھریاں بنی ہوئی ہیں جیسا کہ شکل ۳ (الف) میں دکھایا گیا ہے۔ برتن سے باہر نکلی ہوئی ایک تلی میں کیڈمیم (بلعہ) کو گرم کیا جاتا ہے جو چھری ۱ میں سے بخار بنکر (جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے) گزر جاتا ہے۔ ب ایک الو مینم کی تختی ہے جو مائع ہوا سے ٹھنڈی رکھی جاتی ہے۔ ق اور ق بیرونی برتن ہیں جن میں مائع ہوا غیر ضروری سالمات کو برتن کے بازوؤں سے نکلکر باہر تک پہنچنے سے روکتی ہے۔

تجربہ کیڈمیم کے سالمات کی کچھ تعداد ایک خاص رفتار کے ساتھ چھری ۱ میں سے گزر کر ۲ کے نیچے پڑتی ہے۔ جب موٹر کے ذریعہ ۲ اور ۳ کو گھرایا جاتا ہے تو ان میں سے چند سالمات ۲ کی چھری میں سے گزر جاتے ہیں۔ گزرنے کے دوران میں ان کی رفتاریں جو انتصابی سمت میں ہوتی ہیں ۲ کی رفتار کی وجہ سے (جو افقی سمت میں ہوتی ہے) بدل جاتی ہیں پس وہ ۲ اور ۳ کے درمیان مختلف سمتوں میں ایک خاص رفتار سے حرکت کرنے لگتے ہیں لیکن ان سالمات میں سے ایک خاص حصہ ۲ پر جا کر ۲ کی چھری میں سے گزر جاتا ہے اور ایک خاص رفتار کے ساتھ باہر تک پہنچ کر وہاں مائع ہوا کی موجودگی سے جو اس کو سرد رکھتی

ہے، منجھ ہونے لگتا ہے۔ ظاہر ہے کہ تختی ب پر ان کے جمع ہونے کی کثافت کا انحصار منجھ ہونے والے سالمات کی تعداد پر ہوگا۔ اگر ب پر زیادہ سالمات کی تعداد منجھ ہوگی تو اس مقام پر زیادہ سیاہی نمایاں ہونے لگے گی۔ تجربہ میں قرصوں کو ابتداً بہت ہی آہستہ گھمایا جاتا ہے اور سالمات کا ایک مطروحہ حاصل کیا جاتا ہے۔ بعد میں قرص تیز رفتار سے گھمائے جاتے ہیں جبکہ تیز حرکت کرنے والے سالمات ابتدائی مطروحہ سے آہستہ حرکت کرنے والے سالمات کی نسبت زیادہ قریب جمع ہونے لگتے ہیں۔ یہ مطروحے مستطیلی جھریوں کی وجہ سے طیفی خطوط کی طرح ہوتے ہیں۔ الٹراج نے ان مطروحوں کی کثافت کو تختی کے مختلف مقامات پر اس کے معیاری کثافت سے مقابلہ کر کے دریافت کیا۔

فرض کرو کہ \bar{c} اور \bar{c}' کے درمیان سالمات کی تعداد = \bar{c}
 مساوات (۱۸) سے تعداد سالمات فرع جن کی رفتاریں \bar{c} اور \bar{c}' +
 + فرس کے درمیان ہیں حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{فرع} = \bar{c} \left[\frac{\bar{c}'}{\bar{c}} - \frac{\bar{c}'}{\bar{c}} \right] \text{ فرس}$$

$$\text{لیکن مساوات (۱۹) سے } \frac{1}{\bar{c}} = \frac{1}{\bar{c}'} - \frac{1}{\bar{c}''} \text{ فرس}$$

$$\therefore \text{ فرع} = \bar{c} \left[\frac{\bar{c}'}{\bar{c}} - \frac{\bar{c}'}{\bar{c}''} \right] \text{ فرس}$$

ان فرع سالمات میں سے سالمات کی ایک خاص تعداد انتصابی وضع میں \bar{c} کی طرف جانے کی کوشش کرے گی اور ان کی تعداد =

$$= \bar{f} \left(\frac{\bar{c}'}{\bar{c}} - \frac{\bar{c}'}{\bar{c}''} \right) \text{ فرس} \text{ جہاں } \bar{f} = \text{کوئی کسر}$$

تعداد سالمات جو \bar{c} کی جھری میں سے فی ثانیہ گزرے گی $\bar{f} \bar{c}$ فرس

= ج سرو - سیا^۲ فرس = فرج فرض کرد ج = کوئی مستقل۔
 فرض کرو کہ ابتدائی مطروحہ سے لافاصلہ پر یا قرص پر کے کسی خاص نشان سے
 لافاصلہ پر سالمات جمع ہوتے ہیں۔

تب لا = او = $\frac{ال}{سرو}$ جہاں ۲ = اس قرص کی رفتار اور و =
 = لافاصلہ طے کرنے کے لئے وقت

فرض کرو کہ سرو = $\frac{۱}{لہ}$ تب فرس = $\frac{فرلہ}{لہ}$

∴ لا = $\frac{ال}{سرو} = ال لہ$

∴ فرج = ج سرو - سیا^۲ فرلہ

اب مطروحہ کی کثافت (لا = ال لہ) پر سرو - سیا^۲ کے متناسب ہے

لہذا ایسے مقام پر لہ کی قیمت حاصل کرنے کے لئے جہاں اعظم مطروحہ یا
 سیاہی اعظم ہو :-

فرلہ (لہ ۵ و - $\frac{۱}{سرو لہ ۲}$) = صفر

یعنی ۵ لہ = $\frac{۱}{سرو لہ ۲}$

∴ لہ = $\frac{۱}{سرو} \cdot \frac{۲}{۵}$ = لہ اعظم

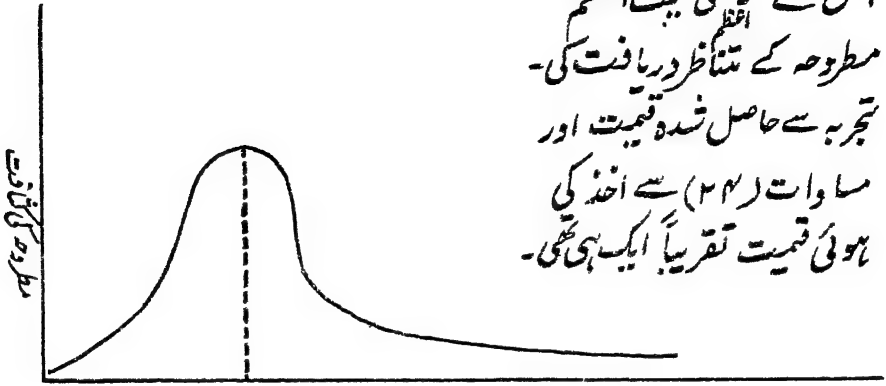
لیکن مسادات (۱۹) سے :- لہ اعظم = $\frac{۲}{۵} = \frac{۲۴}{۵۵}$

∴ لہ کی قیمت اعظم کثافت کے تناظر = لہ اعظم = ال لہ اعظم

∴ لا = ال = $\frac{۲۴}{۵۵}$ (۲۴)

الدرج نے ۴۰۰ ہر پر تجربہ کر کے مطروحہ کی کثافت اور (۱۱ = ۱۲ لہ) کے درمیان ایک ترسیم کی تھی اس طرح جو منحنی حاصل ہوا اس کو شکل ۲ میں بتایا گیا ہے اس منحنی سے

اس نے ۱۱ کی قیمت اعظم مطروحہ کے متناظر دریافت کی۔ تجربہ سے حاصل شدہ قیمت اور مساوات (۲۴) سے اخذ کی ہوئی قیمت تقریباً ایک ہی تھی۔



شکل ۲ (۱۱ = ۱۲ لہ)

توانائی کی مساوی تقسیم کا کلیہ :- ہم اگر کسی سہ ابعادی صورت پر غور کریں اور کوئی سالمہ تینوں انتصابی سمتوں میں سے کسی ایک سمت میں حرکت کرے اور ان سمتوں میں سے کسی ایک سمت کی حرکت دوسری سمتوں کی حرکتوں کے غیر تابع ہو تو یہ کہا جاتا ہے کہ سالمہ میں "تین درجوں" کی آزادی ہے۔ عام صورت میں کسی جسم کی تعریف اس کے مقامی محد دوں کی تعداد مثلاً ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ وغیرہ پر

اور نیز متعدد درجوں میں ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ وغیرہ پر جو کہ ایک دوسرے کے غیر تابع ہیں منحصر ہوتی ہے۔ ان میں سے ہر ایک محد کے متناظر توانائی ایک ہی ہوتی ہے۔ یعنی آزادی کے مختلف درجوں میں توانائی مساوی طور پر منقسم ہوتی ہے۔ اس کلیہ کو مساوی تقسیم توانائی کے کلیہ سے موسوم کیا جاتا ہے۔ میکسول نے ۱۸۵۹ء میں پہلی دفعہ اسکو بیان کیا تھا۔

کسی گیس کے ایک گرام سالمہ پر غور کرو جہاں کہ جملہ سالمات کی تعداد n ہے۔ مساوات (۱۸) سے فریج سالمات کی تعداد جن کی رختاریں n اور n فرس کے درمیان ہوں حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{فریج } n = \left[\frac{3n}{4} - \frac{2n}{4} \right] \text{ فرس}$$

ان فریج سالمات کی توانائی بالفعل $= \frac{1}{4} n$ فریج n

∴ مجموعی توانائی بالفعل گیس کے اس گرام سالمہ کی $= \frac{1}{4} n$ فریج n

$$= \left[\frac{3n}{4} - \frac{2n}{4} \right] \text{ فرس}$$

$$= \left[\frac{3n}{4} - \frac{2n}{4} \right] \cdot \frac{3}{4} = \frac{3n}{4}$$

لیکن $\frac{n}{4} = \frac{n}{4}$
∴ پوری توانائی بالفعل گیس کے گرام سالمہ کی $= \frac{3}{4} n$ کلات (۲۵)

∴ فی سالمہ توانائی بالفعل $= \frac{3}{4} n$ کلات (۲۶)

ساوی تقسیم توانائی کے کلیہ کی رو سے چونکہ یہاں آزادی کے تین درجے زیر غور ہیں۔ لہذا ہر ایک ایسے رختاری محدود کے متناظر توانائی (چونکہ ساوی ہی) $= \frac{1}{4} n$ کلات فی گرام سالمہ یا $\frac{3}{4} n$ کلات فی سالمہ۔

کسی نظام میں اگر آزادی کے n درجے ہوں تو اس نظام کے ساتھ جو توانائی

مضمحل ہوگی وہ $= \frac{3}{4} n$ کلات فی گرام سالمہ یا $= \frac{3}{4} n$ کلات فی سالمہ

اشیا کی سالی توانائیاں :- یک جو ہر والی گیس میں، سالمات کے متعلق یہ

تصور کیا جاتا ہے کہ وہ لچک دار کرے ہوتے ہیں اور ان میں صرف توانائی بالفعل ہوتی ہے، توانائی بالقوہ بالکل نہیں ہوتی۔

یہ باہم انتصابی، تین بہتوں میں سے کسی ایک سمت میں حرکت کر سکتے ہیں لہذا ان میں ”آزادی تین درجوں“ کی ہوتی ہے۔ ایسی گیس کے ایک گرام سالمہ میں جو مجموعی توانائی $\frac{3}{2}kT$ (ساوات ۲۵ سے)

حرارت کی کسی معیار ہی کتاب سے واضح ہوگا کہ اگر کسی گیس کی حرارت نوعی

$$\text{مستقل حجم پر } \frac{3}{2}kT = \frac{\text{غریبی}}{2} = \frac{3}{2}kT$$

کسی ایک کامل گیس کے لئے یہ ہمیں معلوم ہے کہ $\frac{3}{2}kT =$

$=$ کلا جہاں $\frac{3}{2}kT =$ گیس کی حرارت نوعی مستقل دباؤ پر

$$\therefore \text{ کسی ایک جوہر والی گیس کیلئے } \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}kT + \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}kT$$

$$\therefore \text{ دونوں نوعی حرارتوں میں نسبت } \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}kT \text{ نہ (فرض کرو) } = \frac{3}{2}kT$$

۱۶۶ =
ہیلیم، آرگن وغیرہ جیسی ایک جوہری گیسوں کے لئے قیمت تجربی نتائج سے ملتی جلتی ہے۔

دو جوہری گیس کے ایک سالمہ کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ وہ دو متجانس لچکدار کروں پر مشتمل ہوتا ہے جو مضبوطی کے ساتھ ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ اصولاً چونکہ یہ دو علیحدہ کرتے ہوتے ہیں اس لئے مجموعی طور پر آزادی کے چھ درجوں کا ہونا ضروری ہے۔ لیکن ہم یہ فرض کرتے ہیں کہ ہر ایک کرہ ایک ایسا محور رکھتا ہے جو مشترک ہے یعنی دونوں کے مرکوز کو ملانے والا خط ہے۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ آزادی کے کل پانچ درجے ہونگے۔ لہذا دو جوہری گیس کے لئے توانائی $\frac{5}{2}kT$

$$\therefore \frac{5}{2}kT = \frac{5}{2}kT \text{ اور } \frac{5}{2}kT = \frac{5}{2}kT \text{ اس لئے نہ } = ۴۰$$

یہ قیمت ہارڈروجن، نائٹروجن و خیرہ کی تجربی قیمتوں سے بہت ہی قریب ہے
 سہ جوہری گیس کے لئے ہم آزادی کے چھ درجے لے سکتے ہیں۔ اس
 صورت میں $\frac{4}{2} = 2$ اور $\frac{4}{2} = 2$

$$1533 = 1533$$

یہ قیمت بھی تجربہ کی قیمت سے تقریباً ملتی ہے۔

اس سے عملی طور پر ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ ایک جوہری گیس کے لئے
 آزادی کے تین درجے، دو جوہری گیس کے لئے پانچ درجے، اور سہ جوہری
 گیس کے لئے آزادی کے چھ درجے ہوتے ہیں۔ بقیہ کو اسی طرح قیاس کیا
 جاسکتا ہے۔

سالمی لمپ :- گائیڈے کا سالمی لمپ کیسائی اور طبعیاتی تجربہ خانوں
 میں بہت ہی کارآمد ثابت ہوا ہے۔ یہ ایک استوانہ ف پر مشتمل ہوتا ہے
 (شکل ۵) جو ایک اور بیرونی استوانہ کے اندر گھومتا ہے، ان ایک دھاتی
 تختی ہے۔ اس کے اور استوانہ ف



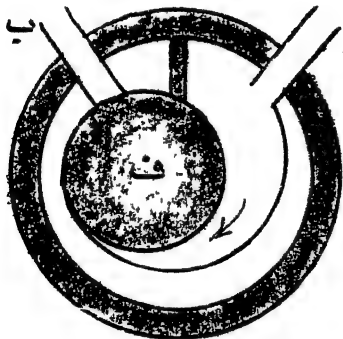
کے درمیان ایک چھوٹی سی جگہ ہوتی
 ہے یہ جگہ سالمات کے اوسط آزاد راستہ
 سے بھی کم ہوتی ہے جس کی وجہ سے
 سالمات میں پیچھے کی طرف حرکت
 نہیں ہو سکتی۔ علیٰ اس برتن کے
 ساتھ جوڑ دی جاتی ہے جس میں ایک
 زبردست خلا کو پیدا کرنا مقصود ہوتا
 ہے۔ ف کو برقی طور پر یا کسی اور ذریعہ
 سے برقیانی سمت میں گھمایا جاتا ہے۔

شکل ۵

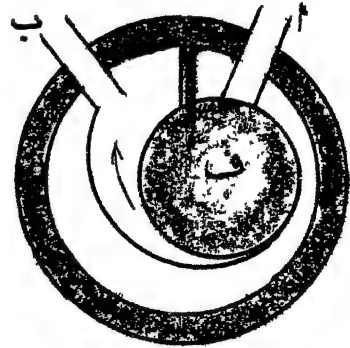
ب میں سے گیس کے سالمات بتدریج باہر نکلتے ہیں۔

چونکہ یہ پمپ موجودہ زمانہ میں لوہے اور فولاد سے بنایا جاتا ہے اس وجہ سے پارہ کے بخارات کا اس پر اثر نہیں ہوتا۔ اس سے آسانی کے ساتھ ۲۰۰۰ مہر پارہ کے دباؤ کے مساوی خلا پیدا کیا جاسکتا ہے اور فی گھنٹہ تقریباً ۵۰ کعب میٹر گیس اس میں سے خارج کی جاسکتی ہے۔ حال میں ہالک نے اور پھر زیگیان اور مٹیک نے اس کے میکانی خاکہ میں بہت سی جدتیں پیدا کیں۔ مشہور مٹیک پمپ عام طور پر ۱۹۲۱ء سے دستیاب ہوتے لگے ہیں۔ یہ بہت اذراں ہے اور ۴۰۰۰ ... ۵۰ مہر پارہ کے مساوی خلا پیدا کرنے کے علاوہ چلنے میں

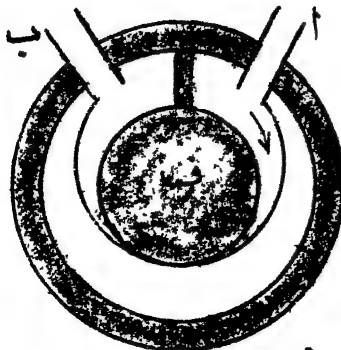
بہت کم آواز کرتا ہے۔ اسکے پمپ کزنیکا میکانی اصول بالکل گائیڈے کی طرح ہے لیکن فشارہ یا اندرونی استوانہ



شکل ۶۔ (الف)



شکل ۶۔ (ب)

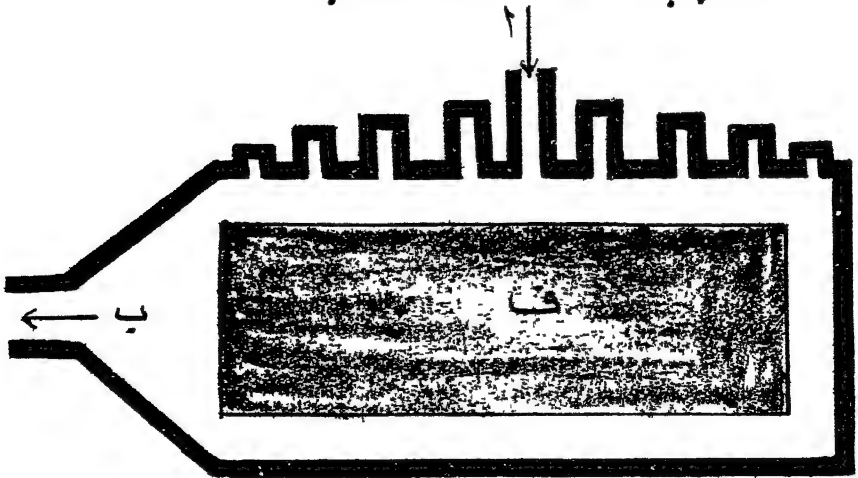


شکل ۶۔ (ج)

کا عمل اس سے مختلف ہے۔ اس پمپ کے کام کرنے کا اصول ان تین تراشی شکلوں سے جو ۱ (ا) ۲ (ب) اور ۳ (ج) میں دکھائی گئی ہیں سمجھ میں آجائے گا۔

جب ف کا مقام شکل ۱ (ا) کی طرح ہوتا ہے تو جس برتن میں خلا پیدا کرنا ہوتا ہے اس کو ۱ کے ساتھ جوڑ دیا جاتا ہے جب شکل ۲ (ب) کی طرح ف کا مقام ہوتا ہے تو ف اور ۲ کے درمیانی گیس کی زیادہ مقدار ب کی طرف چلی جاتی ہے۔ وضع ۳ (ج) میں چونکہ ن مضبوطی کے ساتھ ف سے جیٹا ہوا ہوتا ہے اس وجہ سے گیس استوانہ ف کے گرد نہیں جاسکتی اور چنانچہ گیس کا ایک بڑا حصہ ب میں سے باہر نکل جاتا ہے۔ اس طرح متعدد دفعہ پورے دور ختم ہونے کے بعد زیر تجربہ برتن میں اعلیٰ درجہ کا خلا پیدا ہوتا ہے۔

ہالک پمپ کو شکل ۴ میں دکھایا گیا ہے۔



شکل ۴

یہ ایک بیرونی فولاد کے استوانہ پر مشتمل ہے جس میں باقرینہ مرغولہ دار نالیوں

شکل کی طرح کٹی ہوئی ہوتی ہیں۔ ابتدا میں یہ نالیاں نہایت گہری ہوتی ہیں لیکن بتدریج ان کی گہرائی کم ہوتی جاتی ہے۔ ان کی بلندیوں تقریباً ۵ مٹر سے ۱۰ مٹر تک کی ہوتی ہیں۔ یہ نالیاں اس طریقہ سے بنائی جاتی ہیں کہ سالمات آسانی سے باہر کی طرف پھسل کر جاسکیں۔ ف ایک اندرونی استوانہ ہے جس کو ایک موٹر کے ذریعہ گھمایا جاتا ہے۔ جس برتن میں زبردست خلا پیدا کرنا ہوتا ہے اس کو ۱ کے ساتھ جوڑ دیا جاتا ہے جو بیرونی استوانہ کے ٹھیک درمیان میں ہے۔

× تیلیوں اور سوراخوں میں سے گیسوں کا بہنا :- فرض کرو کہ دو بند برتن جن میں ایک ہی گیس مقید ہے ایک پتلی نلی کے ذریعہ جوڑ دئے جاتے ہیں اور ان میں سے ایک برتن میں گیس کا دباؤ دوسرے سے کم ہوتا ہے۔ اگر تیلی تلی میں سے گیس کو ڈھکیلنے والا دباؤ معمولی ہو تو فی ثانیہ اس میں سے بہنے والی گیس کی کمیت کا اندازہ گیسوں کی لزوجیت کے مشہور میٹر کے کلیہ سے ہو سکتا ہے۔ یعنی فی ثانیہ جتنی گیس بہتی ہے اس کی کمیت لزوجیت سے تناسب معکوس رکھتی ہے۔ لیکن بالکل کم دباؤ پر گیس کا بہاؤ مستقل ہو جاتا ہے اور لزوجیت پر اس کا انحصار نہیں ہوتا۔ چونکہ بالکل کم دباؤ پر گیس کے سالمات دور دور پھیلے ہوئے ہوتے ہیں اس وجہ سے بین الساماتی تصادم کو نظر انداز کر دیا جاسکتا ہے اور صرف برتن او نلی کے دیواروں سے سالمات کے ٹکرانے پر اس صورت میں غور کرنا ہوگا۔

کنڈینس نے یہ فرض کیا کہ بالکل کم دباؤ پر سالمات دیوار پر جذب ہو جاتے ہیں اور پھر تمام سمتوں میں مساوی طور پر نکل پڑتے ہیں۔ اس نے ریاضی کی مدد سے اس مظہر کی عالمانہ طور تحقیق کی اور نتائج کی تصدیق بہترین تجربوں سے حاصل کی۔

میٹر کے کلیہ سے نلی میں سے فی ثانیہ بہنے والی گیس کی کمیت کم =

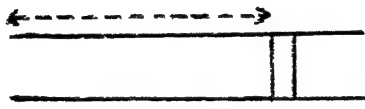
$$= \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$$

$$\frac{\pi}{2} \frac{(d_1 + d_2)}{2} \cdot \frac{1}{\text{نات}} =$$

$$\therefore \text{کم} \infty d (d_1 - d_2)$$

جہاں $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$ = اوسط دباؤ، d_1 = گیس کی کثافت، d_2 = فی ثانیہ
 بننے والی گیس کا حجم، v = نلی کا نصف قطر، l = نلی کا طول اور l_e = گیس
 کی لزوجت

لیکن بالکل کم دباؤ پر یہ کلیہ صحیح نہیں ہے۔
 فرض کرو کہ ایک پتلی نلی (شکل ۷) کے ایک سرے سے لافاصلہ پر
 دباؤ d اور لا + فرلا فاصلہ پر دباؤ d_1 + فرد ہے۔ فرض کرو کہ گیس کی
 اوسط رفتار نلی کے دیواروں کے متوازی
 سلا کے مساوی ہے۔



دیوار کے اس فرلا ٹکڑے کا رقبہ

شکل ۷

$$= \pi r^2 \text{ ص فرلا}$$

اب گیس میں ایک مربع سمر کا رقبہ
 تصور کیا جائے تو ہم کو یہ دریافت کرنا ہے کہ \bar{c} سالمات فی مکعب سمر
 میں سے کتنے سالمات فی ثانیہ اس اکائی رقبہ میں سے گزرینگے
 مساوات (۷) سے $\bar{c} = \frac{1}{4} \left(\frac{c}{\pi} \right)$ فرس

\therefore تعداد سالمات جو فی ثانیہ اکائی رقبہ میں سے گزرتے ہیں =

$$= \frac{1}{4} \bar{c} \pi r^2 = \bar{c} \pi r^2 \frac{1}{4}$$

$$\therefore \bar{c} = \frac{1}{4} \left(\frac{c}{\pi} \right) \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{c}{4\pi r^2}$$

لیکن مساوات (۲۰) سے $\sqrt{\frac{3}{2m}} = \dots$

$$\therefore \bar{c} = \frac{c}{\sqrt{\frac{3}{2m}}} \dots \dots \dots (24)$$

اس فرلا کھڑے سے فی ثانیہ جو سالمات ٹکراتے ہیں ان کی تعداد

$$= \frac{\pi^2 \text{ صی فرلا } c}{\sqrt{\frac{3}{2m}}}$$

اور سالمی معیار حرکت فی ثانیہ دیواروں کے متوازی =

$$= \frac{\pi^2 \text{ صی فرلا } c}{\sqrt{\frac{3}{2m}}}$$

= حاصل قوت = $\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}$

$$\therefore \pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد} = \frac{\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}}{\sqrt{\frac{3}{2m}}}$$

جہاں $\pi^2 =$ گیس کی کثافت

فی ثانیہ برآمد ہونے والی گیس کی کثیت = $\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}$

$$= \pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد} \cdot \frac{\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}}{\sqrt{\frac{3}{2m}}}$$

$$= \pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد} \cdot \frac{\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}}{\sqrt{\frac{3}{2m}}}$$

(چونکہ $\sqrt{\frac{3}{2m}} = \dots$)

\therefore پوری نلی کے طول L سے برآمد ہونے والی گیس کی کثیت فی ثانیہ = k

$$= \pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد} \cdot \frac{\pi^2 \text{ صی}^2 \text{ فرد}}{\sqrt{\frac{3}{2m}}} \cdot (L - \dots) \dots \dots (28)$$

یہ کنڈین کے سالمی بہاؤ کے کلیہ سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

نلی کی مزاحمت :- نلی کی اکائی برآمد ”مہ“ کی تعریف (د ح) سے
 کی جاتی ہے جبکہ فرق دباؤ (د - چ) ایک ڈائین فی مربع سمر کے مساوی ہو
 اور ح گیس کا وہ حجم ہو جو اوسط دباؤ د پر فی ثانیہ اس سے برآمد ہو رہی ہے -
 تعریف کی رو سے مہ = (د ح) = $\frac{\text{تھ لائٹ}}{\text{ل}} \cdot \text{ح} =$

$$= \left(\frac{\text{لاٹ} \cdot \text{ک}}{\text{ل}} \right) (د - چ) = ۱$$

$$\text{مساوات (۲۸) سے :- مہ} = \frac{\text{لاٹ} \cdot \text{ک}}{\text{ل}} \cdot \frac{\pi}{\text{ص}} = \frac{\pi}{\text{لاٹ}^2}$$

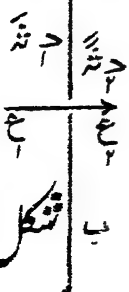
$$= \frac{\pi}{\text{لاٹ}^2} \cdot \frac{\pi}{\text{ص}} = \frac{\pi^2}{\text{لاٹ}^2 \cdot \text{ص}} = \frac{\pi^2}{\text{لاٹ}^2} \cdot \frac{1}{\text{ص}} =$$

جہاں تھ = ایک ڈائین فی مربع سمر دباؤ کے متناظر کثافت = $\frac{\text{ت}}{\text{لاٹ}}$
 نلی کے لئے گیس کی مجموعی برآمد دباؤ (د - چ) کے لئے = مہ (د - چ)
 یعنی مہ = $\frac{\text{مجموعی برآمد}}{د - چ}$

کلیہ اوم سے اس کی مطابقت کی جائے تو چونکہ $\frac{1}{\text{مہ}} = \frac{\text{محورہ برقی}}{\text{مزاحمت}}$
 اس لئے $\frac{1}{\text{مزاحمت}} = \text{مہ}$ کے متناظر ہوتی ہے۔

$$\therefore \text{نلی کی مزاحمت} = \frac{1}{\text{مہ}} = \frac{\text{ل}}{\pi^2 \cdot \text{ص}} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\text{ل}}{\text{ص}} \dots (۲۹)$$

سوراخ کی مزاحمت :- فرض کرو کہ ۱ شکل ۹
 میں ایک پردہ ہے جس میں ایک بہت ہی چھوٹا سوراخ ہے اور
 پردہ کی بائیں جانب سالمات کی تعداد فی مکعب سمر ح اور دائیں
 جانب چ ہو اور نیز گیس کا دباؤ اور کثافت پردہ کے بائیں



اور دائیں جانب بالترتیب د، ث اور ح، تہ ہیں۔

اس صورت میں گیس کی وہ کمیت جو بائیں جانب سے دائیں جانب فی ثانیہ

$$\frac{\pi \text{ ص } ۲ \text{ ح } ۴ \text{ م } ۲}{\pi ۶۱}$$
سوراخ میں سے گزرے گی =

گیس کی وہ کمیت جو داہنی جانب بائیں جانب فی ثانیہ گزرے گی = $\frac{\pi \text{ ص } ۲ \text{ ح } ۴ \text{ م } ۲}{\pi ۶۱}$

جہاں ص = سوراخ کا نصف قطر
 ∴ حاصل کمیت جو بائیں جانب سے داہنی جانب فی ثانیہ گزرے گی =

$$= \text{کپ (فرض کرو)} = \frac{\pi \text{ ص } ۲ \text{ م } ۲}{\pi ۶۱} (ث - تہ)$$

$$= \frac{\pi \text{ ص } ۲}{\pi ۶۱} \cdot \left[\frac{\text{ک}}{\text{ل}} (د - ح) \right] =$$

$$= \frac{\pi \text{ ص } ۲}{\pi ۶۱} (د - ح) \left[\frac{\text{ک}}{\text{ل}} \right] \dots \dots \dots (۳۰)$$

سوراخ کی اکائی برآمد ”م“ پہلے کی طرح اب بھی (د ح) کے مساوی ہوگی
 جبکہ فرق دباؤ (د - ح) ایک ڈائین فی مربع سمر کے مساوی ہو اور ح گیس کا
 وہ حجم ہو جو اوسط دباؤ د پر فی ثانیہ سوراخ سے برآمد ہو رہی ہے۔

$$\therefore \text{م} = د = ح = \frac{\text{ث ل}}{\text{ک}} \cdot ح = \left(\frac{\text{ل}}{\text{ک}} \right) (د - ح) = ۱$$

$$\text{مساوات (۳۰) سے :- م} = \frac{\text{ل}}{\text{ک}} \cdot \frac{\pi \text{ ص } ۲}{\pi ۶۱} =$$

$$\frac{\pi \text{ ص } ۲}{\pi ۶۱} = \frac{\text{ل}}{\text{ک}} \cdot \frac{\pi \text{ ص } ۲}{\pi ۶۱}$$

جہاں ث = ایک ڈائین فی مربع سمر دباؤ کے متناظر کثافت۔ کلیہ اوم سے پہلے

کی طرح پھر مطابقت کی جائے تو سوراخ کی مزاحمت = $\frac{1}{\text{مم}}$

$$= \frac{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}}{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}} \dots \dots \dots (۳۱)$$

پمپ کی صورت میں ایک سادہ اطلاق :- فرض کرو کہ ایک برتن جس کا حجم ح ہے گیس سے بھرا ہوا ہے اور گائیڈ کے قسم کی پمپ سے ہم اس میں خلا

پیدا کرنا چاہتے ہیں۔ شکل ۷۱ کے مطابق

اس برتن کو نلی ۱ ب کے ذریعہ پمپ کے ساتھ جوڑ دیا گیا ہے۔

فرض کرو کہ اس برتن میں دباؤ و ثانیوں

کے بعد لا ہے اور پمپ د دباؤ پر چل رہا ہے اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ فرک گرام گیس

اس برتن سے فرو ثانیہ میں خارج ہو رہی ہے تب

$$\text{ک} = \text{فرو} = \text{فرک} = \text{فرث (ح)} = \text{ح فرث} = \frac{\text{ح}^2}{\text{لات}} \cdot \text{فرلا}$$

$$\text{یعنی} - \frac{\text{ح}^2}{\text{لات}} \cdot \text{فرلا} =$$

$$= \frac{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}}{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}} \cdot \frac{\text{ح}^2}{\text{لات}} \cdot \text{فرلا} = \text{فرو}$$

$$\therefore \text{ح فرلا} = \frac{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}}{\pi \sqrt{\frac{1}{\text{مم}}}} \cdot \frac{\text{ح}^2}{\text{لات}} \cdot \text{فرلا} = \text{فرو} = \text{مم (لا-د) فرو}$$

$$\therefore \frac{\text{مم فرو}}{\text{ح}} = \frac{\text{فرلا}}{\text{لا-د}} = \frac{\text{فر (لا-د)}}{\text{لا-د}}$$

اس کو تکملانے سے $-\frac{م}{ح} = \text{لوک } (لا-د) + ج$
 جہاں ج = کوئی مستقل
 فرض کرو کہ جب وقت و = صفر تو لا = لا یعنی ابتدا میں گیس
 کا دباؤ لا ہے۔ اس صورت میں ج = - لوک (لا-د)

∴ $-\frac{م}{ح} = \text{لوک } \left(\frac{د-لا}{د-لا} \right)$
 ∴ برتن میں لا دباؤ کو لا دباؤ تک لانے میں جو وقت صرف ہوا:-

$و = \frac{ح}{م} \times ۳.۳ \times ۲ \text{ لوک } \left(\frac{د-لا}{د-لا} \right) \dots\dots\dots (۳۲)$
 لہذا اگر ح، م، لا اور د کی قیمتیں ہمیں معلوم ہو جائیں تو و
 دریافت کیا جاسکتا ہے۔ مساوات (۳۲) میں م کی قیمت درج کرئیے:-
 $و = \frac{ح}{م} \times \left[\frac{۲.۳}{۳.۳} \times ۲ \text{ لوک } \left(\frac{د-لا}{د-لا} \right) \right] \dots\dots\dots (۳۳)$

اس مساوات سے ظاہر ہے کہ اگر نلی کا نصف قطر صی بڑھا دیا جائے اور
 ل گھٹا دیا جائے تو و کی قیمت کم ہو جائے گی۔ یعنی اگر جلد خلا پیدا کرنا مطلوب
 ہو تو صی کو بڑھانا اور ل کو گھٹانا چاہیے۔

ایک چھوٹی ٹونٹی جس کا طول ل ہو اس نلی میں لگا دی جائے تو یہ
 دریافت کیا جاسکتا ہے کہ نلی کے طول پر ٹونٹی کی مزاحمت کا کیا اثر ہوتا ہے:-
 فرض کرو کہ نلی کی مزاحمت = ایسی ٹونٹی کی مزاحمت جس کا قطر ف ہے۔

$$\text{یعنی } \frac{ل}{ف} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳} \times \frac{ل}{ف}$$

جہاں ف = نلی کا قطر
 ∴ ل = ل . $\frac{ل}{ف}$

مثال کی طور پر اگر $L = \text{اسمر اور ف} = ۲ \text{ اسمر اور ف} = ۲.۵ \text{ سمر}$
 تو نلی کا طول L ہمیں ... اسمر حاصل ہوگا۔

یعنی ... اسمر طول کی نلی ایک چھوٹی سی ٹونٹی کے ماشل ہوتی ہے
 جس کا طول صرف اسمر اور قطر ۲.۵ سمر ہوتا ہے۔ ظاہر ہے کہ اس قدر چھوٹی
 ٹونٹی کی وجہ سے نلی کے طول میں کافی اضافہ ہو جاتا ہے اس لئے اگر جلد
 خلا پیدا کرنا مقصود ہو تو اس کی بڑی احتیاط کرنی چاہیے کہ ٹونٹیاں حتی الامکان
 کم تعداد میں رکھی جائیں۔

پمپ کی رفتار :- شکل نمبر ۱ پر غور کرو۔ برتن سے گیس کی جتنی کمیت خارج
 ہوتی ہے وہ اس کمیت کے مساوی ہے جو پمپ میں داخل ہوتی ہے، لیکن
 چونکہ دباؤ مختلف ہیں اس لئے برتن سے نکلنے والی گیس کا حجم، پمپ میں داخل
 ہونے والے حجم کے مساوی نہیں ہوتا۔

فرض کرو کہ فروٹا نیہ میں D دباؤ پر فرح مکعب سمر گیس پمپ میں داخل ہوتی
 ہے، اسکا مطلب یہ ہے کہ فروٹا نیہ میں فرح مکعب سمر گیس پمپ کے ذریعہ
 باہر خارج کی جاتی ہے، اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ اسی وقفہ فرو میں فرح
 مکعب سمر گیس دباؤ L پر برتن سے باہر نکلتی ہے ظاہر ہے کہ موثر دباؤ $(L - D)$
 کے لئے گیس کی مجموعی برآمد = $M (L - D)$ اور یہ اس حجم کے متناظر ہے
 جو فروٹا نیہ یا ہر نکل رہا ہے۔

لہذا فروٹا نیوں میں مجموعی برآمد = $M (L - D)$ فرو
 کلیہ بائیل سے L فرح = D فرح = $M (L - D)$ فرو
 گائیڈ کے مطابق پمپ کی حقیقی رفتار $S_1 = \frac{D \text{ فرح}}{L - D}$ اور ظاہری
 رفتار $S_2 = \frac{D \text{ فرح}}{L - D}$

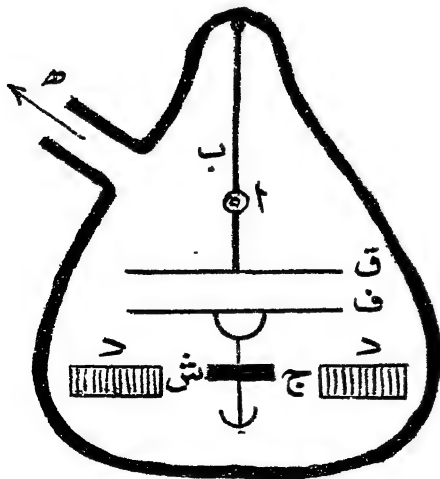
$$\therefore M (L - D) = \frac{D \text{ فرح}}{L - D} = \frac{D \text{ فرح}}{L - D} = \frac{D \text{ فرح}}{L - D} = \frac{D \text{ فرح}}{L - D}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ہم}} = \frac{\text{لا}}{\text{لا س م}} = \frac{\text{د}}{\text{س م}} - \frac{1}{\text{لا س م}} = \frac{\text{د}}{\text{لا س م}}$$

$$= \frac{1}{\text{س م}} - \frac{1}{\text{س م د س م}} = \frac{\text{د}}{\text{س م د س م}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{س م}} = \frac{1}{\text{ہم}} + \frac{1}{\text{س م}} \dots\dots\dots (۳۴)$$

خفیف دباؤ کی پیمائش :- میکاڈ داب پیا سے تقریباً ہر شخص واقف ہے۔ یہ کلیہ بائیل کے تحت کام کرتا ہے اور اس کو کئی شکلوں میں بنایا گیا ہے۔ ایک بڑی کارآمد شکل سنٹرل سائنٹفک کمپنی کے آلات کی فہرست میں دی گئی ہے اس کے ذریعہ ۰ آہر پارہ کے دباؤ کے رتبہ تک پارہ کی سطح کو پیچ کے ذریعہ ترتیب دینے کے انتظام کے ساتھ ناپا جاسکتا ہے اور بہت کارآمد ہے۔ ڈشمن کا سالمی داب پیا :- شکل ۱۱ میں 'ق' ایک ابرک کا قرص ہے جو ایک کواڑنر کے ریشہ ب کے ذریعہ ایک شیشہ کے جوفہ کے اندر اٹکایا



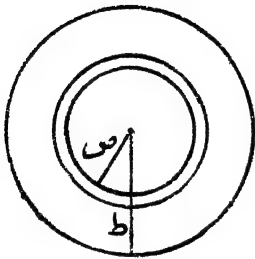
شکل ۱۱

جاتا ہے۔ ف ایک دور قرص ہے جو گردش میں متناطیسی میدان کے ذریعہ فی منٹ دس ہزار چکروں تک گھمایا جاسکتا ہے۔ د اور د کچھ ہیں جو اس گردش میں متناطیسی میدان کو پیدا کرتے ہیں۔ ج اور د کچھ ایک معمولی متناطیسی کے قطب ہیں اور ا ایک مستوی آئینہ ہے جس سے

جہاں گہ = ایک مستقل جس کی قیمت بیشتر گیسیوں کے لئے ایک کے مساوی ہے۔

فرض کرو کہ قرص ف کی زاویائی رفتار ω کے مساوی ہے اور اس کا نصف قطر ط ہے۔

قرص میں ایک چھوٹا حلقہ مرکز سے ص فاصلہ پر ایسا لے لیا کہ اس کی موٹائی قرص کے مساوی ہو (شکل ۱۲)



شکل ۱۲

اس حلقہ کا رقبہ = $\pi ۲$ ص قرص
 \therefore اس حلقہ پر ماسی قوت =

$$= \pi ۲ \text{ ص } \omega^2 \text{ راد قرص } \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right]$$

$$= \pi ۲ \text{ ص قرص ص } \omega^2 \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right]$$

اس کے محور کے گرد جفت = $\pi ۲ \text{ ص } \omega^2 \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right]$ قرص

\therefore اس پورے قرص کی وجہ سے جفت =

$$\int_0^{\text{ص}} \pi ۲ \text{ ص } \omega^2 \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \cdot \text{قرص} \cdot \text{ص} = \pi ۲ \omega^2 \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \cdot \frac{\text{ط}^2}{۲} = \text{مہ عہ}$$

جہاں مہ = پیمندگی کا جفت فی اکائی زاویہ اور عہ = زاویہ انصراف

$$\therefore \text{عہ} = \frac{\pi ۲ \omega^2}{\text{مہ}} \left[\frac{\rho}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \cdot \text{ط}^2 \dots \dots \dots (۳۶)$$

لیکن $\omega = \frac{۲\pi}{\text{مہ}}$ جہاں ω = اس قرص کا وقت دوران اور $\frac{۲\pi}{\text{مہ}}$ = اس قرص کے جمود کا معیار اثر

پس ہم ان دونوں مساواتوں کے ذریعہ د کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔
اس داب پیمہ کے ذریعہ ہم ۱۰ مہر پارہ کے دباؤ کے رتبہ تک ناپ
سکتے ہیں۔ امریکہ میں یہ طریقہ اب تک رائج ہے۔

اس آلہ میں کسی دھاتی قرص کے عوض ایرک کا قرص ق استعمال کرنے
کی غایت صرف یہ ہے کہ ایڈ میروؤں کو نہ پیدا ہونے دیا جائے جن سے
قرص کی حرکت پر زبردست اثر پڑتا ہے

اہتزاز می قرص کا طریقہ :- اس طریقہ میں ایک ایرک کا قرص کو ارنڈ
کے ریشہ کے ذریعہ دو قرصوں کے درمیان اہتزاز کرنے کے لئے لٹکایا جاتا
ہے اور اس پورے انتظام کو شکل ۱۱ کے قریب قریب ایک شیشہ کے جوڑ
میں رکھا جاتا ہے۔

تخفیف دباؤ والی گیس کے برتن کو جوڑ سے جوڑ دینے کے بعد وقت دورا
اور لو کا رتھی نزل دریافت کر لیا جائے تو تخفیف دباؤ د کی قیمت حسابی عمل
سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

اگر کسی وقفہ فرو میں قرص کا زاویہ انصراف فرعہ ہے تو زاویہ رفتار
= $\frac{\text{فرعہ}}{\text{فرو}}$ جیسا کہ شکل ۱۲ میں بتلایا گیا تھا، حلقہ کا رقبہ =

$$= \pi r^2 \text{ صی فرس}$$

اور اس حلقہ پر مماسی قوت = $\frac{\text{ٹ}}{\pi r^2 \text{ لات}} \times \pi r^2 \text{ صی فرس}$

$$= \text{صی} \times \frac{\text{فرعہ}}{\text{فرو}} \times \frac{\text{ٹ}}{\pi r^2 \text{ لات}} \times \pi r^2 \text{ صی فرس}$$

$$\text{لکے ٹور کے اگر جفت} = \pi r^2 \text{ صی فرس} \times \frac{\text{فرعہ}}{\text{فرو}} \times \frac{\text{ٹ}}{\pi r^2 \text{ لات}}$$

∴ اس پورے قرص کی وجہ جفت =

$$= \int_0^{\pi} \pi^2 \frac{\text{فرعہ}}{\text{زرو}} d\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{لات}} \cdot \text{ص}^2 \text{قرص} \right]$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\text{فرعہ}}{\text{زرو}} d\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{لات}} \cdot \text{ط}^2 \right]$$

جہاں ط = قرص کا نصف قطر

اب چونکہ سالمات اس قرص کے دونوں طرف مگرا رہے ہیں اس لئے

$$\text{قرص کی وجہ سے پورا جفت} = \pi \cdot \frac{\text{فرعہ}}{\text{زرو}} d\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{لات}} \cdot \text{ط}^2 \right]$$

$$= \frac{\text{گ}}{\text{زرو}} \cdot \frac{\text{فرعہ}}{\text{زرو}} \cdot \pi = \text{جہاں گ} = \pi \cdot \frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{لات}} \cdot \text{ط}^2$$

تبادل کے لئے حرکت کی مساوات حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{مج} \frac{\text{فرعہ}^2}{\text{زرو}} + \text{گ} \frac{\text{فرعہ}}{\text{زرو}} + \text{مہ عہ} = \text{صفر}$$

اس تفرقی مساوات کو حل کرنے سے :-

$$\text{عہ} = 2 \text{و} - \frac{\text{گ}^2}{\text{مج}^2} \text{جم} \left(\frac{\text{مہ}}{\text{مج}} - \frac{\text{گ}}{\text{مج}^2} \cdot \text{و} + \text{ب} \right) \dots (۳۶)$$

جہاں ۱ اور ب مستقل ہیں۔

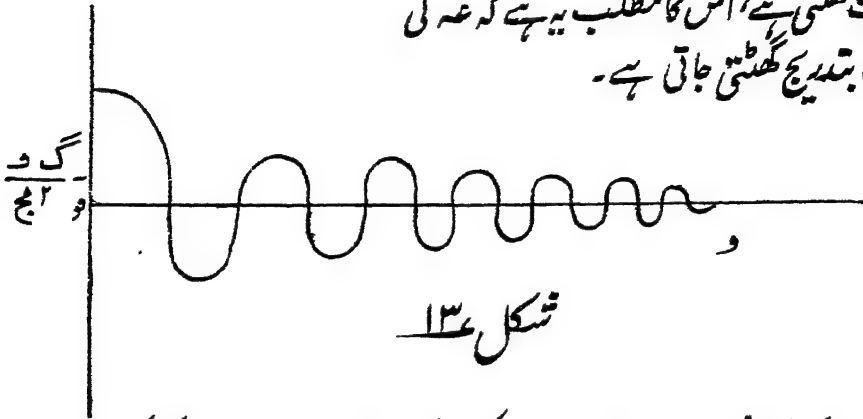
یہ ایک سادہ مستوفی حرکت کی مساوات ہے۔ اسلئے وقت دوران

$$= 1 \dots \dots \dots \frac{\pi^2}{\left[\frac{\text{گ}^2}{\text{مج}^2} - \frac{\text{مہ}}{\text{مج}} \right]} \dots (۳۸)$$

اگر ہمیں و، مہ اور مج کی قیمتیں معلوم ہو جائیں تو گ دریافت کیا

جاسکتا ہے اور پھر د کی قیمت آسانی کے ساتھ نکالی جاسکتی ہے۔

مسادات (۳۷) میں $\frac{د}{و} = \frac{۲}{۲} \text{ مچ}$ حیض ارتعاش کو تعبیر کرتا ہے۔ اگر ہم $\frac{د}{و}$ کو $\frac{۲}{۲} \text{ مچ}$ کے مقابلہ میں ترسم کریں تو ایک ایسا منحنی حاصل ہوتا ہے جو شکل ۱۳ میں دکھایا گیا ہے۔ اس منحنی سے یہ ظاہر ہے کہ د کی قیمت بڑھنے سے حیض ارتعاش کی قیمت گھٹتی ہے، اس کا مطلب یہ ہے کہ عہ کی قیمت بتدریج گھٹتی جاتی ہے۔



فرض کرو کہ شعاع نور جو آئینہ سے منعکس ہو کر آتی ہے جب پیمانہ کے ایک جانب حرکت کرتی ہے تو انصراف عم بنتا ہے اور پیمانہ کے اسی جانب ایک کامل وقت دوران کے بعد انصراف عم ہوتا ہے۔ تب :-

$$\frac{د}{و} = \frac{\frac{د}{و} \cdot لا}{\frac{د}{و} (۱ + لا)} = \frac{عم}{عم}$$

جہاں لا = کوئی کسر

$$\therefore لوک و = \frac{عم}{عم} = \frac{د}{و} = \text{مستقل} = فہ = لوکار تہی تنزل$$

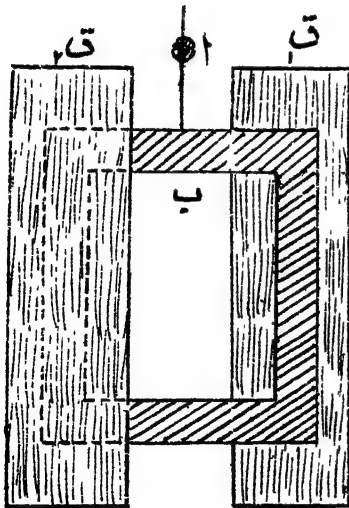
$$\therefore فہ = \frac{د}{و} = \pi \cdot \left| \frac{\frac{د}{و}}{\pi} \right| \dots (۳۹)$$

اگر نہ دیکھیں وغیرہ کی قیمتیں معلوم ہوں تو دیکھنے کی قیمت حسابی طریقہ سے دریافت کی جاسکتی ہے۔

اس طریقہ سے آگے بڑھ کر دباؤ کے رتبہ تک کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے اور ڈاکٹر شائے اسکو استعمال بھی اسی کیلئے کیا تھا۔

کنڈینسنگ کا دباؤ (۱۵) — سنہ ۱۹۱۱ء میں کنڈینسنگ کے کسی قدر خلا دار جو ذہن گرم اور سرد تختیوں کو رکھنے کے بعد ان کے درمیان جو دفع کی قوت سالمی تصادم کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے اس کو حسابی طریقہ سے دریافت کیا۔ اگر دو ایسی تختیاں اس طرح متوازی رکھی جائیں کہ ان کے درمیان فاصلہ سالمات کے اوسط آزاد راستہ سے چھوٹا ہو تو تختیوں کے درمیان ایک دفع کی قوت عمل کرتی ہے جو گیس کے زیر غور دباؤ کے مناسب ہوتی ہے۔

شکل ۱۲ پر غور کرو۔ ق اور ق دو مستطیلی ثابت تختیاں ہیں جن کو کسی ذریعہ سے مثلاً برقی طریقہ سے گرم کیا جاتا ہے۔ ب ایک سرد مستطیلی تختی ہے



جس کو کارٹرز کے ریشہ کے ذریعہ لٹکادیا جاتا ہے اور اس کے ساتھ ایک مستوی آئینہ ۱ لگا ہوتا ہے۔ جب اس قسم کی ترتیب کو ایک لمفٹ گیس میں رکھا جاتا ہے (یعنی ایسی گیس میں جس کے سالمات ایک دوسرے سے بہت دور دور پر ہوں) تو سالمی دفعہ کی قوت تختی ب میں انصراف پیدا کرتی ہے۔ اس انصراف کو آئینہ ۱ اور شعاع نور کے ذریعہ ناپا جاسکتا ہے۔

شکل ۱۲

فرض کرو کہ ق اور ق بالترتیب

ق اور ب کی تپشیں ہیں اور ع فی مکعب سمر سالمات کی وہ تعداد ہے جو ق سے ب تک سہا جذر اوسط مربع رفتار سے حرکت کر رہے ہیں۔

اسی طرح یہ بھی فرض کرو کہ ع سالمات کی وہ تعداد فی مکعب سمر ہے جو ب سے ق کی طرف سہا جذر اوسط مربع رفتار سے متحرک ہیں۔

تبادل کے لئے، سالمات کی وہ تعداد جو فی ثانیہ فی مربع سمر سطح سے ٹکراتے ہیں مساوی ہونی چاہیے۔

$$\text{یعنی } \frac{ع_1 س_1}{\pi 4 r} = \frac{ع_2 س_2}{\pi 4 r} \quad \text{یعنی } ع_1 س_1 = ع_2 س_2$$

اگر پوری گیس کو تپش پر رکھا جائے اور سالمات کی تعداد فی مکعب سمر ق اور ب کی درمیانی فضا کے باہر ع ہو، تو تبادل کیلئے فی ثانیہ فی مربع سمر ق اور ب کی درمیانی فضا سے باہر جانے والے سالمات کی تعداد ان سالمات کی تعداد کے مساوی ہونا چاہیئے جو فی ثانیہ فی مربع سمر ق اور ب کی درمیانی فضا میں گزرتے ہیں۔

$$\text{یعنی } \frac{ع_1 س_1}{\pi 4 r} = \frac{ع_2 س_2}{\pi 4 r} + \frac{ع_3 س_3}{\pi 4 r}$$

$$\text{یعنی } ع_1 س_1 = ع_2 س_2 + ع_3 س_3$$

$$\therefore ع_1 س_1 = ع_2 س_2 + ع_3 س_3 \dots\dots\dots (۴۰)$$

اگر حاصل دفع کی قوت بخونگی کے اکائی رقبہ پر عمل کرتی ہے ق ہو اور (د_۱ + د_۲) تختیوں کے درمیان مجموعی دباؤ کی قیمت ہو اور گیس کے برتن میں دباؤ د ہو تو:-

$$ق = د_1 + د_2 - د_3 = \frac{1}{\pi} \text{ ث } س_1 + \frac{1}{\pi} \text{ ث } س_2 - \frac{1}{\pi} \text{ ث } س_3$$

جہاں شہ، شہ اور نہ بالترتیب کٹافوں کو تعبیر کرتے ہیں۔

$$\therefore ق = \frac{1}{2} م ع ہ + \frac{1}{2} م ع ہ - \frac{1}{2} م ع ہ =$$

$$= \frac{1}{2} (ع ہ + ع ہ - ع ہ)$$

$$= \frac{1}{2} (ع ہ + ع ہ - ع ہ) = \frac{1}{2} (ع ہ - ع ہ) =$$

$$= \frac{1}{2} (ع ہ - ع ہ) = \frac{1}{2} (ع ہ - ع ہ) =$$

$$= \frac{1}{2} (ع ہ - ع ہ)$$

لیکن یہ ہم جانتے ہیں کہ ات ۷ ہ اور ات ۷ ہ

$$\therefore ق = \frac{1}{2} (ات - ات) = \dots (۴۱)$$

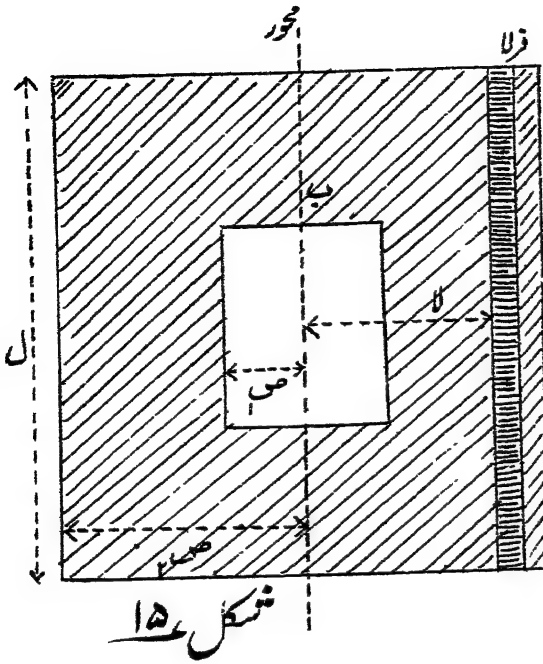
گنڈین نے اس اصول کو اپنے داب پیما میں استعمال کیا۔ اس داب پیما کے ذریعہ ۱۰ محرم پارہ کے دباؤ سنگ کی قیمت بالراست معلوم کی جاسکتی ہے۔ اینگریز نے ۱۹۱۳ء میں اس اصول کے عمل کا ایک مختصر خاکہ دیا تھا۔

اگر ات اور ت میں فرق کچھ زیادہ بڑا نہ ہو تو ق = $\frac{1}{2} (ات - ت)$ ٹاڈ نے اس ضابطہ کو تقریبی طور پر ۱۹۱۵ء میں حاصل کیا تھا۔

اب فرض کرو کہ ص اور ص محور تعلیق سے ب کے انتصابی ضلعوں کے فاصلے ہیں۔ اور ل انتصابی ضلع کا طول ہے جیسا کہ شکل ۷۵ میں بتایا گیا ہے۔

تختی میں ایک دھجی ”فرلا“ موٹائی کی محور سے لا فاصلہ پر لو۔

تب اس دھجی پر قوت = ق ل فرلا اور اس پر جو جفت عمل کرتا ہے وہ



= قی فرما . لا
دونوں ضلعوں کو زبردستی
لیتے ہوئے پوری تختی کی
وجہ سے جفت =

= ۲ قی لا فرما = نہ عہ
جہاں عہ = انصر اور عہ
پہنچدگی کا جفت فی اکائی
زاویہ
= ۲ قی (ص۱ - ص۲)

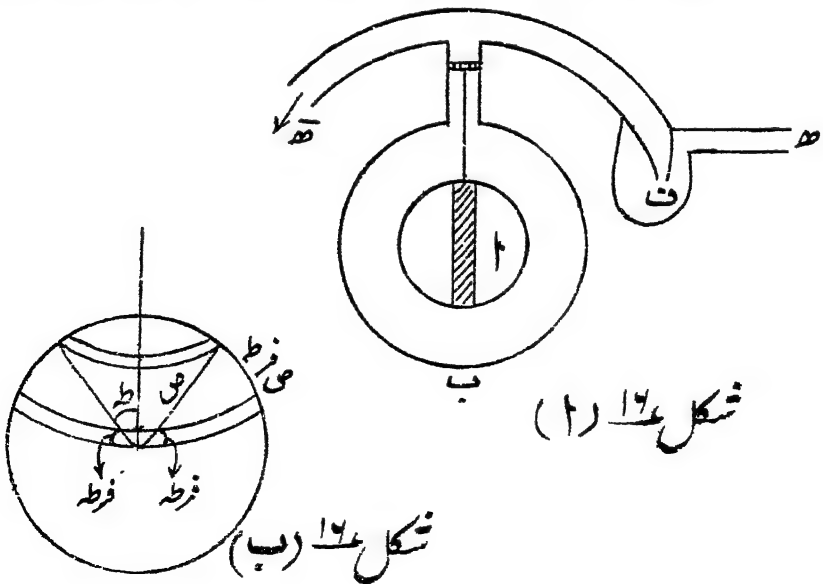
= مہ عہ (۴۲) سے :-
ساوات (۴۱) اور (۴۲) سے :-

$$\frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) L (ص۱ - ص۲) = مہ عہ (۴۳)$$

اب اگر تختی کا وقت دوران د ہو تو $\pi^2 = 2$ مہ
جہاں مہ = تختی کی جمود کا معیار اثر محور تعلیق کے گرد

لہذا مہ کی قیمت معلوم کرنے کے بعد مساوات (۴۳) سے د کی قیمت
حسابی طریقہ سے حاصل کی جاسکتی ہے گو گیس کی نوعیت نامعلوم رہے۔
۱۹۱۴ء میں جے۔ ڈبلیو اوڈروٹ نے اسی اصول پر تختیوں کے درمیان
۱۰۰ اہر کی فرق پیش سے ایک داب پیا بنایا۔ اس نے گرم تختی کے لئے
پلاٹینم کی بیٹیاں استعمال کیں اور تختی کو برقی طریقہ سے گرم کیا، متحرک مستطیلی
تختی الیومینیم کی تھی، اس نے پیشوں کو گرم بیٹیوں کی برقی مزاحمت کی رقوم
میں، توہ پیا استعمال کر کے، حسابی عمل سے حاصل کیا، خفیف دباؤ حاصل

کرنے کے لئے مائع ہوا میں کوئلہ استعمال کیا گیا تھا۔ اس کا دعویٰ ہے کہ متعدد گیسوں کو استعمال کر کے اس نے ۱۰۔ ۱۱ مہر پارہ کے رتبہ کا دباؤ ناپا ہے۔
 ۱۹۱۸ء میں جے۔ اسی۔ شریڈر اور آر۔ جی شیراؤڈ نے کنڈسن کے داب بیا میں بڑی حد تک حساسیت پیدا کرنے میں کامیابی حاصل کی۔
 داب بیا کو ایک سخت شیشہ کی ٹی میں بند کر دیا گیا جس کا قطر ۱۸ اور طول ۹ تھا، پلاٹینم کی گرم بیٹیوں کا طول ۱۸، سمر عرض ۵، ۷ مہر اور موٹائی ۱۸۔ ۲ مہر تھی، متحرک سطحی تختی جو البیوسنم کی تھی ۲، ۳ مہر لمبی ۴ مہر چڑی اور ۶۔ ۷ مہر موٹی تھی۔ متحرک تختی اور گرم بیٹیوں کا درمیانی فاصلہ تقاطعی گرفت کے ذریعہ باہر سے مرتب کیا گیا تھا۔ تعلیق ٹنگسٹن کے تار سے کی گئی تھی۔ ان دونوں نے بھی پلاٹینم کی تپشی قدر معلوم رکھ کر اوڈرو کی طرح بیٹیوں کی تپش برقی مزاحمت کی رقوم میں حاصل کی۔ ان کا دعویٰ ہے کہ انھوں نے ۱۰۔ ۱۱ مہر پارہ کے رتبہ کا دباؤ ناپا ہے۔
 کنڈسن کے طریقے سے گیس کے سالمی وزن کی دریافت :-
 شکل ۱۶ (۱) میں ایک ٹھوس کردہ ۱ کوارٹز کے ریشہ کے ذریعہ



ایک اور کھوکھلے کرہ ب میں ٹکایا گیا ہے۔ کرہ ۱ کو جس کے وسطی حصہ میں موٹی پلاٹینم کی پٹی لگی ہوئی ہے دائری سمت میں مقناطیسی ذرائع سے ہتزاز کرنے کے لئے مجبور کیا جاتا ہے۔ ۲ اور ب کے درمیان فاصلہ تقریباً ۵ ممر کا ہوتا ہے۔ ف ایک مانع ہوا کا پھندا ہے جو سالمات کو گزرتا کر لیتا ہے۔ ھ کے ساتھ ایک سالمی پمپ جوڑا جاتا ہے جس سے حسب خواہش خفیف دباؤ ۱ اور ب کے درمیان پیدا کیا جاسکتا ہے۔ ھ پر ایک داب یا جوڑا جاتا ہے جس کی مدد سے ۲ اور ب کے درمیان گیس کا دباؤ معلوم کیا جاسکتا ہے۔ کرہ ۱ کو ہتزاز میں لا کر وقت دوران اور لو کا رتھی تنزل دریافت کر لیا جاتا ہے۔

کرہ ۱ کو جس کا نصف قطر ص ہے چھوٹے چھوٹے منطوقوں یا پٹوں میں تقسیم کرو ایک ایسا پٹہ شکل ۱۶ (ب) میں دکھایا گیا ہے۔ اگر وقفہ فرو میں فرعہ انصراف پیدا ہو تو اس پٹہ کی خطی رفتار $\text{سر} = \text{ص جب ط} \times \text{فرعہ فرو}$

ساوات (۳۵) سے اس پٹہ پر ماسی قوت =

$$= \pi^2 \text{ ص جب ط فرط سر د} \left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{ لات}} \right]$$

چونکہ پٹہ کا رقبہ = $\pi^2 \text{ ص} \cdot \text{جب ط} \cdot \text{ص فرط}$

∴ اس پٹہ پر قوتوں کا معیار اثر =

$$= \pi^2 \text{ ص جب ط فرط سر د} \left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{ لات}} \right]$$

لہذا پورا جفت =

$$\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi^2 \text{ لات}} \right] \text{ ص جب ط} \cdot \text{ص فرط} \cdot \text{فرط د} \cdot \text{فرط د}$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ ص } \frac{\pi}{3} \text{ د } \left[\frac{\pi}{3} \right] \text{ گ } = \frac{\pi}{3} \text{ فرو}$$

$$\text{جہاں گ} = \frac{\pi}{3} \text{ ص } \frac{\pi}{3} \text{ د } \left[\frac{\pi}{3} \right] \text{ گ}$$

تبادل کے لئے حرکت کی مساوات حسب ذیل ہوگی :-

$$\text{مجموع فرو} = \frac{\pi}{3} \text{ گ } + \frac{\pi}{3} \text{ فرو} + \text{ص} = \text{صفر}$$

جہاں مجموعہ = کردہ کے جہود کا معیار اثر قطر کے گرد اور ص = پیچیدگی کا جفت
فی اکائی زاویہ۔

اس تغیر فی مساوات کو حل کرنے سے :-

$$\text{ع} = 1 \text{ نو} - \frac{\pi}{3} \text{ جم} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) \text{ و} + \text{ب}$$

جہاں ۱ اور ب مستقل ہیں۔

چونکہ یہ ایک سادہ موسیقی حرکت کی مساوات ہے۔

$$\therefore \text{وقت دوران} = \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \left[\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right]$$

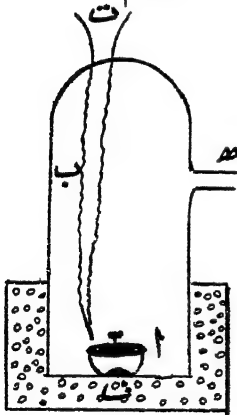
اگر ہم نو - $\frac{\pi}{3}$ کو و کے مقابل ترسم کریں تو ایک منحنی حاصل ہوتا ہے جو
شکل ۱۳ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ وقت جوں جوں بڑھتا
ہے تو محیط ارتعاش گھٹتا ہے۔

پہلے کی طرح اگر پانچ کی داہنی جانب انصراف عم ہو اور ایک کامل وقت دورا
ن کے بعد اسی جانب انصراف عم ہو تو عم = $\frac{\pi}{3}$ نو

ہارٹک اور اگریٹن کے طریقے عملی طور پر یکساں ہیں۔ اول الذکر نے خصوصاً تپش کی پیمائش کے لئے ایک نہایت حساس طریقہ اختیار کیا۔ موزن الذکر نے دھاتوں کو گرم کرنے کے لئے تانبے کا ایک بڑا سا گرم کنندہ استعمال کیا تھا گو ہارٹک نے اس غرض کے لئے برقی بھٹی استعمال کی تھی۔

یہاں ہارٹک کے طریقے کا بیان خالی از دسوسی نہ ہو گا :-

تشکل ۷۱ میں ایک چھوٹی کوارٹز کی کٹھالی انتہائی گہٹی ہے جس میں دھات رکھ دی جاتی ہے۔ اس کٹھالی کے ڈھکن میں ایک بالکل چھوٹا سا سوراخ ہوتا ہے۔ کٹھالی کو پہلے وزن کر لیا جاتا ہے اور پھر ایک کوارٹز کی نلی ب کے اندر رکھا جاتا ہے اور اس نلی کا نچلا سر برقی بھٹی ف کے ذریعہ گرم کیا جاتا ہے۔ کٹھالی کی تپش حریرتی جفت دت کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہے۔



تشکل ۷۱

بازو میں ایک نلی ہ لگی ہوتی ہے جس کے ذریعہ نلی ب میں پمپ کے ذریعہ اعلیٰ درجہ کا خلا پیدا کیا جاسکتا ہے۔ خلا پیدا کرنے کے بعد ہارٹک نے مطلوبہ تپش تک نلی کو گرم کیا اور چند گھنٹوں تک اسکو مستقل رکھا۔ اس نے پھر کٹھالی کو ٹھنڈا کر کے تول لیا۔ کٹھالی کے نقصان وزن سے اس دھاتی بخار کا وزن معلوم ہو گیا جو ایک خاص وقت میں سوراخ میں سے نکل آئی۔

سادات (۳۰) سے اگر سوراخ میں سے

باہر کی فضا میں نکل آنے والی فی ثانیہ بخار کی کمیت کم ہو تو

$$ک = \frac{۳۳}{۳۲} \left[\frac{ت}{لات} \right]$$

چونکہ نلی ب میں اعلیٰ درجہ کا خلا پیدا کیا گیا ہے اس لئے د عملاً صفر کے

مساوی ہے۔

$$\therefore \frac{\text{کعبہ}}{\text{ص}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{2\pi \text{ لات}}{3}}}{\text{ص}} \dots\dots\dots (۲۶)$$

اس طرح دہ یعنی بخاری دباؤ کی قیمت معلوم کی جاتی ہے۔ ص کی قیمت سورخ کے فوٹو بڑے پیمانہ پر لیکر دریافت ہو سکتی ہے۔

لیننگموئر نے ۱۹۱۷ء میں ایک اور طریقہ بخاری دھاتوں مثلاً ٹنگسٹن، پلاٹینم وغیرہ کے بخاری دباؤ کی دریافت کا بیان کیا تھا، ٹنگسٹن کا ایک پتلا ساریشہ جس کا طول تقریباً ۱۰ سم تھا ایک خلا دار جو ذہ میں رکھا گیا اور برقی رو کے ذریعہ اس کو گرم کیا گیا۔ ایک معلوم وقت تک تپش مستقل رکھی گئی۔ گرم کرنے کے دوران میں ظاہر ہے کہ ریشہ سے بخار کے سالمات خارج ہو کر جو ذہ کے دیواروں پر چونکہ اس کا دباؤ خفیف ہے منجمد ہوتے ہیں۔ اب جو ذہ کو توڑ کر ریشہ کو ایک حساس ترازو میں تول لیا جاتا ہے۔ اگر ریشہ کا ابتدائی وزن معلوم ہو تو نقصان وزن معلوم ہو جاتا ہے۔

مسادات (۲۷) سے فی ثانیہ جو ذہ کی سطح کے اکائی رقبہ کو ٹکرائے والے سالما کی تعداد = $\frac{\text{ع}}{\pi \sqrt[3]{\text{ص}}}$ تعادل کے لئے بخار کی اس کمیت کا جو فی ثانیہ اکائی رقبہ کی سطح سے ٹکراتی ہے اس بخار کی کمیت ک کے مساوی ہونا ضروری ہے جو ریشہ کے اکائی رقبہ سے فی ثانیہ خلا میں پیدا ہوتی ہے

$$\text{اور یہ کمیت ک} = \frac{\text{ع}}{\pi \sqrt[3]{\text{ص}}} \text{ جہاں } ۲ = \text{ایک سالما کی کمیت}$$

$$\text{اگر بخار کی کثافت نہ ہو تو ک} = \frac{\text{ث}}{\pi \sqrt[3]{\text{ص}}} = \frac{\text{د}}{\text{لات}} \cdot \frac{\sqrt[3]{\frac{3 \text{ لات}}{3}}}{\text{ص}} = \frac{۱}{\pi \sqrt[3]{\text{ص}}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt[3]{\frac{\text{ع}}{3 \text{ لات}}}}{\text{ص}} = \dots\dots\dots (۲۷)$$

لہذا اگر کم معلوم ہو تو بخاری دیاؤ۔ آسانی سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔
فرض کرو کہ گرم کرنے کے قبل اکائی طول کے تار کا وزن کپ ہے اور ٹنگسٹن
کے تار کی کثافت ٹ ہے اور نیز گرم کرنے کے قبل تار کا نصف قطر ص ہے
مساوی ہے۔ و ثانیوں تک گرم کرنے کے بعد جب وہ سرد کر کے تو لا جاتا ہے
تو فرض کرو اکائی طول کے تار کا وزن کپ اور نصف قطر ص ہے۔

$$\therefore \text{کپ} = \pi \text{ ص}^2 \text{ ٹ} \quad \text{اور کپ} = \pi \text{ ص}^2 \text{ ٹ}$$

$$\therefore \text{ص} = \sqrt{\frac{\text{کپ}}{\pi \text{ ٹ}}} \quad \text{اور ص} = \sqrt{\frac{\text{کپ}}{\pi \text{ ٹ}}}$$

ریشہ کے اکائی طول میں سے فی ثانیہ جو کمیت کم ہو جاتی ہے وہ =

$$= \frac{\text{فرک}}{\text{فرو}} = \frac{\pi^2 \text{ ص}^2 \text{ ٹ}}{\text{فرو}}$$

∴ ریشہ کے اکائی رقبہ سے فی ثانیہ جس کمیت کا نقصان ہوتا ہے

$$= \text{ک} = \frac{\pi^2 \text{ ص}^2 \text{ ٹ}}{\text{فرو}} = \frac{\pi^2 \text{ ص}^2 \text{ ٹ}}{\text{فرو}} \cdot \frac{\text{فرک}}{\text{فرو}}$$

$$\therefore \text{مجموعی وقت و کے لئے} \int \text{ک} \text{ فرو} = \int \text{ٹ} \text{ فرو} \text{ ص}^2$$

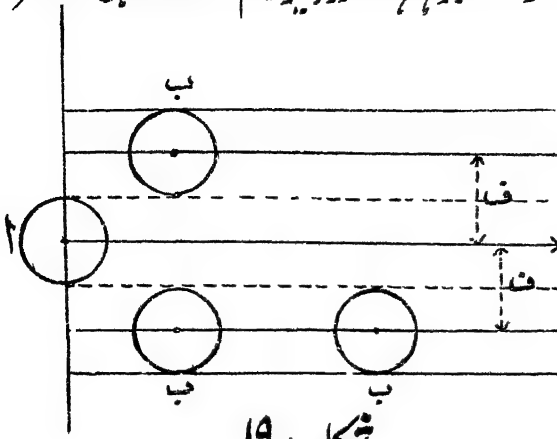
$$\text{یعنی ک} = \frac{\pi^2 (\text{ص} - \text{ص}_0)}{\text{و}}$$

$$= \frac{\pi^2}{\text{و}} \cdot \frac{\text{ک} - \text{ک}_0}{\text{و}}$$

مساوات (۴۷) سے :-

$$\text{د} = \frac{\pi^2}{\text{و}} \cdot \frac{\text{ک} - \text{ک}_0}{\text{و}} \quad \text{..... (۴۸)}$$

لا سمت میں سر رفتار سے حرکت کر رہا ہے، اور دیگر تمام سالمات جن کے قطر بھی یہی ہیں اپنی جگہ پر قائم ہیں۔ نیز یہ بھی فرض کرو کہ یہ سالمہ 'ا' ب سالمات کو چھوتا ہوا گزرتا ہے۔



شکل ۱۹

∴ تعداد تصادم فی ثانیہ = تعداد سالمات جن کے مرکز اس حجم

یعنی $\pi \times \text{ف}^2 \times \text{سر}$ کے اندر واقع ہیں $= \pi \times \text{ف}^2 \times \text{سر} \times \text{ع}$ [چونکہ $\text{ع} = \text{تعداد سالمات فی مکعب سمر}$]

$$\therefore \text{ح} = \frac{\text{طے شدہ فاصلہ ایک ثانیہ میں}}{\text{تعداد تصادم فی ثانیہ}} = \frac{\text{سر}}{\pi \times \text{ف}^2 \times \text{سر} \times \text{ع}} = \frac{1}{\pi \times \text{ف}^2 \times \text{ع}}$$

$$\therefore \text{اوسط آزاد راستہ ح} = \frac{1}{\pi \times \text{ف}^2 \times \text{ع}} = \frac{\text{م}}{\pi \times \text{ف}^2 \times \text{نہ}}$$

$$\text{م} = \frac{\text{لاٹ}}{\pi \times \text{ف}^2 \times \text{نہ}} \dots \dots \dots (۴۹)$$

جہاں نہ = گیس کی کثافت

$\text{م} = \text{ایک سالمہ کی کمیت}$

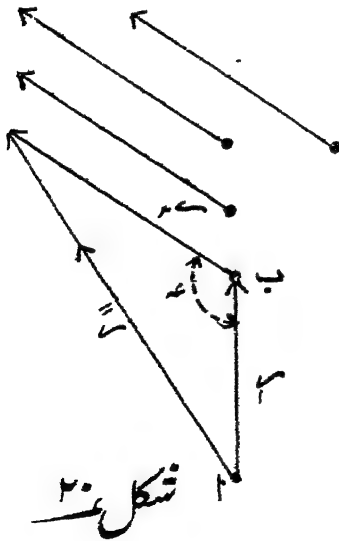
اور $\text{د} = \text{دباؤ}$

لیکن اوپر کے نتائج بالکل صحیح اس وجہ سے نہیں ہیں کہ ہم نے یہ فرض کیا ہے کہ دیگر سالمات متحرک نہیں ہیں۔

کھلاؤنٹس نے اس لئے یہ فرض کیا کہ تمام سالمات بھی اسی رفتار سے حرکت کرتے ہیں اور چنانچہ اس خطا کو اسی قسم کی ایک اور مساوات حاصل کر کے رفع کیا۔ اگر $\pi =$ سالمہ کی اضافی رفتار بلحاظ دوسرے سالمات کے اور $\pi =$ تمام سالمات کی اوسط رفتار تو

$$\pi = \frac{\sum v}{n} \quad \text{..... (۵۰)}$$

عام صورت کے لئے فرض کرو کہ ایک سالمہ ۱ رفتار v_1 سے ایسی فضا میں پھینکا جاتا ہے جس میں π سالمات فی مکعب سمر موجود ہیں اور یہ تمام اس سالمہ کی سمت حرکت سے زاویہ θ بنا تے ہوئے ایک سمت میں حرکت کر رہے ہیں جیسا کہ شکل ۱ میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ اس پھینکے ہوئے سالمہ کی اضافی رفتار π ہے بلحاظ ایک دوسرے



سالمہ ۲ کے جس کی رفتار v_2 ہے۔

تب $\pi = v_1 + v_2 - v_3$ جم عہ اگر حقیقی طور پر دیکھا جائے تو رفتار

π کے لئے تمام سمتیں مساوی طور پر ممکن ہیں۔ لہذا π کی اوسط قیمت دریافت کرنے کے لئے ہمیں π کو اس احتمال سے ضرب دینا ہوگا جو کہ π رفتار θ اور ϕ + فرعہ کے درمیانی مجسم زاویہ میں واقع ہوتی ہے۔

لیکن اس مجسم زاویہ کی قیمت جو کل یعنی π سالمات فی مکعب سمر کے لئے پوری فضا میں ہوگی π کے مساوی ہے۔ مجسم زاویہ جو θ اور ϕ + فرعہ کے درمیان واقع ہونے والی سمت کے متناظر ہے π جب θ فرعہ کے

ساوی ہے۔

∴ ان سالمات کی تعداد فی مکعب سمر جو عہ اور عہ + فرعہ کے درمیان

واقع ہونے والی سمت میں آتے ہیں = $\frac{۴}{۳۳} \cdot ۲۰$ جب عہ فرعہ

∴ احتمال فی مکعب سمر اس بات کا کہ زقار سہ عہ اور عہ + فرعہ

کے درمیان واقع ہونے والے مجسم زاویہ کے اندر رہے گی = $\frac{۴}{۲}$ جب عہ فرعہ

∴ احتمال فی سالمہ کہ سہ زقار عہ اور عہ + فرعہ کے درمیان واقع

ہونے والے مجسم زاویہ کے اندر ہوگی = $\frac{\text{جب عہ فرعہ}}{۲}$

∴ سہ کی اوسط قیمت = سہ $\frac{\text{جب عہ فرعہ}}{۲}$

∴ سہ کی اوسط قیمت بلحاظ دیگر سالمات = سہ = سہ $\frac{\text{جب عہ فرعہ}}{۲}$

∴ سہ = سہ $\frac{\text{جب عہ فرعہ}}{۲} \cdot [سہ + سہ - ۲ سہ \text{ مجموعہ}]$

= $\left\{ \frac{۱}{۴ سہ} (سہ + سہ - ۲ سہ \text{ مجموعہ}) \right\}$

= $\frac{۱}{۴ سہ} (سہ + سہ)$

کلاؤشیں کے مفروضہ کے مطابق، چونکہ تمام سالمات ایک ہی زقار سے

حرکت کر رہے ہیں۔ لہذا سہ = سہ = سہ

∴ سہ = $\frac{(۲ سہ)}{۴ سہ} = \frac{۴}{۳} سہ$ یعنی $\frac{۴}{۳} سہ = \frac{۳}{۳}$

سادات (۵۰) ہیں $\frac{۴}{۳}$ کی قیمت لکھنے سے۔

ھ = $\frac{۳}{۳۳ ع}$ (۵۱)

بعد میں میکسول نے زقاروں کی تقسیم کے کلیہ سے حسب ذیل نتیجہ حاصل کیا۔^(۵)

$$(۵۲) \dots\dots\dots \frac{1}{\pi \text{ فاع}} = \text{ھ}$$

اس کے بعد جنس نے یہ فرض کرتے ہوئے کہ سالمات سخت لچکدار کڑے ہیں
حسب ذیل مساوات حاصل کی :-

$$(۵۳) \dots\dots\dots \frac{۱۵۳۱۹}{\pi \text{ فاع}} = \text{ھ}$$

لیکن چیمین نے اپنا ضابطہ اس طرح پیش کیا :-

$$(۵۴) \dots\dots\dots \frac{۴۰۲}{\pi \text{ فاع}} = \text{ھ}$$

سدرلینڈ نے یہ فرض کرتے ہوئے کہ سالمات کے درمیان 'بین السالماتی
قوتیں یا تجاذبی قوتیں کسی خاص کلیہ کے تحت عمل کرتی ہیں' سالماتی قطر کے لئے
ایک ضابطہ اخذ کیا۔ اگر تجاذبی قوتیں عمل پیرا ہوتی ہیں تو سالمات ایک دوسرے
سے قریب تر ہو جاتے ہیں اور اس طرح ان میں تصادم کا امکان بڑھ جاتا ہے
لہذا ان کا اوسط آزاد راستہ کھٹ جاتا ہے۔ اس نقطہ نظر سے سدرلینڈ کی
تصحیح 'اوسط آزاد راستہ کے لئے حاصل کرنے کی کوشش کی جائے گی :-

سدرلینڈ کا ضابطہ اخذ کرنے کے قبل ہم چند ابتدائی باتیں سمیوں کے

متعلق یہاں بیان کر دینا ضروری سمجھتے ہیں۔ طلباء کو چاہئے کہ ان کو یاد رکھیں -
ہر شخص یہ جانتا ہے کہ ایسی مقادیر جو سمت رکھتے ہیں مثلاً 'فاصلہ زقار'

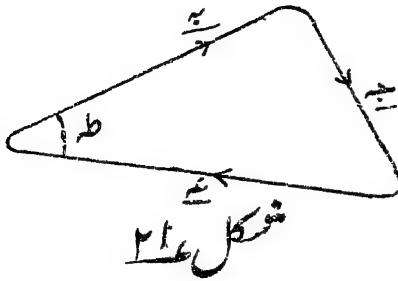
قوت وغیرہ سمتی مقادیر کہلاتے ہیں۔ جن مقادیر میں سمت نہیں ہوتی وہ

مقداری کہلاتی ہیں کسی ایک سمت کی ترسیمی طریقہ سے تعبیر ایک خط مستقیم سے

ہوتی ہے، الجبری طریقہ سے اس کی تعبیر ایک علامت سے ہوتی ہے

جس کے نیچے ایک چوٹی سی لکیر کہنچ دی جاتی ہے۔ اگر دو سمتیں عم اور یہ

ایک دوسرے سے زاویہ طہ بناتے ہوں جیسا کہ شکل ۲۱ میں دکھایا گیا ہے



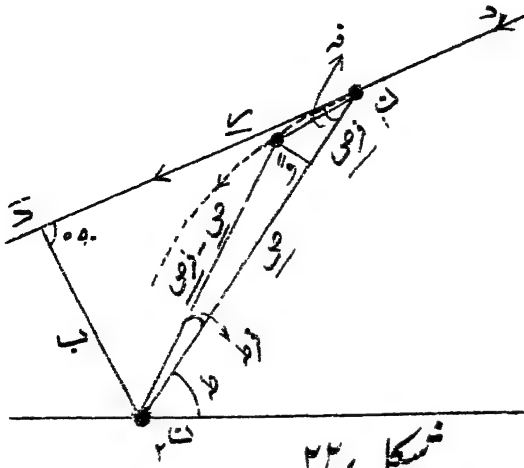
تو حاصل جہ = عہ + بہ
 بہ ۸ عہ اگر لکھا جائے تو اس کا
 مطلب یہ ہے کہ سمتی عہ کو سمتی طور پر
 سمتی بہ سے ضرب دیا گیا ہے۔
 اس حاصل ضرب کو متداری میں
 لکھنے سے :-

عہ ۸ بہ = عہ . بہ جب طہ = (اس مشابہت کا رقبہ) $2 \times$
 :- مشابہت کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۸ \times ۸$ (۵۵)
 اگر بہ ۸ عہ = صفر تو طہ = صفر، اس کا مطلب یہ ہے کہ عہ
 منطبق ہو جاتی ہے بہ سے، اسکے معنی یہ ہوں گے کہ عہ ۸ عہ = صفر
 :- عہ ۸ عہ = صفر (۵۶)
 اب قوت کے معکوس مربع کے کلیہ سے :-

قوت ق $\propto \frac{1}{ص}$ جہاں $۲ =$ ایک ذرہ کی کمیت اور $ص =$
 = دونوں ذرات کے درمیان فاصلہ لیکن ہم یقین کے ساتھ یہ نہیں کہہ سکتے
 کہ کلیہ بالائیں ص کے بجائے 'ص' یا 'ص' وغیرہ تو نہیں ہے۔ اس لئے
 سدر لیتھ نے یہ فرض کیا کہ دو ذرات کے درمیان تجاذبی قوت ق ہے جو
 $م^۲ ف$ (۱- ص) کے تناسب ہے جہاں ف سے مطلب کوئی تفاعل ہے۔
 :- قوت کا صحیح کلیہ حسب ذیل ہو گا :-

ق = $م^۲ ف$ (۱- ص) (۵۷)
 جہاں $م$ = کوئی مستقل

فرض کرو کہ کسی خاص وقت میں $ن$ اور $ن'$ دو ذرات کے مقامات ہیں
 اور ان کے درمیان فاصلہ $ص$ ہے۔ تا ذرہ ابتدا میں $ص$ رہتا کیسا تھا
 دے نکلتا ہے اور $د$ سمت میں چلنے لگتا ہے لیکن تھوڑی دیر کے بعد



ذرہ ن کی کشش
کی وجہ سے اس کو
ایک منحنی کی وضع کا
راستہ اختیار کرنا پڑتا
ہے جیسا کہ نقطہ دار
خط سے شکل ۲۲

میں ظاہر کیا گیا ہے۔
چنانچہ وہ ایک مثلث

ن د گ کا رقبہ بناتے ہوئے نیچے اُترتا ہے۔ اگر ن کی کشش نہ ہوتی تو ذرہ
ن سے رقبہ کے ساتھ د کا راستہ اختیار کرتا۔

فرض کرو کہ ذرہ ن فرو وقت میں فرص فاصلہ طے کیا یعنی فرو وقت
کے بعد ن اور د کا درمیانی فاصلہ (ص - فرص) ہے۔ ایسی صورت
میں وہ رقبہ جو ذرہ نے فرو وقت میں بنایا مساوات (۵۵) سے = فر ا
(فرض کرو) = $\frac{1}{4} \text{ ص } ۸ (\text{ص} - \text{فرص})$
∴ فر ا = $\frac{1}{4} \{ \text{ص } ۸ \text{ ص} - \text{ص } ۸ \text{ فرص} \}$

∴ مساوات (۵۶) سے :-

$$\text{فر ا} = \frac{1}{4} \text{ ص } ۸ \text{ فرص}$$

$$\text{∴ سطحی رفتار} = \frac{\text{فر ا}}{\text{فرو}} = \frac{1}{4} \text{ ص } ۸ \frac{\text{فرص}}{\text{فرو}}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ ص } ۸ \text{ ص} = \text{جہاں ص} = \frac{\text{فرص}}{\text{فرو}}$$

اب چونکہ رفتار مستقل ہے لہذا عرضی اسراع صفر ہے

$$\text{∴ ص } ۸ \text{ ص} = ۲ = \text{مستقل} = \text{ج فرض کرو}$$

$$\frac{فر۱}{فر۰} = ۱$$

$$\therefore ج = ص۱ = ص۸ = ص۸ = (۵۸)$$

فرض کرو کہ ن ۵ رفتار کی سمت پر محدود کہنیچا گیا ہے اور اس کا طول = ب

$$تو ج = ص۱ = ص۸ = ص۱۰ مر جب نہ = ب مر (۵۹)$$

جہاں نہ = ص۱ اور مر کا درمیانی زاویہ

اب اگر ص۱ اور افقی سمت کے درمیان زاویہ ط ہو تو

$$فرص = مم نہ لیکن ب = مم نہ یعنی ب = مم نہ = مم نہ$$

$$\therefore \frac{ص۱}{ب} + ۱ = \left(\frac{فرص}{ص۱ فرط} \right) + ۱ (۶۰)$$

اب فرض کرو کہ ص۱ = ک یعنی ن ص۱ = ا

اسکو تفرقائے سے $\frac{ن فرص}{فرط} + \frac{ص۱ فن}{فرط} = صفر$

$$یعنی ص۱ = \frac{فرص}{فرط} \cdot \frac{۱}{ن} + \frac{فن}{فرط} = صفر$$

$$\therefore \frac{۱}{ص۱} \cdot \left(\frac{فرص}{فرط} \right) = \frac{۱}{ن} \cdot \left(\frac{فن}{فرط} \right) (۶۱)$$

لہذا مساوات (۶۰) اور (۶۱) سے :-

$$\frac{ص۱}{ب} - ۱ = \frac{۱}{ن} \cdot \left(\frac{فن}{فرط} \right) - \frac{۱}{ب} = \frac{۱}{ب} - \frac{۱}{ب}$$

$$ص۱ + \frac{۱}{ص۱ ن} \cdot \left(\frac{فن}{فرط} \right)$$

$$\therefore \frac{1}{ب} = \cancel{ن} + \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 \dots\dots\dots (۶۲)$$

اب مساوات (۵۷) کی مدد سے سالمہ کی توانائی بالقوہ =

$$= \cancel{م}^2 \text{ ا ف (ص) } (فِرْص = \cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2$$

لیکن توانائی بالفعل + توانائی بالقوہ = مستقل = گ فرض کرو

$$\therefore \frac{1}{ب} - \cancel{م}^2 = \cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 = \text{گ}$$

مساوات (۵۹) اور (۶۲) کی مدد سے :-

$$\cancel{س}^2 = \frac{ج}{ب} = \cancel{ج}^2 \left\{ \cancel{ن} + \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 \right\}$$

$$\therefore \frac{1}{ب} - \cancel{م}^2 \left\{ \cancel{ن} + \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 \right\} =$$

$$= \cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 + \text{گ}$$

$$\therefore \cancel{ن} + \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 = \frac{\cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2}{ج} + \text{گ}$$

$$\text{جہاں گ} = \frac{\cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2}{ج} = \text{مستقل}$$

$$\therefore \frac{1}{ب} = \frac{\cancel{س}^2}{ج} = \frac{\cancel{م}^2 \text{ ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2}{ج} + \text{گ}$$

$$\text{جہاں ف (ن) } = \text{ا ف (ن) } \left(\frac{فِرْن}{فِرْط} \right)^2 \text{ فرض کرو اور گ} = \text{کوئی}$$

دوسرا مستقل

$$\text{اب جبکہ ص} = \infty \text{ تو ن} = \text{صفر} \therefore \text{گ} = \frac{\cancel{س}^2}{ج}$$

$$\therefore \text{ن}^۱ + (\text{فرطہ})^۲ = \frac{۲}{\text{ج}} \text{مہ}^۲ \text{ف}^۱ (\text{ن}) + \frac{۱}{\text{ج}} \text{س}^۲ \dots\dots\dots (۶۳)$$

لیکن جبکہ ص = ف = سالمہ کا قطر اس صورت میں سالمات صرف چھوٹے ہونے گزرتے ہیں لہذا وہ صرف ماسی رفتار رکھتے ہیں یعنی اس کے معنی یہ ہیں کہ $\frac{\text{فرصی}}{\text{فزو}} = \text{صفر}$

اس لئے جبکہ ص = ف تو

$$\frac{\text{فرن}}{\text{فرطہ}} = \frac{\text{فر} (\text{رہی})}{\text{فرطہ}} \cdot \frac{\text{فزو}}{\text{فزو}} = \frac{\text{فر} (\text{رہی})}{\text{فرص}} \cdot \frac{\text{فزو}}{\text{فزو}} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ف}^۱ = \frac{۲}{\text{ج}} \text{مہ}^۲ \text{ف}^۱ (\text{ف}) + \frac{۱}{\text{ج}} \text{س}^۲$$

$$= \frac{۲}{\text{ب}} \text{مہ}^۲ \text{ف}^۱ (\text{ف}) + \frac{۱}{\text{ب}} \text{س}^۲$$

$$\therefore \text{ب}^۱ = \text{ف}^۱ \left\{ ۱ + \frac{۲}{\text{س}^۲} \text{مہ}^۲ \text{ف}^۱ (\text{ف}) \right\} \dots\dots\dots (۶۴)$$

چونکہ جاذبی قوتوں کی وجہ سے سالمات ایک منحنی راستہ اختیار کر رہے ہیں اس لئے تعداد تصادم فی ثانیہ = تعداد سالمات جن کے مرکز π ب^۱ س^۲ کے اندر واقع ہیں

$$= \pi \text{ب}^۱ \text{س}^۲ \text{ع}$$

یعنی کشش کی وجہ سے مرکزوں کے درمیان اعظم فاصلہ ف نہیں ہے بلکہ

ب ہے۔

پس اگر ہم صیغہ کا ضابطہ لیں تو صحیح ضابطہ حسب ذیل ہوگا:۔

$$= \frac{۱۵۴۰۲}{\left\{ ۱ + \frac{۲}{\text{س}^۲} \text{مہ}^۲ \text{ف}^۱ (\text{ف}) \right\} \pi \text{ع} \text{ف}^۱}$$

$$\frac{1540.2}{\left\{ \frac{2 \text{ مہ } 2 \text{ ف } (\frac{1}{\text{ف}}) \text{ ک } }{3 \text{ لکات}} + 1 \right\} \pi \text{ ع ف } 2} =$$

$$(45) \frac{1540.2}{\left(\frac{\text{سی}}{\text{ت}} + 1 \right) \text{ ع ف } 2} =$$

$$\text{جہاں سی} = \frac{2 \text{ مہ } 2 \text{ ف } (\frac{1}{\text{ف}}) \text{ ک } }{3 \text{ لکات}} = \text{سدرینڈ کا مستقل}$$

وسط آزاد راستہ اور لزوجیت: میکسول پہلا شخص ہے جس نے اس منظر
لی گیسوں کے نظریہ محرک کے نقطہ نظر سے تشریح کرنے کی کوشش کی۔
لزوجیت اور وسط آزاد راستہ میں جو ربط ہے ہم اس کو ایک آسان طریقہ سے
ثابت کرنے کی کوشش کریں گے۔

فرض کرو کہ ایک گیس کسی مستوی لا یا کے متوازی حرکت کر رہی ہے۔ اس
کے سالمات کی رفتار کسی متناظر پت کے لئے فرض کرو کہ ایک ہی ہے اور
جوں جوں فاصلہ مابڑھتا جاتا ہے یعنی پرتوں کی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے
سالمات کی رفتار میں بھی بتدریج اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ اور نیز یہ بھی فرض
کرو کہ سالمی رفتاروں میں دو ایسے پرتوں کی وجہ سے جن کے درمیان فاصلہ
”فرما“ ہے، فرق ”فرسا“ کے مساوی ہے۔

اس صورت میں دو ایسے پرتوں کے لئے جن کے درمیان فاصلہ ہد یعنی
سالمات کے آزاد اوسط راستہ کے مساوی ہو سالمی رفتاروں میں فرق
فرسا کے مساوی ہوگا۔ لہذا معیار حرکت میں تبدیلی فی سالہ م ہر فرما
کے مساوی اہوگی جہاں م سے مراد ایک سالہ کی کمیت۔

چونکہ ان سالمات کی تعداد کا جو ”لا“ محور کی جانب حرکت کرتے
ہیں، ان سالمات کی تعداد کے تقریباً مساوی ہونا ضروری ہے جو ”ما“ یا ”یا“

محور کی جانب حرکت کرتے ہیں

لہذا اگر لا محور کی جانب ہی کی حرکت پر غور کیا جائے تو $\frac{1}{3}$ سالمات کو ہم اس محور کے متوازی حرکت کرتے ہوئے لے سکتے ہیں جہاں $\frac{1}{3}$ سالمات کی تعداد فی مکعب سمر ہے۔ پس کسی ایک پرت کے اکائی رقبہ میں سے فی ثانیہ گزرتے والے سالمات کی تعداد $\frac{1}{3}$ سمر کے مساوی ہوگی جہاں سمر حسابی اوسط رفتار ہے۔ لہذا فی مربع سمر رقبہ میں فی ثانیہ معیار حرکت کی مجموعی تبدیلی

$$= \frac{1}{3} \times \text{سمر} \times \frac{\text{فرما}}{\text{فرما}}$$

اس کا مطلب یہ ہے کہ فی اکائی رقبہ وہ قوت جو تیز حرکت کرنے والی پرت کی رفتار میں گھٹاؤ پیدا کرنے کی کوشش کرتی ہے۔

$$= \frac{1}{3} \times \text{سمر} \times \frac{\text{فرما}}{\text{فرما}}$$

لیکن لزوجت لہ کی تعریف سے یہ قوت فی اکائی رقبہ لہ فرما کے مساوی ہے۔

$$\therefore \text{لہ فرما} = \frac{1}{3} \times \text{سمر} \times \frac{\text{فرما}}{\text{فرما}}$$

یعنی لہ = $\frac{1}{3}$ سمر لہ (۶۶)

چونکہ سمر لہ ات اسلئے لہ لہ ات . ہ

$$\text{ساوات (۶۵) کی مدد سے لہ} = \frac{164.2 \times 10^2}{(1 + \frac{1}{10})^2} \times \frac{1}{10}$$

$$\therefore \text{لہ} = \frac{\text{گہ قات}}{\text{سی}} \dots \dots \dots (۶۶)$$

جہاں گہ = مستقل اور لہ = لزوجت درجہ تپش مطلق پر لہذا مساوات (۶۶) سے یہ ظاہر ہے کہ کسی گیس کی لزوجت کو اسکی کثافت

یاد دباؤ سے کوئی تعلق نہیں ہے بشرطیکہ تیش مستقل ہو۔ لیکن بعد میں عملی طور پر یہ ثابت ہو چکا ہے کہ یہ کلیہ بہت ہی اونچے اور نیز بہت ہی کم دباؤ پر کام نہیں دے سکتا۔

کلیات گیس کا اطلاق شیرے کی صورت میں ”پیران کا کلیہ“ :-
پیران کو یہ خیال ہوا تھا کہ کسی لسن و نیتی محلول میں بہی ذرات کی تقسیم کے لئے ”کرہ ہوائی“ میں ہوا کے سالمات کی تقسیم کے مماثل، ایک کلیہ ضرور ہونا چاہیئے۔ اس لئے شیرے کی صورت میں، ”توانائی کی مساوی تقسیم“ کے کلیہ کے اطلاق سے مختلف گہرائیوں پر ذرات کی کثافت کے متعلق ایک ضابطہ حاصل کیا تھا۔

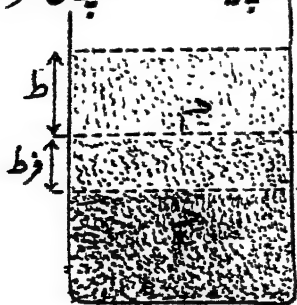
مساوات (۲۶) سے

$$\text{توانائی بالفعل فی ذرہ} = \frac{1}{4} \text{ م}^2 = \frac{3 \text{ کلاٹ}}{2 \text{ ن}} = \text{فہ (فرض کرد)}$$

مساوات (۱) سے

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \text{ ن}^2 \text{ م}^2 = \frac{1}{3} \text{ ن}^2 \text{ فہ} = \frac{2}{3} \text{ ع فہ} \dots\dots\dots (۶۸)$$

جہاں ع = تعداد ذرات فی مکعب سمر
فرض کرو کہ ہم اکائی تراش عمودی کے ایک اسطوانہ پر غور کرتے ہیں جس میں کوئی شیرہ بھرا ہوا ہے۔ جیسے جیسے ہم اسطوانہ کے پینڈے سے اوپر کی طرف



جائیں گے تو ارتکاز میں جاذبہ زمین کی وجہ سے کمی ہونے لگے گی۔ شکل ۲۳ میں ایک ایسا پرت بتایا گیا ہے جو ع + ف پر اوپر کی پرت سے ط فاصلے پر ہے۔ فرض کرو کہ اس پرت کا ارتکاز ع اور ولوجی دباؤ د ہے۔

شکل ۲۳

ایک اور پرت کا جس کا فاصلہ اوپر کی پرت سے ط + فرط ہے فرض
کر کہ ارتکاز ع + فرع اور دلوچی دباؤ د ہے۔

$$\text{ساوات (۶۸) سے } د = \frac{۲}{۳} ع \text{ فہ اور } د = \frac{۲}{۳} (ع + فرع) \text{ فہ}$$

$$\therefore \text{حاصل و لوجی دباؤ} = د - د = \frac{۲}{۳} فرع \text{ فہ}$$

$$\therefore \text{حاصل دباؤ فرط بلندی میں ذرات کی وجہ سے} =$$

$$\text{فرط (ث - ث)} \text{ ج ع حہ}$$

$$\text{جہاں حہ} = \text{ایک ذرہ کا حجم} \text{ ث} = \text{ذرہ کی کثافت اور ث} =$$

$$\text{ماثع کی کثافت}$$

لہذا تعادل کے لئے $\frac{۲}{۳} فہ فرع = \text{فرط (ث - ث)} \text{ ج ع حہ}$
اسکو صفر گہرائی سے ط تک تکملانے سے :-

$$\int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} \frac{۲}{۳} فہ فرع = \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} (ث - ث) \text{ ج ع حہ فرط}$$

جہاں $\int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} = \text{سب سے اوپر کی پرت کے پاس ارتکاز}$

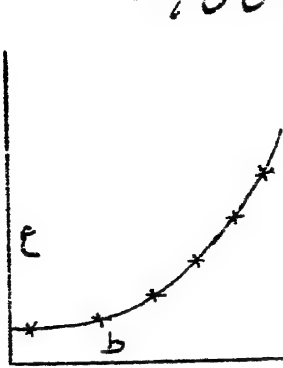
$$\therefore \text{لوک } \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} = \frac{۳}{۲} \cdot \frac{\text{حہ (ث - ث)}}{\text{فہ}} \cdot \text{ج ط}$$

$$\therefore \int_{\text{صفر}}^{\text{ط}} = ع = \text{..... (۶۹)}$$

$$\text{چہاں ع} = \frac{۳}{۲} \cdot \frac{\text{حہ (ث - ث)}}{\text{فہ}} \cdot \text{ج}$$

اس مساوات سے ظاہر ہے کہ شیرہ کے ذرات کا ارتکاز، گہرائی کے اضافہ
سے بڑھتا ہے۔ لہذا اگر ہم ط کو ع کے مقابل مترسم کریں تو ایک ایسا منحنی

حاصل ہو گا جس کی تقریبی شکل، شکل ۲۲ میں دکھائی گئی ہے۔



شکل ۲۲

پیران نے اس کلیہ کا ثبوت عملی طور پر ۱۹۰۹ء میں دیا۔ اس نے گیمبوج کو ایتھل الکوہل میں حل کر کے کمیزہ کو پانی کی کثیر مقدار کے ساتھ ملانے کے بعد ایک شیرہ تیار کیا۔ اس تیار شدہ محلول میں چھوٹے چھوٹے کرہ نما ذرات موجود تھے جن کے حجم معمولی بس و نئی محلول کے ذرات سے کسی قدر بڑے تھے۔ اس شیرہ کو ایک اسطوانہ

میں رکھ کر اس کی او۔ مہر بندی کو پیران نے ایک زبردست خوردبین سے دیکھا جو مختلف سطحوں پر اس کے میں لائی جاسکتی تھی، اس نے یہ معلوم کیا کہ ابتدا میں سالمات کی تقسیم بظاہر یکساں رہی لیکن چند دقیقوں کے بعد یہ ظاہر ہوا کہ ذرات، پچھلے پرتوں میں نسبت اوپر کے پرتوں کے ایک دوسرے کے قریب ترجیح ہو گئے۔ چند گھنٹوں کے بعد تقسیم یکساں ہو گئی۔ اس کا بیان ہے کہ بندرہ دن کے بعد، تقسیم کی ترتیب عملاً بالکل اسی طرح کی تھی جیسی کہ تین گھنٹوں کے اختتام پر پائی گئی تھی۔ ایک تجربہ میں گیمبوج کے ذرات کے لئے جس کا قطر ۲.۵ × ۱۰^{-۵} سم تھا، چار مختلف گہرائیوں پر جن میں علی الترتیب ۶ × ۱۰^{-۵} سم کا فرق تھا، اس نے ذرات کی تعداد کو گن کر جب دریافت کیا تو عددوں میں ۳۰.۵ : ۵۳.۰ : ۴۴.۰ : ۸۸.۰ کی نسبت تھی۔

ذرات کی کثافت معمولی طریقہ سے یعنی خشک شے کو ابتدا ہی میں تو لکر دریافت کی گئی تھی۔ ایک اور طریقہ ہی استعمال کیا گیا تھا یعنی ایک کثافت اضافی کی بوتل میں جس کا حجم ح تھا تھا شیرہ بھر گیا اور اس کا وزن معلوم کر لیا گیا، اسی بوتل کو پانی سے بھر کر یہ وزن بھی دریافت کیا گیا۔

فرض کرو کہ ان دونوں ح حجم کی کیتوں کی قیمتیں بالترتیب ۲ اور ۴

کے مساوی ہیں۔ اس کے بعد ح حجم کا شیرہ لے کر اس کے پانی کو تجزیہ کے ذریعہ خارج کر دیا گیا اور جو کچھ رسوب با ح رہا اس کو تولیا۔ فرض کرو کہ اس رسوب کی کمیت ۴۴ ہے۔ اگر پانی کی کثافت ث ہو تو ح = $\frac{۴۴}{ث}$ اور چونکہ (۴۴ - ۴۴) = اس پانی کی کمیت جو ح حجم کے شیرے میں موجود تھی لہذا اس پانی کا حجم جو ح جسم کے شیرے میں موجود تھا = $\frac{(۴۴ - ۴۴)}{ث}$

∴ ذرات جو حجم گھیرتے ہیں = $\frac{۴۴}{ث} - \frac{۴۴}{ث}$

$$∴ \text{ذرات کی کثافت ث} = \frac{۴۴ - ۴۴}{ث} \dots\dots\dots (۷۰)$$

اس طرح گیمبو ج کی کثافت ۲۰۷ گرام فی مکعب سمرنگلی۔

حہ یعنی ذرہ کے حجم کی دریافت کے لئے شیرہ میں اوپر کی سطح کے ذرات جاؤ ذہ زمین کی تخت جس شرح سے نیچے گرتے ہیں وہ شرح ناپی گئی اور اسٹوک کے کلیہ سے اس ذرے کا نصف قطر دریافت کیا گیا:۔

$$۴ ص لہ سر = \frac{۴}{۳} ۳ ص (ث - ث) ج$$

جہاں لہ = محلول کی لزوجت

سر = ذرہ کی رفتار

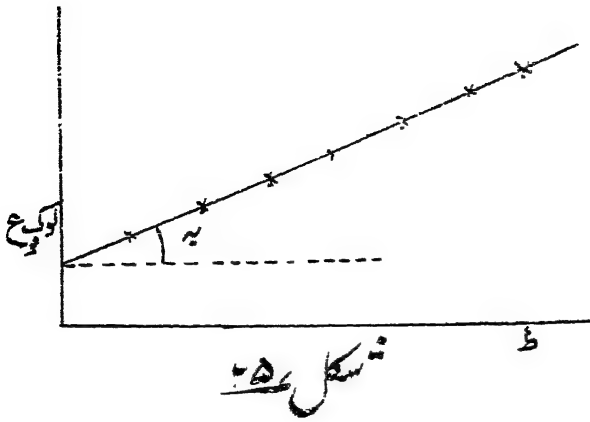
اور ص = ذرہ کا نصف قطر

چونکہ حہ = $\frac{۴}{۳} ۳ ص$ لہذا ایک ذرہ کا حجم معلوم ہو جاتا ہے۔

ایک ذرہ کا حجم حسب ذیل طریقہ سے بھی دریافت کیا جاسکتا ہے:۔

ساوات (۶۹) سے لوک ع = لوک ع + ع طہ

اگر لوک ع کو ط کے مقابل میں رسم کیا جائے تو شکل ۲۵ کی طرح ایک خط مستقیم حاصل ہوتی ہے۔ اس ترسیم کے میلان سے ع کی قیمت دریافت



کی جاسکتی ہے یعنی نہ =
= مس بہ اس طرح
کی قیمت بالراست معلوم
ہو جاتی ہے۔ اگرچہ معلوم
ہو جائے تو عہ کی قیمت
سے مستقل کی قیمت

معلوم کی جاسکتی ہے۔

پیران کے تقسیمی کلیہ کی تصحیح :- ای۔ یف برٹن کی رائے میں پیران
کا کلیہ صرف بہت ہی چوٹی گہرائیوں یعنی ط کی بالکل چوٹی قیمتوں کے لئے
صحیح ہے۔ مختلف گہرائیوں کے لئے چاندی کے لس و نسی محلولوں پر برٹن
نے متعدد مشاہدات حاصل کئے اور یہ دریافت کیا کہ ذرات کی تقسیم سطح
کے قریب پیران کے کلیہ کی مطابقت کرتی ہے لیکن بڑی گہرائیوں پر
ارتکاز سطح کی قیمت عملاً مستقل ہو جاتی ہے۔ پیران نے اپنے کلیہ کو
حاصل کرتے ہیں، ذرات کے باہمی عمل کا لحاظ نہیں رکھا۔ برٹن کا خیال
ہے کہ اس قسم کے شیرے کے ذرات ایک ہی قسم کی بھرن رکھتے ہیں جس کی
وجہ سے وہ ایک دوسرے کو دفع کرتے رہتے ہیں۔ اس کو ثابت کرنے کے
لئے اس نے خوردبین سے ایسے ذرات کا مشاہدہ کیا جن میں آپس میں تصادم
کی کوئی علامت نہیں پائی جاتی تھی۔

اس طرح پیران کی مساوات میں اس زائد دباؤ کے لئے جو ذرات کی "فرط"
یوٹائی کی پرت میں ان کے برقی دفع کے عمل سے پیدا ہوتا ہے، برٹن نے ایک
تصحیحی رقم لکھ کر بڑی گہرائیوں کے لئے ایک مساوات حاصل کی جو حسب ذیل^(۱۵)
ہے :-

$$E = \frac{C(1 - \theta)}{g} \quad (4)$$

جہاں گ = ایک مستقل

بجھ = ہر ذرہ پر بھرن برقی سکونی اکائیوں میں
اس مساوات سے ظاہر ہے کہ ع کی قیمت مستقل رہتی ہے بشرطیکہ بھرن

میں کوئی تبدیلی نہ ہو۔
اگر بھرن بجھ کی قیمت گھٹتی ہے تو ع کی قیمت بڑھتی ہے۔
بعد میں پور ٹرا اور ہجڑ نے یہ بتایا کہ لس ونٹی محلول میں ایک ہی علامت
کی بھرن والے ذرات نہیں ہوتے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ محلول تعدیلی ہجڑ۔
ان دونوں نے زیادہ گہرائیوں کے لئے سیکر کی مشہور دباؤ ”د“ والی
مساوات استعمال کر کے پیرا ن کے کلیہ کو وسعت دینے کی کوشش کی۔

مساوات (۶۸) سے :-

$$\frac{ع کلات}{ن} = \frac{۲}{۲} ع فہ = د$$

فرض کرو کہ د = د اور د = د + فرد

$$\therefore \text{حاصل دباؤ} = \text{فرد} = \frac{۲}{۲} فہ = \frac{ع کلات}{ن} = \text{کلات فرع}$$

$$= \text{فرطہ (ث - ث)} ج ع حہ$$

اسکے بجائے سیکر کی مساوات استعمال کرنے سے :-

$$د = \frac{ع کلات}{ن (۱ - ب ع)} \quad \text{جہاں ب = مستقل}$$

$$\therefore \text{فرد} = \frac{کلات}{ن} \left\{ \frac{(۱ - ب ع) فرع + (ع ب فرع)}{(۱ - ب ع)^۲} \right\}$$

$$= \frac{کلات}{ن} \cdot \frac{فرع}{(۱ - ب ع)^۲}$$

$$\text{تبادل کے لئے :- فرد} = \frac{کلات}{ن} \cdot \frac{فرع}{(۱ - ب ع)^۲}$$

= فرط (ث - ج) ح ح

گہرائی ط کے لئے اسکو نکلائے سے

$$\int \frac{\text{کلات فرع}}{\text{ن (ا-ب ح)}} = \int (\text{ث-ج ح}) \text{ فرط}$$

$$\text{یعنی کلات} = \left\{ \frac{1}{\text{ن (ا-ب ح)}} + \text{لوک پ (ا-ب ح)} \right\}$$

$$= (\text{ث-ج ح}) \text{ ح ح ط + گہ} \dots\dots\dots (۷۲)$$

جہاں گہ = کوئی مستقل

ط کو ح کے مقابل ترسیم کرنے سے شکل ۲۶ کے مطابق ایک ترسیم حاصل

ہوتی ہے۔ اس ترسیم سے یہ ظاہر ہے کہ چھوٹی گہرائیوں

کے لئے پیران کا کلیہ صحیح ہے لیکن بڑی

گہرائیوں کے لئے عملاً ح کی قیمت

مستقل رہتی ہے۔

پروفیسر پورٹر نے

اس ضابطہ کی تصدیق

تجربہ سے حاصل کی۔

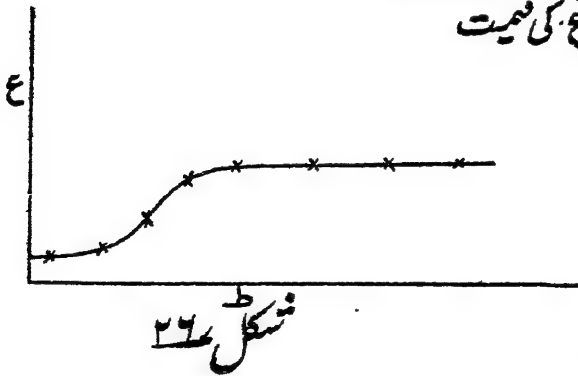
فانڈروال اور سیگنر

کی مساوات سے :-

$$\frac{\text{کلات}}{\text{ن (ا-ب ح)}} = \left(\frac{1}{\text{ح}} + \dots \right)$$

جہاں بہ = مستقل اور ح = مانع کا وہ حجم جس میں ایک ذرہ موجود ہے

$$= \frac{1}{\text{ح}}$$



$$\therefore \frac{\text{عکلات}}{\text{ن (ا-ب ع)}} - \text{ب ع} =$$

$$\therefore \text{فرد} = \frac{\text{کلات}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{فرع}}{\text{ن (ا-ب ع)}} - \text{ب ع} = \text{فرع}$$

$$= \text{فرط (ث-ش)} \text{ ج ع حه}$$

اس کو تکملائے سے :-

$$= \frac{\text{کلات}}{\text{ن ع}} \cdot \frac{\text{فرع}}{\text{ن (ا-ب ع)}} - \frac{\text{ب ع}}{\text{ع}} \cdot \frac{\text{فرع}}{\text{ع}} =$$

$$= \text{فرط (ث-ش)} \text{ ج حه فرط}$$

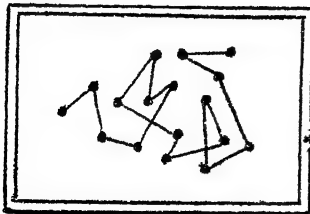
$$\text{یعنی کلات} \left\{ \frac{\text{ا}}{\text{ن (ا-ب ع)}} + \frac{\text{ع}}{\text{ن (ا-ب ع)}} \right\} - \text{ب ع} =$$

$$= \text{فرط (ث-ش)} \text{ ج حه ط + گم} \dots \dots \dots (۷۳)$$

جہاں گم = مستقل

اس مساوات کی جو کہ سابق مساوات سے زیادہ صحیح ہے پیراں، برٹن اور پورٹر کے تجربات سے تصدیق ہوتی ہے۔

برائونی حرکات :- ۱۸۲۷ء تک پانی میں معلق خوردبینی اشیاء کی تیز حرکت کرتے ہوئے مشاہدہ کئے گئے تھے، ایرٹ پراؤن نامی ایک انگریز ماہر نباتیات نے اس کے متعلق مسلسل تجربے کئے اور یہ دریافت کیا کہ جب کسی ٹھوس شے کے



نہایت چھوٹے چھوٹے ذرات خالص پانی یا کسی اور مائع میں معلق ہوتے ہیں تو ان سے ایک عجیبے قاعدہ یا غیر منظم وضع کی حرکات ظہور پذیر ہوتے ہیں (تفصیل ۲۷)۔ ایک زبردست

خوردبین کی مدد سے چھوٹے سے چھوٹا ذرہ اس شکل ۲۷

طرح حرکت کرتے ہوئے جو دیکھا گیا اس کا قطر $\frac{1}{3}$ انچ کے رتبہ کا تھا۔

اسکے بعد متعدد سائنسدانوں نے مختلف محلولوں، آمیزوں اور مالعات کی صورت میں ان عجیب غریب حرکات کا مشاہدہ کیا لیکن کبھی برس تک اسکی صحیح توجہ نہیں دی گئی تھی۔ کئی پچاس برس کے بعد ایک بلجیم کے ہنسے والے شخص نے یہ تجویز پیش کی کہ یہ مظہر مالعات کے نظریہ حرک کا مرئی ثبوت ہے۔ مائع کے سالمات، بھوس کے معلق ذرات کو ہر طرف سے ٹکراتے اور ٹھکراتے رہتے ہیں اور اس سالمی تصادم کی وجہ سے بھوس کے ذرات ادھر ادھر حرکت کرتے ہوئے نظر آتے ہیں۔

براؤنی حرکات کو معلق بھوس ذرات کی نوعیت سے کوئی تعلق نہیں ہوتا اور انکو جاری رکھنے کیلئے بھوس ذرات کے حجم کو ۱۰ گمر کے رتبہ سے چھوٹا رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ ان حرکات کے مرئی ہونے کیلئے دوسری شرط یہ ہے کہ بھوس ذرات برتن کے پینڈے سے دُور رکھے جائیں۔ ہنری نے دریافت کیا کہ برکے شیرہ میں ایسیٹک تیزاب یا الکحول کی قلیل مقدار ملانے سے براؤنی حرکات میں کمی ہونے لگتی ہے۔ بلس لکھتا ہے کہ ریت یا گچ کے نہایت ہی چھوٹے ذرات کے شیرے میں، بے حد خفیف سی قلیوں کی مقدار ملانے سے حرکات میں اضافہ ہونے لگتا ہے، لیکن قلیوں کی مقدار بڑھا دی جائے تو پھر براؤنی حرکات میں کمی واقع ہونے لگتی ہے۔^(۱۶)

اس مظہر کا نظریہ جدید زمانہ کا ہے۔ ۱۹۰۵ء میں آئنسٹائن نے جرمی میں یا فنی کی مدد سے کسی دے ہوئے وقت میں ایک ذرہ کے طے کردہ فاصلہ اس ذرہ کے نصف قطر، مائع کی تپش اور اسکی لزوجیت کے درمیان ایک تعلق دریافت کیا۔ اسی زمانہ میں لیتھروان نے فرائس میں ایک دوسرے سادہ طریقہ سے اس مسئلہ کو حل کرنے کی کوشش کی۔ اسنے بھی وہی ضابطہ حاصل کیا۔ سمولوشو سکی کی رائے یہ تھی کہ چونکہ ذرات کو استوار کرے فرض کر لے اور سطحی تباؤ کی قوتوں کو نظر انداز کرنے کے بعد یہ ضابطہ حاصل ہوا ہے اسلئے نظری ضابطہ اور مشاہدات میں مطابقت کی ہمیں کوئی توقع نہیں رکھنی چاہیے۔ لیکن پھر بھی ۱۹۱۱ء میں سوڈ برگ

نے مختلف مائع میں پلاٹینم کے ذرات کی مدد سے تجربی طور پر اس ضابطہ کی تصدیق کی۔

۱۹۰۷ء میں سمو لوشو سکی نے یہ بتایا کہ مائعات کی طرح گیسوں میں بھی براؤنی حرکات کا ہونا ضروری ہے اور وہی نظری ضابطہ جو مائعات میں استعمال کیا گیا تھا گیسوں میں بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ۱۹۰۷ء میں اہرن ہافٹ نے تجربہ کی مدد سے یہ دریافت کیا کہ گیسوں میں مائعات کی بہ نسبت حرکت زیادہ تیز ہوتی ہے۔

سگریٹ کے دھوئیں اور امونیم کلورائیڈ کے دھان میں نسبتاً بڑے ذرات کی حرکات کو اس نے مشاہدہ کیا تھا۔ ۱۹۰۹ء میں اہرن ہافٹ اور ڈی براگلی نے ہوا میں چاندی کے ذرات کو معلق رکھ کر نہ صرف نظری ضابطہ کی تصدیق کی بلکہ برقیہ کی بھرن کی قیمت بھی دریافت کی۔ ۱۹۱۱ء میں ملیکن نے برقی اور تھارڈنی قوتوں کی مدد سے دو متوازن تختیوں کے درمیان تیل کے ایک قطرہ کو ہوا میں معلق رکھ کر براؤنی حرکات کا مطالعہ کیا اور اس طرح چالاک کے ساتھ، لزوجیت کی تکلیف دہ رقم کو نظری ضابطہ سے غائب کر دینے میں کامیابی حاصل کی برقیہ پر بھرن کی جو قیمت اس نے دریافت کی تھی وہ اب بھی برقی اکائی کی معیاری قیمت تصور کی جاتی ہے۔ ۱۹۱۵ء میں کارل^(۱۹) نے فلیچر کے (برقیہ پر بھرن اور امیوگیڈرو کے عدد کا حاصل ضرب، معلوم کرنا) طریقہ کی مدد سے، اس ضابطہ کی تصدیق کی۔ ڈاکٹر وائس اور دیگر اشخاص بھی اسی طرح اسکی تصدیق کر چکے ہیں۔

براؤنی حرکات کا کلیہ^(۲۰) :- براؤنی حرکات کے نظریہ کی تکمیل کا سہرا تین اشخاص یعنی آئنسٹائن، سمو لوشو سکی اور لیتروان کے سر ہے گا۔

لیتروان کا آسان طریقہ ہم درج ذیل کرتے ہیں۔

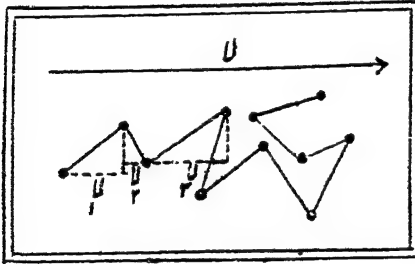
مائع میں جو ذرات معلق رہتے ہیں انکو مائع کے سالمات ہر جانب سے

ٹکراتے ہیں اور ان ضربوں کی وجہ سے ہر ذرہ پر ایک حاصل قوت پیدا ہوتی ہے جس کے تحت یہ ذرات مختلف سمتوں میں حرکت کرنے لگتے ہیں لیکن مانع کی لزوجت اس حرکت میں کمی کرنے کا تقاضا رکھتی ہے۔ اسٹوک کے کلیہ^(۲۱) سے یہ کمی پیدا کرنے والی متضاد لزج قوت $\pi \eta$ صی لہ سا کے مساوی ہے۔

جہاں η = ذرہ کی رفتار

لہ = مانع کی لزوجت

صی = ذرہ کا نصف قطر



فرض کرو کہ ہم صرف لا محور پر ان حرکات کی پیما کش کرنا چاہتے ہیں جیسا کہ شکل ۲۸ میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ وقت t میں لا محور کی سمت میں ایک ذرہ کا مجموعی نقل مکان =

شکل ۲۸

$(\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u + \dots + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u) =$

اور نیز یہ بھی فرض کرو کہ ایک بڑے وقفہ t میں نقل مکان فرلا کے مساوی ہے۔

تب تعادل کے لئے حرکت کی مساوات حسب ذیل ہوگی :-

$$k \frac{u^2}{2} = \frac{1}{2} \pi \eta u - \text{جہ گ} \frac{u}{\text{فرلا}}$$

جہاں k = ذرہ کی کمیت

جہ = لا سمت میں ضربوں کی وجہ سے قوت

اور η = صی لہ

اوپر کی مساوات کو لا سے ضرب دینے سے

$$\text{ک لا } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} = \text{جہ لا} - \text{گ لا} \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

$$\text{لیکن لا } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} = \frac{1}{2} - \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

$$\text{اور لا } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} = \frac{1}{2} - \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ ک } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \text{ک } \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right) = \text{جہ لا} - \frac{1}{2} \text{ گ } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

اس مساوات کو نقل مکان کی مجموعی تعداد ح کے لئے لکھنے سے :-
پہلے نقل مکان کیلئے :-

$$\frac{1}{2} \text{ ک } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \text{ک } \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right) = \text{جہ لا} - \frac{1}{2} \text{ گ } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

دوسرے نقل مکان کے لئے :-

$$\frac{1}{2} \text{ ک } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \text{ک } \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right) = \text{جہ لا} - \frac{1}{2} \text{ گ } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

تیسرے نقل مکان کے لئے :-

$$\frac{1}{2} \text{ ک } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \text{ک } \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right) = \text{جہ لا} - \frac{1}{2} \text{ گ } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

اسی طرح چوتھے کے لئے :-

.....

.....

$$\frac{1}{2} \text{ ک } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} - \text{ک } \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right) = \text{جہ لا} - \frac{1}{2} \text{ گ } \frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}}$$

ان تمام مساواتوں کو جمع کرنے اور شمار کنندہ اور نصیب نامہ کو مجموعی تعداد ح سے

ضرب دینے سے :-

$$\begin{aligned} & \text{کے } \frac{\text{فرو}^2}{2} \cdot \frac{\{ \text{لا}^1 + \dots + \text{لا}^n \} \text{ کے } \left[\left(\frac{\text{فرو}^1}{\text{فرو}} \right) + \dots + \left(\frac{\text{فرو}^n}{\text{فرو}} \right) \right]}{\text{ع}} \\ & = \frac{\text{جہ لا} - \frac{\text{گ}}{2} \text{ ع فرو}}{\text{ع}} \cdot \frac{(\text{لا}^1 + \dots + \text{لا}^n)}{\text{ع}} \\ & \text{فرض کرو کہ لا}^1 = \frac{\text{لا}^1 + \dots + \text{لا}^n}{\text{ع}} \end{aligned}$$

لیکن مساوات (۲۶) سے $\frac{f_m}{\omega} = \frac{\omega^2}{k}$

∴ صرف محرک کی سمت میں اوسط توانائی بالفعل $= f_m \omega$

$$\left\{ \left(\frac{\text{فرللا}}{\text{فزو}} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\text{فرلا}}{\text{فزو}} \right)^2 + \left(\frac{\text{فرلا}}{\text{فزو}} \right)^2 \right\} \frac{1}{\frac{1}{\epsilon}} =$$

اسکو سابق مساوات میں درج کرتے ہے :-

$$\frac{\text{ک} \frac{۲}{۳} \text{ع} \frac{\text{فر}(\overline{\text{آ}})}{\text{زوا}} - \frac{\text{علا ت}}{\text{ت}} = \text{جہ لا} - \frac{\text{گ} \frac{۲}{۳} \text{ع} \frac{\text{فر}(\overline{\text{آ}})}{\text{فرو}}}{\text{فرو}}$$

ایک محدود وقت کیلئے \Rightarrow جہ لا = صفر چونکہ یہ ممکن ہے کہ نقل مکان لا کی مثبت اور منفی سمت میں تقریباً مساوی ہو۔

فرض کرو کہ ما = $\frac{\text{فرلا}^2}{\text{فرز}}$ - اس صورت میں

$$\frac{\text{ک}}{۲} = \frac{\text{فرما}}{\text{فرز}} = \frac{\text{لات}}{\text{ن}} = \frac{\text{گ}}{۲} = \text{ما}$$

یعنی ما - $\frac{\text{فروما}}{\text{لاٹنگ}}$ = $\frac{\text{گنگ}}{\text{فرو}}$

اس کو مکمل کرنے سے :-

$$\text{لوک (ما - ۲ لات)} = \frac{\text{گ}}{\text{ک}} + \text{و}$$

جہاں سے = مستقل

یعنی ما۔ ۲ کلاٹ = گہ و $\frac{گہ}{ک}$ جہاں گہ = مستقل
اگر وہ بہت بڑا ہو تو گہ و $\frac{گہ}{ک}$ = سفر

$$\therefore \text{ما} = \frac{۲ \text{ کلاٹ}}{ن گہ} \text{ یعنی } \frac{۲ \text{ فر لا}^۲}{ن گہ} = \frac{۲ \text{ کلاٹ}}{ن گہ}$$

اسکو ایک محدود وقت و کیلئے ابتدائی حالت سے انتہائی حالت تک نکلاتے

$$\int_{\text{ابتدائی حالت سے}}^{\text{انتہائی حالت تک}} \text{فر لا}^۲ = \int_{\text{ن گہ}}^{\text{۲ کلاٹ}} \text{فر لا}^۲$$

$$\text{یعنی لا}^۲ = \frac{\text{لا}^۲ + \text{لا}^۲ + \dots + \text{لا}^۲}{ن گہ} = \frac{۲ \text{ کلاٹ}}{ن گہ} \dots (۴۳)$$

پیران نے تجربہ کے ذریعہ اس مساوات کی تصدیق کی اور آئیو گیڈ رو کے مستقل
ن کی قیمت اس سے معلوم کی۔

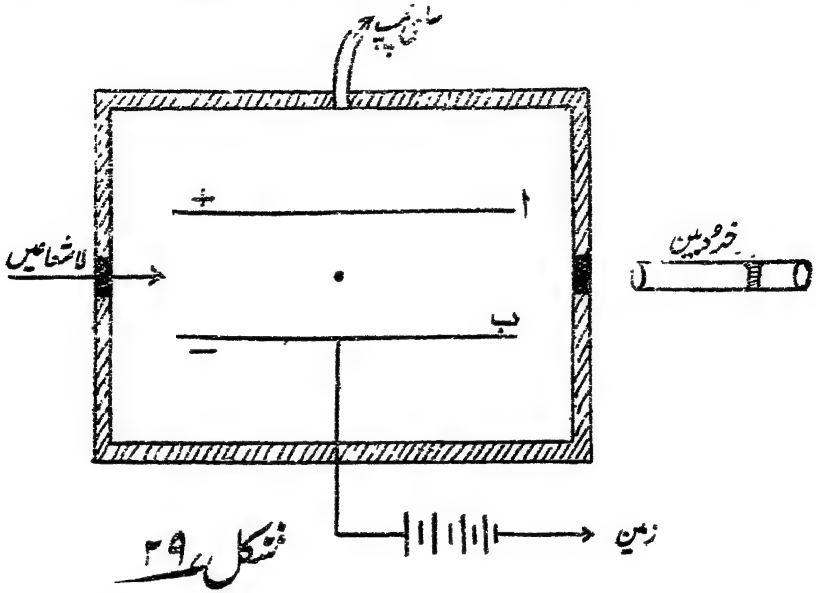
خطی براؤنی حرکات کے علاوہ گردش برآؤنی حرکات بھی واقع ہوتے ہیں اینٹین
نے ایک خاص محور کے اعتبار سے وقت و میں گردش زاویہ ط کے اوسط مربع
کیلئے سالمی دھنکوں سے ذرات میں جو گردش پیدا ہوتی ہے اسکا لحاظ کرتے
ہوئے حسب ذیل مساوات حاصل کی :-

$$\text{ط}^۲ = \frac{\text{ط}^۲ + \text{ط}^۲ + \dots + \text{ط}^۲}{ن گہ} = \frac{۲ \text{ کلاٹ}}{ن گہ} \dots (۴۵)$$

پیران نے ایک خوردبین کی مدد سے نسبتاً بڑے ذرات کی گردش کیلئے ایک خاص
وقت میں شہادت لیکر اس مساوات کی تصدیق کرنے میں کامیابی حاصل کی۔

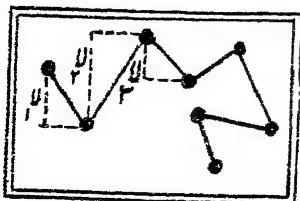
لیکن کے تیل کے قطر والا تجربہ :- لیکن نے اپنے تجربہ میں بہت ہی
چھوٹے تیل کے قطرے ۱۰ سمر نصف قطر کے رتبہ کے استعمال کئے۔ تیل کی بھوار
کو ایک سادہ جوہر پاش کے ذریعہ ایک خانہ میں پھونک کر اسے ان قطروں کو
حاصل کیا اور ایک قطرہ کو دو متوازی افقی تختیوں ۱ اور ب کے درمیان جہاں کہ

ہوا موجود تھی۔ مقید نہ کیا جیسا کہ شکل ۲۹ میں دکھایا گیا ہے۔ ان دونوں تختیوں کے درمیان ایک برقی سید ان اسطرح قائم کیا گیا کہ تیل کا قطر و معلق دونوں کے درمیان توازن میں ہے۔ اسکا مطلب یہ ہے کہ تباہی قوت تو قطرہ کو



شکل ۲۹

نیچے کی طرف کھینچتی تھی لیکن برقی قوت اسکو اوپر کھینچنے کا تقاضا کرتی تھی۔ لاشعاعوں کے ذریعہ تختیوں کے درمیان روانی میدان قائم کیا گیا تھا اور قطرہ اس طرح ایک یا زیادہ برقیوں کی بہرہوں سے بڑھایا گیا تھا۔ جب قطرہ معلق تھا تو براہی حرکتوں کو ایک زبردست خوردبین کے ذریعہ انتصابی محور کی سمت میں مشاہد کیا گیا۔ چشمہ کے پیمانہ پر نقل مکان "لا" تاپا گیا اور وقت نگار کے ذریعہ وقت و کی قیمت معلوم کر لی گئی۔ تجربہ سے یہ معلوم ہوا کہ دباؤ کو کم کرنے سے حرکت



شکل ۳۰

معمولی دباؤ کے مقابلہ میں بہت تیز ہوتے ہیں اور نیز تیل کا قطرہ پانی کے قطرہ کی نسبت زیادہ نقل مکان کرتا ہے۔

ملیکن نے اپنے تجربہ میں مساوات (۷۴)

سے گ کی قیمت کا ازالہ کرنے کی کوشش اسوجہ سے کی کہ اس زمانہ میں لزوجت کی قیمت کچھ زیادہ قابل اطمینان نہیں تصور کی جاتی تھی۔ اسے قطرہ کو تجاذبی قوت کے تحت نیچے گرا کر یکیاں نیچے کی طرف کی رفتار سہ کی قیمت معلوم کی، اسکے بعد پھر قطرہ کو برقی قوت کے تحت اوپر چڑھنے دیا اور یکیاں اوپر کی طرف کی رفتار سہ دریافت کیا۔

جب قطرہ نیچے گرا رہا تھا تو اسٹوک کے کلیہ سے :-
 $گ = ک ج$ جہاں $ک =$ قطرے کی کمیت
 جب قطرہ اوپر چڑھ رہا تھا تو قی $= ک ج + گ = (سہ + سہ)$
 جہاں $قی =$ برقی حدت اور $جھ =$ قطرہ پر برقی بھرن
 $گ = \frac{قی جھ}{(سہ + سہ)}$ (۷۶)

مساوات (۷۴) اور (۷۶) سے :-

$$\Delta^2 = \frac{۲ لات و}{ن} \cdot \frac{قی جھ}{(سہ + سہ)}$$

یہ Δ^2 نقل مکان کا اوسط مربع ہے۔ اگر ہم اسکو حسابی اوسط نقل مکان مثلاً Δ^2 میں تحویل کریں تو مساوات (۷۲) سے :-

$$\Delta^2 = \frac{۲ لات و}{ن} \times \frac{۸}{\pi^۳}$$

اس قیمت کو اوپر کی مساوات میں اگر لکھا جائے تو

$$ن جھ = \frac{۱۶}{\pi^۳} \cdot \frac{لات و (سہ + سہ)}{\Delta^2} \dots \dots \dots (۷۷)$$

اس مساوات سے ملکیں نے ن جھ کی قیمت ۱۰×۲۶۸۹۰ برقی سکونی

اکائیوں کے مساوی دریافت کی۔

اسکے بعد ہار فے فیلچ نے ۱۹۱۲ء میں اسی تیل کے قطرہ کے طریقہ کو استعمال کر کے گ کی قیمت کو اسی طرح ساقط کیا۔ اسے Δ^2 لینے کے بجائے چہنم

کے پیمانہ کے مختلف درجوں کے لئے وقت کا اوسط حسابی تغیر ناپ لیا۔ (۱۹) اسکو جو قیمت حاصل ہوئی وہ ملیکن کی ن بھ کی قیمت سے عملی طور پر ملتی تھی۔
برقیہ کی بھرن کی تحمیں :- ملیکن کے تجربہ میں جبکہ تیل کا قطرہ تجاذبی قوت کے تحت گر رہا تھا :-

$$\begin{aligned} \text{ک ج} &= \text{گ م} = \pi 4 \text{ ص لہ م} \\ \text{اور جب برقی قوتوں کے تحت قطرہ اوپر جا رہا تھا :-} \\ \text{ق بھ} &= \text{ک ج} + \pi 4 \text{ ص لہ م} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\text{ق بھ}}{\text{ک ج}} = 1 + \frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}} = \frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}} + 1 \dots (۷۸)$$

اگر ک ج کی قیمت معلوم ہو جائے تو برقیہ پر کی بھرن بھ کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے لیکن بالراست ک ج کی دریافت آسان مسئلہ نہیں ہے۔

$$\begin{aligned} \text{گ م ک ج} &= \pi \frac{4}{3} \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث}) = \pi 4 \text{ ص لہ م} \\ \text{جہاں ث} &= \text{تیل کی کثافت اور ث} = \text{واسطہ کی کثافت} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})}$$

$$\text{یعنی ک ج} = \pi \frac{4}{3} \left(\frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})} \right)^{\frac{2}{3}} (\text{ث} - \text{ث})$$

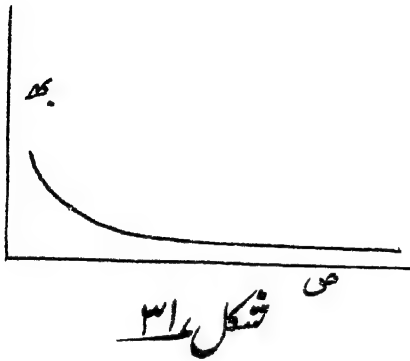
$$= \pi \frac{4}{3} \left(\frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})} \dots (۷۹)$$

لہذا مساوات (۷۸) اور (۷۹) سے

$$\text{بھ} = (\pi 4 \text{ ص لہ م}) \cdot (\pi 4 \text{ ص لہ م}) \cdot \pi \frac{4}{3} \left(\frac{\pi 4 \text{ ص لہ م}}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\pi 4 \text{ ص لہ م}^2 (\text{ث} - \text{ث})} \dots (۸۰)$$

اس مساوات بھ کی قیمت بہ آسانی معلوم کی جاسکتی ہے۔

مگر ملیکن نے اپنے تجربہ میں یہ دریافت کیا کہ بالکل چھوٹے چھوٹے قطروں کے لئے بھ کی قیمت نصف قطر کے گھٹنے سے کسی قدر بڑھ جاتی ہے لیکن بڑے قطروں کے لئے بھ کی قیمت عملی طور پر مستقل رہتی ہے جیسا کہ شکل ۳۳ میں ترسیم کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔



کننگھیم نامی ملیکن کے ایک شاگرد نے اسس کی توجیہ کی اور تیل کے بالکل چھوٹے قطروں کی صورت میں اس نے ایک تصحیح بھی نکالی۔ اس کا خیال تھا کہ اسٹوک کا کلیہ بالکل چھوٹے چھوٹے قطروں کے لئے بالکل

صحیح نہیں ہو سکتا۔ کننگھیم کی رائے کے مطابق جب کوئی قطرہ کسی واسطہ میں گرتا ہے تو قطرہ کی رفتار اس کو گھیرے ہوئے واسطہ کی پرت کی رفتار کے مساوی نہیں ہوتی، کیونکہ اس صورت میں قطرہ کی ارد گرد کی پرت پھیل جانے کا امکان ہے۔ اگر گرتے ہوئے قطرہ کی رفتار مساوی ہو تو اس کے اطراف کی پرت کی رفتار بہرہ ہو سکتی ہے جہاں بہ کوئی کسر ہے۔ لہذا وہ قوت جو کہ قطرہ کو پیچھے کھینچ لے جانے کی کوشش کرتی ہے $\pi \gamma$ ص لہ بہ مساوات (۳۵) سے ماسی قوت فی اکائی رقبہ جو قطرہ کو پیچھے کھینچنے کا تقاضا کرتی ہے =

$$= \frac{\gamma}{r} \quad \text{کہ } r > \frac{\gamma}{\pi \gamma}$$

جہاں کہ = مستقل = اضافی رفتار = (س - بہ س)

∴ π ۶ ص لہ بہ سا =

$$\pi ۴ = \pi ۴ \text{ ص گہ سا (۱-بہ) د } \left[\frac{\text{ٹ}}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \\ \text{یعنی } \frac{\text{بہ}}{۱-بہ} = \frac{\text{گہ د } \frac{۲}{۳} \text{ ص لہ}}{\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \frac{\text{د ص}}{\text{مہ}}} =$$

$$\text{جہاں مہ} = \frac{\text{لہ}}{\left[\frac{\text{ٹ}}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \frac{۲}{۳} \text{ گہ}} = \text{مستقل}$$

$$\therefore \text{بہ} = \left(۱ + \frac{\text{مہ}}{\text{د ص}} \right)^{-۱}$$

∴ بالکل چوٹے قطروں کے لئے صحیح اسٹوک کا کلیہ:-

$$\text{قوت} = \pi ۶ \text{ ص لہ} \left(۱ + \frac{\text{مہ}}{\text{د ص}} \right)^{-۱} \text{ سا } \dots \dots \dots (۸۱)$$

لہذا مساوات (۸۰) میں ہم کو صرف لہ کی جگہ لہ $\left(۱ + \frac{\text{مہ}}{\text{د ص}} \right)^{-۱}$

لکھنا چاہیے تاکہ بھ کی صحیح قیمت تیل کے چوٹے قطروں کی صورت میں

حاصل ہو سکے۔

فرض کرو کہ تصحیح کے بعد قیمت بھ اور غیر تصحیح شدہ قیمت بھ ہے جو مساوات

(۸۰) سے حاصل ہوتی ہے۔

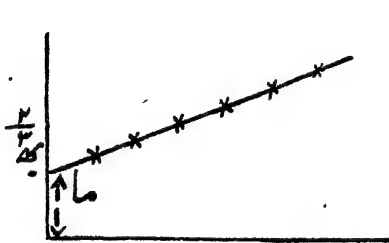
اس صورت میں

$$\text{بھ} = \left(\frac{۱}{\text{سا}} \right) \cdot \left(\frac{۱}{\text{سا}} + \frac{۱}{۳} \right) \cdot \frac{\pi}{۳} \left[\frac{۹}{۲} \text{ لہ} \left(۱ + \frac{\text{مہ}}{\text{د ص}} \right) \right]^{-\frac{۲}{۳}} \left[\frac{\text{ٹ}}{\pi ۲ \text{ لات}} \right] \frac{۱}{\text{ج}} \dots \dots \dots (۸۲)$$

لہذا مساوات (۸۰) اور (۸۲) سے:-

$$\frac{1}{\frac{2}{3} - \left(\frac{100}{100} + 1\right)} = \frac{100}{2}$$

یعنی $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{100}{100} \dots\dots\dots (۸۳)$



اگر $\frac{2}{3}$ کو $\frac{100}{100}$ کے مقابل

ترسیم کیا جائے تو منحنی کی شکل شکل ۳۳ کی طرح حاصل ہوگی

خط کے مقطوعہ "ما" سے $\frac{2}{3}$ کی قیمت معلوم ہوجاتی ہے

لہذا ترسیم سے بالکل چوڑے قطروں کی صورت میں برقیہ پر بھرن کی صحیح قیمت معلوم کی جاسکتی ہے۔



Chapter X.

- (۱) Collected Works "Maxwell" Vol. ۱, P380
- (۲) Jean's Dynamical Theory of Gases or Properties of Matter
"Newman & Searle" P231 (1928)
- (۳) Phys. Rev 30, P931
- (۴) Phys. Rev, 5, P212, (1915)
- (۵) Ann-der-Physik 31, P205 (1910)
- (۶) Phys. Rev. 4, P491 (1914)
- (۷) , .. 12 P70 (1918)
- (۸) Proc-Roy. Soc. A 103 P469 (1923) and
" .. 113 P520 (1927)
- (۹) Phys. Rev. 2, P327 (1913) or Text Book of Heat ' M. N. Saha
& B. N. Srivastava" P207 (1931)
- (۱۰) Jeans' Dynamical Theory of Gases P37
- (۱۱) Phil Mag; 36, P507 (1893)
- (۱۲) Text Book of Heat ' M. N. Saha & B. N. Srivastava" P126
(1931) or General Physics for Students "E. Edser" P 564
(1926)
- (۱۳) The Physical Properties of Colloidal Solutions "E. F. Burton"
P80 (1921)
- (۱۴) " " " " " " P88 (1921)
- (۱۵) Phil. Mag. 4, P161 (1828)
- (۱۶) Phys Rev. 2, P373 (1895)
- (۱۷) Ann. der. Physik. 19 P 371 (1906)
22, P569 (1907)
- (۱۸) Theory of Brownian Movement "Einstein" P104 (1926)
- (۱۹) The Electron "R. A. Millikan" P145
- (۲۰) Text Book of Heat "M. N. Saha & B. N. Srivastava" P729
(1931)
- (۲۱) Hydrodynamics "H. Lamb" P567 (1924)
- (۲۲) Proc. Roy. Soc A. 83 P357

اسمی اشارید

اردو	انگریزی	صفحہ
الف		
آسٹن	Austin	۹۵
آسٹن	Austen	۳۲۳
اسٹورن ریپالڈ	Osborne Reynold	۱۸۳
اسٹاکل	Stockle	۱۹۵
اسٹرن	Stern	۳۵۰
اسٹوک	Stoke	۲۸۰، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵
اسٹیفان	Stefan	۳۲۲
اسمیتھ	Smith	۳۰۷
اگرتن	Egerton	۳۸۱، ۳۸۲
الدرج	Eldridge	۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۴
اوبر مینر	Obermayer	۳۲۱
اوڈرو	Woodrow	۳۷۷، ۳۷۸
اوسٹوالڈ	Ostwald	۲۸۷، ۲۸۸، ۲۹۰
اوم	Ohm	۳۶۳، ۳۶۴
اھرن ہافٹ	Ehrenhaft	۴۰۶
اٹنسٹائن	Einstein	۹۷، ۵۰۴، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹
اٹنگر	Jaeger	۲۱۴
اٹوگڈرو	Avogadro	۳۳۸، ۳۳۹، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۱۰
ایٹووس	Eotvos	۲۴۰، ۲۴۱
ایٹکن	Aitken	۲۴۷
ایڈورڈ	Edward	۲۹۷، ۳۰۵
ایری	Airy	۵۲، ۵۷
انڈرسن	Anderson	۲۲۴، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۹۵
اینگر	Angerer	۳۷۶
ب		
بائز	Boys	۵۵، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۹، ۱۹۹
بائیل	Boyle	۷۶، ۲۴۹، ۲۹۲، ۲۹۴، ۲۹۶، ۲۹۹، ۳۰۲، ۳۰۳
		۳۳۸، ۳۴۷
بران	Braun	۹۱
براؤن	Brown	۴۰۴

'۱۸۴'۱۸۳	Berthelot	برتھلو
'۴۰'۴۰'۴۰'۴۰	Burton	برٹن
'۲۴	Bernoulli	برنولی
'۳۸'۳۱	Bessel	بسل
'۳۳۳	Beckmann	بکمن
'۴۰۵	Bliss	بلس
'۲۸۹'۲۸۸	Bingham	بنگھم
'۴۵'۳۳	Borda	بورڈا
'۵۷	Bouguer	بگوئے
'۲۲۶'۲۲۴	Bowen	بوئن
'۶۰	Barly	بارلی
'۶۰	Baille	بالے

پ

'۲۷۱	Parr	پار
'۱۴۰'۱۳۱'۱۰۸'۱۰۷'۹۸'۹۷'۷۹'۷۶	Poisson	پواسن
'۱۷۸		
'۲۹۱'۲۸۸'۲۸۴'۲۷۰	Poiseuille	پوائسین
۶۶'۶۵'۶۳'۵۵	Poynting	پوائنٹنگ
'۴۰'۴۰'۳۰'۴۰'۲	Porter	پورٹر
'۴۱۰'۴۰'۴۰'۴۰'۴۰'۳۰'۴۰'۲'۴۰'۱'۳۹۹'۳۹۷	Perrin	پوران
'۱۸۰	Pagliani	پیکلیانی

ت

'۲۸۷'۲۸۵	Thorpe	تھارپ
'۶۵	Thwinge	تھونگ

ٹ

'۳۷۶	Todd	ٹاڈ
'۱۸۰	Tait	ٹیت

ج

'۱۵۷'۱۵۵	Joule	جول
'۶۳'۶۲'۵۵	Jolly	جولی
'۳۰۸'۲۸۴	Jones	جونس
'۳۸۹	Jeans	جینس

چ

'۳۹۴'۳۸۹'۳۱۳'۳۰۸	Chapman	چاپمن
------------------	---------	-------

د

'۲۲۲	Dorsey	دارسے
'۳۳۸	Dalton	دالتن
'۳۶۸	Dushman	دشمن
'۱۸۴'۱۸۳	Dixon	دکسن
'۲۹۰	Duclaux	دکلا
'۲۸۷	Dunstan	دسٹن
'۴۰۶	De Broglie	دی براگلی
'۲۷۱	Deeley	ڈیلی
'۱۸۰	De Metz	دی متز
'۳۲۲	Daniell	ڈیبٹل

ر

'۲۸۷'۲۸۵	Rodger	راجر
'۳۳۳'۳۲۷'۳۲۴	Raoult	راؤلت
'۴۲'۴۱	Repsold	رپسالد
'۱۹۹	Rucker	رکر
'۲۸۶'۱۸۰	Rontgen	روئنٹگن
'۶۳	Richarz	ریشارتز
'۶۰	Reich	ریش

'۵۱	Richer	ویشو
'۲۵۵'۲۲۲'۲۱۰'۱۹۴'۱۹۳	Rayleigh	رے لے
'۱۹۴	Ramsay	ریمسے
'۳۱۵'۳۱۱'۳۰۷'۳۰۵'۳۰۰	Rankine	وینکن
, ۱۷۸'۱۷۶'۱۷۵	Regnault	رینو

ز

'۳۵۸	Siegbahn	زیگباہن
------	----------	---------

ژ

'۳۲۲	Jamin	ژامان
------	-------	-------

س

'۲۳۳	Sutton	سٹن
'۳۸۹'۳۱۵'۳۱۳'۳۰۹'۳۰۸'۳۰۵	Sutherland	سدرلینڈ
'۳۹۵'۳۹۰		
'۱۳۰	Searle	سر
'۲۸۵	Slotte	سلاٹ
'۴۰۶'۴۰۵	Smoluchowski	سمولوشوسکی
'۲۱۳	Sentis	سنٹس
'۴۰۵	Svedberg	سود برگ
'۴۰۳'۴۰۲	Sackur	سیکر

ش

'۳۷۴	Shaw	شا
'۲۹۶'۲۹۴	Charle	شارل
'۳۷۸	Sherwood	شراود
'۳۷۸	Shrader	شریڈر
'۱۳۶	Shakespeare	شکسپیر
'۱۸۰	Shneider	شنیدر
'۱۹۴	Shield	شیلڈ

ف

۳۲۶	Vant Hoff	فانت هاف
۴۰۳۰۲۶۱	Vander Waal	فاندر وال
۲۳۳ ۲۳۱ ۲۲۸ ۲۱۷	Ferguson	فرگوسن
۳۲۶ ۳۲۵	Pfeffer	ففر
۳۲۱ ۳۲۰ ۳۱۸	Fick	فک
۶۶	Phillip	فلپ
۴۱۲ ۴۰۶	Fletcher	فلنچر
۳۱۸	Fourier	فوریر
۳۲۴	Volmer	مولمر
۲۹۴	Faraday	فیریتے

ک

۴۰۶	Carl	کارل
۶۰	Cornu	کارنو
۲۸۵	Koch	کافی
۳۵۱	Compton	کامپٹن
۲۷۴	Couette	کائتے
۶۳	Krigar Menzel	کریگر منسل
۳۸۸ ۳۸۷ ۳۳۲ ۳۳۱	Clausius	کلاوشیوس
۳۳۲ ۳۳۱	Clapeyron	کلپیران
۳۲۱	Clack	کلک
۳۲۰ ۲۴۴ ۱۸۹ ۱۵۵	Kelvin	کلون
۵۲	Clairaut	کلرو
۳۷۶ ۳۷۴ ۳۶۹ ۳۶۲ ۳۶۰ ۳۰۷	Knudsen	کنڈسن
۳۸۱ ۳۷۸		
۴۱۴	Cunningham	کننگھم
۲۱۰	Quincke	کوئنکے
۱۳۲	Konig	کوئنگ
۳۷ ۳۴ ۳۳ ۳۰	Kater	کٹر
۸۹	Callendar	کیلنڈر
۱۶۷	Canton	کپٹن
۲۳۱	Kennedy	کنڈنی
۶۵ ۶۱ ۶۰ ۵۸ ۵۷ ۵۵	Cavendish	کیونڈش

گی

'۲۸۶	Gartenmeister	گارتن مہستور
'۳۶۷'۳۶۵'۳۵۸'۳۵۷'۳۲۴'۳۲۳	Gaede	گائڈے
'۱۸۰	Grassi	گراسی
'۸۹	Griffith	گریفٹھ
'۶۶	Gray	گری
'۳۱۷	Graham	گریٹ ہیم
'۱۹۲	Gaylussac	گے لوزک

ل

'۲۶۱ ۲۵۵'۲۳۷'۱۹۵'۷۶	Laplace	لپلاس
'۳۲۱	Loschmidt	لوشمیت
'۳۲۱	Littlewood	لٹل وڈ
'۶۶	Landolt	لنڈالٹ
'۲۹۳	Lehfeldt	لیفلڈٹ
'۱۷۸'۱۷۱	Lame	لامی
'۲۰۹'۲۰۸	Lenard	لنبارڈ
'۴۰۶'۴۰۵	Langevin	لنزون
'۳۸۳	Langmuir	لینگموئر

م

'۱۸۰	Martini	مارٹینی
'۲۸۷	Mardles	مارڈلس
'۴۰۶'۴۰۴'۴۰۳'۴۰۲'۴۰۱'۴۰۰'۳۹۹'۳۹۸'۳۹۷'۳۹۶'۳۹۵'۳۹۴'۳۹۳'۳۹۲'۳۹۱'۳۹۰'۳۸۹'۳۸۸'۳۸۷'۳۸۶'۳۸۵'۳۸۴'۳۸۳'۳۸۲'۳۸۱'۳۸۰'۳۷۹'۳۷۸'۳۷۷'۳۷۶'۳۷۵'۳۷۴'۳۷۳'۳۷۲'۳۷۱'۳۷۰'۳۶۹'۳۶۸'۳۶۷'۳۶۶'۳۶۵'۳۶۴'۳۶۳'۳۶۲'۳۶۱'۳۶۰'۳۵۹'۳۵۸'۳۵۷'۳۵۶'۳۵۵'۳۵۴'۳۵۳'۳۵۲'۳۵۱'۳۵۰'۳۴۹'۳۴۸'۳۴۷'۳۴۶'۳۴۵'۳۴۴'۳۴۳'۳۴۲'۳۴۱'۳۴۰'۳۳۹'۳۳۸'۳۳۷'۳۳۶'۳۳۵'۳۳۴'۳۳۳'۳۳۲'۳۳۱'۳۳۰'۳۲۹'۳۲۸'۳۲۷'۳۲۶'۳۲۵'۳۲۴'۳۲۳'۳۲۲'۳۲۱'۳۲۰'۳۱۹'۳۱۸'۳۱۷'۳۱۶'۳۱۵'۳۱۴'۳۱۳'۳۱۲'۳۱۱'۳۱۰'۳۰۹'۳۰۸'۳۰۷'۳۰۶'۳۰۵'۳۰۴'۳۰۳'۳۰۲'۳۰۱'۳۰۰'۲۹۹'۲۹۸'۲۹۷'۲۹۶'۲۹۵'۲۹۴'۲۹۳'۲۹۲'۲۹۱'۲۹۰'۲۸۹'۲۸۸'۲۸۷'۲۸۶'۲۸۵'۲۸۴'۲۸۳'۲۸۲'۲۸۱'۲۸۰'۲۷۹'۲۷۸'۲۷۷'۲۷۶'۲۷۵'۲۷۴'۲۷۳'۲۷۲'۲۷۱'۲۷۰'۲۶۹'۲۶۸'۲۶۷'۲۶۶'۲۶۵'۲۶۴'۲۶۳'۲۶۲'۲۶۱'۲۶۰'۲۵۹'۲۵۸'۲۵۷'۲۵۶'۲۵۵'۲۵۴'۲۵۳'۲۵۲'۲۵۱'۲۵۰'۲۴۹'۲۴۸'۲۴۷'۲۴۶'۲۴۵'۲۴۴'۲۴۳'۲۴۲'۲۴۱'۲۴۰'۲۳۹'۲۳۸'۲۳۷'۲۳۶'۲۳۵'۲۳۴'۲۳۳'۲۳۲'۲۳۱'۲۳۰'۲۲۹'۲۲۸'۲۲۷'۲۲۶'۲۲۵'۲۲۴'۲۲۳'۲۲۲'۲۲۱'۲۲۰'۲۱۹'۲۱۸'۲۱۷'۲۱۶'۲۱۵'۲۱۴'۲۱۳'۲۱۲'۲۱۱'۲۱۰'۲۰۹'۲۰۸'۲۰۷'۲۰۶'۲۰۵'۲۰۴'۲۰۳'۲۰۲'۲۰۱'۲۰۰'۱۹۹'۱۹۸'۱۹۷'۱۹۶'۱۹۵'۱۹۴'۱۹۳'۱۹۲'۱۹۱'۱۹۰'۱۸۹'۱۸۸'۱۸۷'۱۸۶'۱۸۵'۱۸۴'۱۸۳'۱۸۲'۱۸۱'۱۸۰'۱۷۹'۱۷۸'۱۷۷'۱۷۶'۱۷۵'۱۷۴'۱۷۳'۱۷۲'۱۷۱'۱۷۰'۱۶۹'۱۶۸'۱۶۷'۱۶۶'۱۶۵'۱۶۴'۱۶۳'۱۶۲'۱۶۱'۱۶۰'۱۵۹'۱۵۸'۱۵۷'۱۵۶'۱۵۵'۱۵۴'۱۵۳'۱۵۲'۱۵۱'۱۵۰'۱۴۹'۱۴۸'۱۴۷'۱۴۶'۱۴۵'۱۴۴'۱۴۳'۱۴۲'۱۴۱'۱۴۰'۱۳۹'۱۳۸'۱۳۷'۱۳۶'۱۳۵'۱۳۴'۱۳۳'۱۳۲'۱۳۱'۱۳۰'۱۲۹'۱۲۸'۱۲۷'۱۲۶'۱۲۵'۱۲۴'۱۲۳'۱۲۲'۱۲۱'۱۲۰'۱۱۹'۱۱۸'۱۱۷'۱۱۶'۱۱۵'۱۱۴'۱۱۳'۱۱۲'۱۱۱'۱۱۰'۱۰۹'۱۰۸'۱۰۷'۱۰۶'۱۰۵'۱۰۴'۱۰۳'۱۰۲'۱۰۱'۱۰۰'۹۹'۹۸'۹۷'۹۶'۹۵'۹۴'۹۳'۹۲'۹۱'۹۰'۸۹'۸۸'۸۷'۸۶'۸۵'۸۴'۸۳'۸۲'۸۱'۸۰'۷۹'۷۸'۷۷'۷۶'۷۵'۷۴'۷۳'۷۲'۷۱'۷۰'۶۹'۶۸'۶۷'۶۶'۶۵'۶۴'۶۳'۶۲'۶۱'۶۰'۵۹'۵۸'۵۷'۵۶'۵۵'۵۴'۵۳'۵۲'۵۱'۵۰'۴۹'۴۸'۴۷'۴۶'۴۵'۴۴'۴۳'۴۲'۴۱'۴۰'۳۹'۳۸'۳۷'۳۶'۳۵'۳۴'۳۳'۳۲'۳۱'۳۰'۲۹'۲۸'۲۷'۲۶'۲۵'۲۴'۲۳'۲۲'۲۱'۲۰'۱۹'۱۸'۱۷'۱۶'۱۵'۱۴'۱۳'۱۲'۱۱'۱۰'۹'۸'۷'۶'۵'۴'۳'۲'۱'۰'	Millikan	ملکن
'۱۹۳	Marangoni	مارانگونی
'۵۷	Maskelyne	مہسکبلین
'۲۱۲	Magie	مگی
'۳۶۰'۳۵۱'۳۴۰'۳۳۰'۳۲۰'۳۱۰'۳۰۰'۲۹۰'۲۸۰'۲۷۰'۲۶۰'۲۵۰'۲۴۰'۲۳۰'۲۲۰'۲۱۰'۲۰۰'۱۹۰'۱۸۰'۱۷۰'۱۶۰'۱۵۰'۱۴۰'۱۳۰'۱۲۰'۱۱۰'۱۰۰'۹۰'۸۰'۷۰'۶۰'۵۰'۴۰'۳۰'۲۰'۱۰'۰'	Meyer	میئر
'۵۸	Michell	میکل

۲۷۲	Mariotte	ماریوت
۳۳۷'۳۰۸'۳۰۷'۲۰۸'۳۰۷'۹۰'۸۹	Maxwell	میکسول
۳۵۰'۳۴۷'۳۰۴'۳۰۵'۳۰۴'۳۰۳'۹		
۳۰۵'۳۸۸'۳۰۵'۴		
۳۰۶۸	McLeod	میکلاد
۱۳۵	Michelson	میکلسن
۴۹	Mackenzie	میکنری
۱۷۳	Mallock	میلک
ن		
۳۰۷	Nasini	ناسبینی
۲۵۵'۱۴۱'۷۹'۶۷'۶۶'۶۵'۵۵'۳۷	Newton	نیوتن
۱۹۲	Neumann	نیومن
و		
۲۸۹	Warburg	واربرگ
۲۳۹	Warren	وارن
۲۹۰	Washburn	واشبرن
۴۰۹	Weisse	وایس
۳۲۰	Weiner	واینر
۱۸۴'۱۸۳	Worthington	وردینگتن
۲۷۴'۱۵۰'۱۴۸	Wilberforce	ویلبرفورس
۲۴۹	Wilson	ولسن
۲۱۲	Wilhelmy	ویلهامی
۲۹۰	William	ولیم
۳۲۲	Winkelmann	ویکلمن
۳۲۰	Weber	ویبر
۳۲۲	Waltz	ویتز

'۱۵۵

Wheatstone

ولستون

۸

'۳۸۲'۳۸۱

Harteck

هارتک

'۱۶۳

Horton

هارتن

'۳۵۹'۳۵۸

Holweck

هالک

'۴۰۲

Hedges

هجز

'۵۲

Helmert

هلمرت

'۴۰۵

Henri

هنری

'۹۸ ۷۱'۷۰'۴۶

Hooke

هوک

'۸۹

Harrison

هیرسن

'۲۷۴

Hagenbach

هگن باق

'۳۵۸

Hyvac

هیئک

۷

'۱۳۱'۱۲۹'۱۲۰'۱۰۶'۷۸'۷۵'۷۱

Young

ینگ

'۱۴۰'۱۳۹'۱۳۷'۱۳۶'۱۳۵'۱۳۲

'۱۶۱'۱۶۰'۱۵۸'۱۴۸'۱۴۶'۱۴۲

'۲۶۳

'۲۸۸

Ubellohde

یوبلا

'۲۸۵

Uman

بومنی

فهرست اصطلاحات

Polarisation	تقطب
Rarefaction	دلطف
Tensile strength	تمدیدی طاقت
Flashes of illumination	لموری حکم

ج

Shearing force	جری فوت
Couple	جفت
Moment of inertia	جمود کا معیار انر
Atomizer	جوهر پاش
Membrane	جنہلی

چ

Flat spring	جندی کمانی
Elevation	حرہا

ح

Latent Heat	حرارت مخفی
Specific heat	حرارت نوعی
Thermoelectric	حررہ فی
Thermodynamics	حرحرکات
Adiabatic elasticity	حرنا گزار لکی
Trough	حصض
Soluble	حل بزی

خ

Equator	خط استوا
Bending	خماو
Bending moment	خمبندی کا معیار انر

د

Degree of freedom	درجہ آزادی
Blade	دھاریدار پتی
Knife edge	دھاریدار کنارہ
Strip	دھجی
Axle	دھری
Diatomic	دو جوہری
Bifilar suspension	دور بشی تعلیق

Free path	آزاد راہ
Mixture	آمیزہ
Dimensions	ابعاد
Depression	اتار
Probability	احتمال
Concentration	ارتکاز
Modulus of rigidity	اسنواری کی شرح
Crest	اوج
Buoyancy	اوجھال

ب

Output	برآمد
Electrometer	برق پدما
Electron	بر فیہ
Condensation	سبسنگی
Conservation of energy	بقائے توانائی
Strain	نگار
Fundamental unit	بذبادی اکائی
Load	بو جہر
Intermolecular	دس (الساماتی)

پ

Lamina	پترا
Belt	پٹر
Compressibility	پھکاو
Layer	پرت
Torque	پہچندگی کا جفت

ت

Temperature coefficient	نہشی قدر
Interferometer	تداخل پیم
Interference fringes	تداخلی دھاریاں
Cycloid	تدویر نما
Sublimation	تصعب
Neutral Axis	تعدیلی محور

گ

Radius of gyration گردشی نصف قطر

ل

Viscous لزج

Viscosity لروحت

Colloidal لسوئتی

Logarithmic decrement لوکارنمی ندرل

Ripple لهر

م

Inclined spring مائل کمانی

Homogeneous منجانس

Isotropic متساوی السموت

Bladder مئانه

Solid angle مجسم زاویه

Gaurd rings محافظ حلقه

Solvent محلل

Solution محلول

Spiral مرءول

Compound pendulum مرکب ریاض

Centrifugal force مرکزگردرفوت

Torsion مرور

Torsional Hysteresis مرورزی اختناق

Porous مسامدار

Deposit مطروح

Momentum معیار حرکت

Modulus of Elasticity معیار لچک

Scalar مقداری

Intercept مقطوع

Rarefied ملطف

Amalgamated ملغم

ر

Hodograph رسم الطریق

Stirrup رکاب

Fibre ریشم

ز

Supersaturated زائد سیر شده

Stress زور

س

Simple harmonic ساده موسیقی

Surface Tension سطحی بناو

Vector سمتی

Filament سوت

ش

Capillary Tube شعری نلی

Emulsion سبزه

ط

Volatile طهران یزیر

ع

Latitude عرض البلد

Lateral contraction عرضی سکتاو

غ

Aeolotropic عبر متساوی السموت

ف

Piston فنساره

ق

Damped Oscillation قسری اهتزاز

Forced vibration قسری ارتعاش

Crystal فلم

Potentiometer فوه پدما

ل

Perfect differential کامل تفرق

Perfect gas کامل گیس

Solute	منحل
Zone	مناطق
Beads	مکعبه
Effective	موثر
Thermal conductivity	موصلیت حرارت

ن

Entropy	ناکارگی
Theory of Relativity	نظریه اضافیت
Kinetic theory	نظریه تحرک
Diffusion	نفوذ
Permeability	نفوذ پذیری
Point of suspension	نقطه تعلیق
Yield point	نقطه معلوبیت
Specific inductive capacity	دوعی امالی گندعائش
Semi permeable	نیم نفوذ پذیر

و

Medium	واسطه
Receiver	وصول کننده
Osmosis	ولوچ
Osmotic pressure	ولوچی دباو

ز

Hyperbolae	هزله لی -
Meniscus	هلالی سطح
Isothermal elasticity	هم تبدشی لجک

ی

Monatomic	یک جوهری
-----------	----------